बीजगणितम्

द्वितीयसंस्करणम्

पण्डित श्रीराधावल्लभ स्मृतिव्याकरण-
ज्योतिस्तीर्थ कृत-टीकोपेतम्

मूल्यम् रौप्य मुद्रा द्वयम्

কলিক
মাস্ক

শ্রীরা

শ্রীদি

वीजगणितम् ।

द्वितीयसंस्करणम्

श्रीभास्कराचार्य्यै विरचितम्

कलिकातास्थ राजकोय संस्कृत पाठशालायां ज्योतिषादि-
शास्त्राध्यापक, होरावल्लभग्रहविप्रद्धतिहासा दिग्रन्थ विरचक,
लीलावती, कोष्ठीप्रदीपादि ग्रन्थानां टोकाकारक,
सिद्धान्तशिरोमण्युद्दाय
प्रदीप जैमिनीसूत्राणामनुवादक

श्रीराधावल्लभ स्मृति-व्याकरण-ज्योतिस्तीर्थं कृत-
वीज-विबोधिनो नामक टोकया नानाविध नूतन-
नियमोदाहरणोपपत्यादिभिश्च समलंकृतम् ।

कलिकाता ८७।२ श्यामवाजार ष्ट्रीटस्थ
वेदाङ्गचतुष्पाठो ग्रन्थकारभवनात्
श्रीदिगिन्द्रनाथपाठक व्याकरणतीर्थेन प्रकाशितम्

शाकनरपतेरतीताब्दाः १८४८ ।

मूल्यं रौप्यमुद्राद्वयम् ।

BIJAGANITAM

Second edition.

HINDU ALGEBRA

BY

BHASKARACHARYYA

With exhaustive notes, Commentaries, English synonyms of important technical words and Copious illustrations from modern European Algebra

EDITED BY

Pandit Radhaballay Smriti-Vyakaran Jyotistirtha Lectur on Astronomy, Calcutta Government Sanskrit College, and author of Horaballav Grahabipra Itihas etc. Editor of Lilav ti, Koshtthee Pradip and Translater of Sidhanta-Siromani, urndaya pradip, Jyimini Sutra etc. etc. with his own exhaustive notes, commentaries etc.

Printed by Parikshit Charn Gupta
at the Kamala Printing Works, Bagbazar,
CALCUTTA.

[All rights recerved]

Prize Rs. 2

भूमिका

द्विविधं किल गणितं, व्यक्तगणितमव्यक्तगणितञ्चेति । यत्र संख्याभिर्गण्यते तद् व्यक्तगणितं, पाटीगणितमिति च कथ्यते । यत्र यावत्तावत्-नीलक-पीतकादिभिः कादिभिर्वर्णैर्वा गण्यते, तदव्यक्तगणितं वीजगणितं चेति भण्यते । गणितज्ञानं विना ज्योतिःसिद्धान्तज्ञानं न सम्भवतीति भारतवर्षीयैः प्रायेण सर्व्वैः-सिद्धान्तकृद्भिरेतद् द्विविधमेव गणितं शिष्यशिक्षार्थं सिद्धान्त-ग्रन्थे सन्निवेशितं । आर्य्यभट्ट-लल्लाचार्य्यादिभिः प्रणीतं गणित-मिदानीं न प्राप्यते, किन्तु भास्कराचार्य्याणां लेखेन तेषामपि गणितग्रन्थानां सत्ता आसीदिति ज्ञायते । भास्करेण ब्रह्मगुप्त-श्रीधराचार्य्य, पद्मनाभानां वीजतः सारं संगृह्य वीजगणित-मिदं कृतमिति तेन ग्रन्थसमाप्तौ लिखितं । एतेषामपि वीज-गणितमिदानीं न प्राप्यते, तेषां विपुलत्वेन पठन पाठनाभावा-ल्लुप्तप्राय मित्यनुमीयते । छान्दोग्योपनिषदादिषु राशिविद्या-नक्षत्रविद्यादीनामुल्लेखो दृश्यते तेन वैदिकयुगेऽपि भारतवर्षे गणितशास्त्रस्य पठन पाठनमासीदित्यवगम्यते ।

उक्तञ्च छान्दोग्योपनिषदि "ऋग्वेदं भगवोऽध्येमि यजुर्वेदं सामवेदमाथर्व्वणं चतुर्थमितिहासपुराणं पञ्चमं वेदानां वेदं पित्र्यं राशिं दैवं निधिं वाकोवाक्यमेकायनं देवविद्यां ब्रह्मविद्यां भूतविद्यां क्षत्रविद्यां नक्षत्रविद्यां सर्प-देवजनविद्यामेतद्भगवोऽध्येमि।" ऋग्वेदेऽपि ग्रहणगणनायाः उल्लेखो-दृश्यते, तथाच ऋक्संहितायां चतुर्थाष्टके द्वितीयाध्यायस्य द्वादशवर्गे—

यं वै सूर्य्यं स्वर्भानुस्तमसाऽविध्यदासुरः।
अत्रयस्तमन्वविन्दन्नह्यन्ये अशक्नुवन्॥

इत्यनेनाऽत्रिकुलोत्पन्नानामृषीणां सूर्य्यग्रहणगणनाज्ञानमव-गम्यते, तद्गणितज्ञानमन्तरा कथमपि न सम्भवति। कृष्ण-यजुःसंहितायां प्रथम-प्रपाठके 'यो वै दर्शयज्ञायुधानी"ति वाक्ये तथा शुल्वसूत्रादि प्रसिद्ध-नानाविध-कुण्डानां निर्म्माणे, तथा कात्यायन-श्रौतसूत्र-भाष्यादि लिखित-नाना-विध पात्राणां निर्म्माण प्रकारालोचनया च गणितविद्यायाः सत्ता तदाप्यासो-दिति स्पष्टमुपलभ्यते।

"एता (कृत्तिकाः) वै प्राच्यै दिशो न च्यवन्ते। सर्व्वाणि वा अन्यानि नक्षत्राणि प्राच्यै दिशश्च्यवन्ते" इत्यादि। शतपथ-ब्राह्मणस्य वचनेन, तथा "कृत्तिकासु अग्निमादधीत मुखं वा एत-

नक्षत्राणां यत् कृत्तिका" इति तैत्तिरीय ब्राह्मणस्य वचनेन च वैदिक युगेऽपि ऋषीणां गोलज्ञान मुपलभ्यते, तद् गणितज्ञानं विना न सम्भवतीति तदापि गणितविद्यासीदिति स्पष्टं ज्ञायते। उक्तञ्च भास्करेण "तस्माद् यो गणितं न वेत्ति स कथं गोलादिकं ज्ञास्यतीति।"

प्रत्नतत्त्वविद्भिरवगम्यते, यत् खलु आरवदेशीय-पण्डितै-र्भारतवर्षाद् गणितविद्या स्वदेशं नीता। आरवदेशादेव युरोपादिदेशवासिभिस्तत्तद्देशेषु भारतीय-गणितविद्या नीता च सम्प्रति तद्देशीयैः अस्या बहुलोन्नतिः सम्पादिता।

मया च वर्षचतुष्कोभ्यः प्राक् युरोपीय-गणितविद्यां भारतीयगणितविद्याञ्च सम्यगालोच्य विद्यार्थिनां बोधसौकर्य्यार्थं नूतन-प्रकारोपपत्तियुक्ता बहुविध-नूतननियमैर्युक्ता च भास्कर-प्रणीत लीलावती-नामक-व्यक्तगणितस्य टीका कृता, बहूनां विद्योत्साहिनां राज्ञां व्ययेन मुद्रिता च। सम्प्रति नाना-देशीय-गुणैकपक्षपातिनां गाणितिक-विपश्चितां प्रोत्साहेन भास्करीय वीजगणितस्यापि वीजविबोधिनी-नामक टीकां विरच्य, दिनाजपुराधिपति-विविध-विद्यारसिक परमवैष्णव-श्रीमन्महा राज-गिरिजानाथ राय महोदयानां सम्पूर्ण-व्ययेनच मुद्रयित्वा वीजगणितमिदं सुधीजन-सन्निधे उपस्थाप्यते।

द्वितीयसंस्करणम्

विद्यार्थिनां साग्रहातिशय्येन अध्यापकानां मुत्साहेन च अविकृतमेव वीजगणित स्येदं द्वितीयसंस्करणम् कृतम्।

अनेन संस्करणेन ज्योतिषशास्त्र-विद्यार्थिनां यदि कथञ्चि-दुपकारो भवेत्तदा, श्रमस्य साफल्यं मंस्ये। अत्र वर्ण-योजनदोषेण मदीयमतिदोषेण वा या अशुद्धयो वर्त्तन्ते, गुणैक-पक्षपातिभिर्विद्वद्भिः कृपया संशोधनीयाः, ताश्च मह्यं कृपया ज्ञापयितव्या इति साञ्जलि प्रार्थये।

निवेदक—

श्रीराधावल्लभ देवशर्म्मा।

टीकाकर्त्तुर्वंशपरिचयः ।

ग्रहयज्ञ-विधानार्थं शशाङ्कस्य हि भूपतेः ।
सरयू तीरतो विप्रा आनीता गौड़मण्डलम् ॥

वेदवेदाङ्ग कुशलैः ज्योतिःशास्त्र-परायणैः ।
तैः सम्पादित-यज्ञेन रोगमुक्तश्च भूपतेः ॥

बहुभूमीः समासाद्य नृप-प्रार्थनया ततः ।
सदारा निवसन्ति स्म गौड़देशे द्विजोत्तमाः ॥

तेषाञ्च तनया सर्व्वे-ज्योतिःशास्त्र-विशारदाः ।
ग्रहयज्ञादि-निपुणा ग्रहविप्रा उदाहृताः ॥

बहुल-कीर्त्तियुते च तदन्वये हृदयराम * इति प्रथितो द्विजः ।
समजनीश-पदे रतमानसो नययुतोऽमल कश्यप-वंशजः ॥

स हरिचरण-पद्म-ध्याननिष्ठो वरिष्ठो-
हरिचरण इति ज्ञस्तस्य पुत्रः सुकर्म्मा ।
सदमल-पितृतुल्य ज्ञान-विज्ञान-मान्यो-
विविध-गणितशास्त्राम्नाय-तन्त्रेषु भृङ्गः ॥

---

* पावना विभागान्तर्गत-शीतलाइ राजसदनादनतिदूरस्थः-चन्द्रप-वाड़िया नामकग्रामेऽस्य वसतिरासीत् ।

तस्यात्मजः सर्व्वजनाभिरामो नाम्ना सभारामण इति प्रसिद्धः।
श्रौत-स्मृति-ज्ञान-विचार-दक्षो भूपाल-मान्यो विदुषां वरेण्यः॥

ततो जगन्नाथ-निविष्ट-चित्तो-
नाम्ना जगन्नाथ इह प्रसिद्धः।
अनेकतीर्थाम्बु पवित्रकायो-
वेदादिशास्त्रे निपुणोऽतिमान्यः॥

जयनाथस्ततो यज्ञे मुक्तागाछाधिपैश्च यः।
सभायां ज्योतिषि-श्रेष्ठपदं प्राप्य सुमानितः॥

तस्मात् कृपानाथ ण इती कृपालुः
सदा सदाचार-रतो यतात्मा।
परोपकार-व्रत-निष्ठ-चित्तो-
हरौ सदा लग्नमति र्वरेण्यः॥

श्रीराधोत्तर-वल्लभेन च मया तज्ज्ञेन वीजेऽमला
टीकेयं क्रियते नवीन-नियमोद्देशोपपत्त्यादिभिः।
याऽशुद्धिस्त्विह वर्त्तते बुधगणा! यत्नेन संशोध्यतां
याचेऽहं विनयात् परोपकृतये स्वाभाविका स्तद्गुणाः॥

---

* शैशवे पितृवियोगानन्तरं पावना विभागान्तर्गत वड़ल नाम नदीतीरस्थ डामरानामक ग्रामे मातुलालयेऽयं प्रतिपालितस्तत्र च लब्धविद्यः, टाङ्गाइलान्तर्गत अलोयाधिपतितो ब्रह्मोत्तरभूमिं प्राप्य खोलावाड़ी नामक ग्राम मध्युवास।

† वड़बेलता ग्रामस्थो वर्त्तमान आलयोऽनेनैव निर्म्मापितः।

सूचीपत्रम् (Contents)

प्रकरणम्	पृष्ठाङ्काः
धनर्णसंकलनम्	५
धनर्ण व्यवकलनम्	७
धनर्णगुणनम्	१०
धनर्णभागहारः	१२
धनर्णवर्गः	१४
धनर्णवर्गमूलम्	१५
खसंकलन-व्यवकलनम्	१६
खगुणादि	१७
अनन्तराशि-प्रशंसा	१८
अव्यक्तसंकलन-व्यवकलनम्	१९
अव्यक्तादिगुणनम्	२२
अव्यक्तादिभागहारः	२६
अव्यक्तादिवर्गमूलम्	२८
अनेकवर्ण षड्विधम्	३५
घनादिविषयक-नियमाः	४१
बहुराशि संख्यायाः शक्तिसाधनम्	४२
वर्गयोगादि साधनम्	४७
शक्तियुक्त-राशीनां मूलाकर्षणम्	५१
महत्तमापवर्त्तनसाधनम्	५६
लघुतमापवर्त्तत्र राशिनिरूपणम्	६१

प्रकरणम्	पृष्ठाङ्काः
समच्छेदीकरणम्	६७
भग्नांशानां संकलन-व्यवकलनम्	६८
भग्नांशानां गुणनम्	७१
भग्नांशानां भागहारः	७२
अव्यक्त-विततभग्नांश-गणितम्	७५
करणी-संकलन-व्यवकलनम्	७६
करणी गुणनम्	८३
करणीभागहारः	८८
करणी वर्गः	९८
करणीवर्गमूलम्	१०१
करण्यारूपीकरणम्	१२०
कुट्टकः	१२२
स्थिरकुट्टकः	१४२
संश्लिष्टकुट्टकः	१४६
वर्गप्रकृतिः	१४८
चक्रवालम्	१५८
एकवर्णसमीकरण बीजम्	१७५
अव्यक्तवर्गादि समीकरणबीजम्	२१५
अनेकवर्णसमीकरणबीजम्	२५२
अनेकवर्णमध्यमाहरणबीजम्	२८२
भावितम्	२६०

———

शुद्धाशुद्धपत्रम् ।

अशुद्धम्	शुद्धम्	पृष्ठाङ्क	पंक्तिसंख्या
नोविना	नोविना	४	१९
योगे	येगे	५	८
चाद्याक्षरान्यप	चादयाक्षराणुप		
लक्षणाथं	लक्षणाथं	६	१९
चवं	चैवं	१०	१५
गुंणग्रंणकयोः	गुणग्रगुणकयोः	११	२
पूर्व्वाचाय्ये	पूर्व्वाचार्य्यैः	११	७
स्वयोरस्वायाः	स्वयोरस्वयोः	१२	४
त्रित्	त्रिहृत्		
ऋणाव्यक्तषट्कं	ऋणाव्यक्तषठ्कं	१७	१७
सेब्रूहि	सेब्रूहि	२१	१७
मूलमस्याः	मूलमस्याः	२८	६
४ग	$४\text{ग}^{२}$	३६	५
$१०\sqrt{\text{-}}$	$१०\sqrt{\;२\;}$	३९	१९
$\sqrt{\text{अ} +}$ —	$\sqrt{\text{अ}+\text{इ}}$ —	२८	१४
$३\text{क}\sqrt{\text{ख ग क}}$	$३\text{क}\sqrt{\text{ख ग}}$	९९	४
स्वपसुन्तिमेन	स्वमुपान्तिमेन		
विषमातदानीम्	विषमास्तदानीम्	१२३	५
गुण	गुणः	१२६	११
युक्त	युक्ते	१६१	४

अशुद्धम्	शुद्धम्	पृष्ठाङ्क	पंक्तिसंख्या
हता	हृता	१३२	७
ज्येष्ठ क्षेपकेभ्यः	ह्रस्व ज्येष्ठक्षेपकेभ्यः	१४१	११
जेष्ठलघोर्य्यौ	ज्येष्ठलघ्वोर्यौ	१५०	२१
फल्प्यमव्यक्तराशेः	कल्प्यमव्यक्तराशेः	१७५	४
संगुण्या	संगुण्य	१७५	७
याद्यलापे	यद्यालापे	१७५	९
घनैक्यं	घनैक्यं	२०७	१२
संमः	संभः	२१०	१९
नवमभागस्य	नवमभागास्य	२२०	१०
नवोनित्तः	नवोनितः	२२६	३
अथादारणानर	अथोदाहरणा		
मार्य्यग्याह	न्तरमार्य्ययाह	२२९	१०
व्यक्तरुपाणि	व्यक्तरूपाणि	२३३	२
राखिचतुष्टयं	राशिचजुष्टयं	२४०	२
रुढ़ाश्य	रूढ़स्य	२४२	७
अत्र	अत्र	२७७	८
राशौ	राशौ	३२२	११
योगात्	योगात्	३२५	१५
पृयग्	पृथग्	३४४	९
षट्कपञ्जकयोरिव	षट्कपञ्चकयोविर	३४४	१०
वड़्भिरिति	षड़्भिरिति	३५४	२
निर्नैस राशिर्वर्गेण	निर्णेयराशेर्वर्गेण	३५९	५
दर्शयुक्तं	दर्शयितुं	३७८	२१
निवासी	निवासि	३८२	१८
विस्तारंतयाति	विस्तारंयाति	३८१	२
बीज प्रवाधिनी	बीजविबोधिनी	३८२	१९

FORMULÆ নির্দ্দিষ্ট-নিয়মাঃ

১। $(ক+খ)^{২} = ক^{২}+২কখ+খ^{২}$ ।

অনুশীলনী (*Cor.*) $ক^{২}+খ^{২}=(ক+খ)^{২}-২কখ$ ।

২। $(ক-খ)^{২} = ক^{২}-২কখ+খ^{২}$ ।

(ক)। অনুশীলনী (*Cor*) $ক^{২}+খ^{২}=(ক-খ)^{২}+২কখ$ ।

(খ)। অনু (*Cor*) $(ক-খ)^{২}=(ক+খ)^{২}-৪কখ$ ।

৩। $(ক+খ)(ক-খ)=ক^{২}-খ^{২}$ ।

৪। $(ক+খ)^{৩} = ক^{৩}+৩ক^{২}খ+৩কখ^{২}+খ^{৩}$
$= ক^{৩}+খ^{৩}+৩কখ(ক+খ)$

৫। $(ক+খ+গ)^{৩} = ক^{৩}+খ^{৩}+গ^{৩}+৩ক^{২}(খ+গ)$
$+৩খ^{২}(ক+গ)+৩গ^{২}(ক+খ)+৬কখগ$ ।

৬। $(ক-খ)^{৩} = ক^{৩}-৩ক^{২}খ+৩কখ^{২}-খ^{৩}$
$= ক^{৩}-খ^{৩}-৩কখ(ক-খ)$

७। $\text{क}^{\text{३}} + \text{ख}^{\text{३}} = (\text{क} + \text{ख})^{\text{३}} - \text{३कख}(\text{क} + \text{ख})$
$= (\text{क} + \text{ख})(\text{क}^{\text{२}} - \text{कख} + \text{ख}^{\text{२}})$

८। $\text{क}^{\text{३}} - \text{ख}^{\text{३}} = (\text{क} - \text{ख})^{\text{३}} + \text{३कख}(\text{क} - \text{ख})$
$= (\text{क} - \text{ख})(\text{क}^{\text{२}} + \text{कख} + \text{ख}^{\text{२}})$

९। $(\text{क} + \text{ख})(\text{क} + \text{ग}) = \text{क}^{\text{२}} + (\text{ख} + \text{ग})\text{क} + \text{खग}$ ।

१०। $(\text{क} - \text{ख})(\text{क} + \text{ग}) = \text{क}^{\text{२}} + (\text{ख} - \text{ग})\text{क} - \text{खग}$ ।

११। $(\text{क} - \text{ख})(\text{क} - \text{ग}) = \text{क}^{\text{२}} - (\text{ख} + \text{ग})\text{क} + \text{खग}$ ।

१२। $(\text{क} + \text{ख})(\text{क} + \text{ग})(\text{क} + \text{घ}) = \text{क}^{\text{३}} + (\text{ख} + \text{ग} + \text{घ})\text{क}^{\text{२}}$
$+ (\text{खग} + \text{खघ} + \text{गघ})\text{क} + \text{खगघ}$ ।

१३। $(\text{क} - \text{ख})(\text{क} - \text{ग})(\text{क} - \text{घ}) = \text{क}^{\text{३}} - (\text{ख} + \text{ग} + \text{घ})\text{क}^{\text{२}}$
$+ (\text{खग} + \text{खघ} + \text{गघ})\text{क} - \text{खगघ}$ ।

१४। $(\text{क} + \text{ख} + \text{ग})^{\text{२}} = \text{क}^{\text{२}} + \text{ख}^{\text{२}} + \text{ग}^{\text{२}} + \text{२कख}$
$+ \text{२कग} + \text{२खग}$ ।

१५। $(क+ख+ग+घ)^{२} = क^{२}+ख^{२}+ग^{२}+घ^{२}+$
$२क(ख+ग+घ)+२ख(ग+घ)+२गघ$।

१६। $(क+ख)^{४} = क^{४}+४क^{३}ख+६क^{२}ख^{२}+४कख^{२}+ख^{४}$।

१७। $(क+ख)^{५} = क^{५}+५क^{४}ख+१०क^{३}ख^{२}+१०क^{२}ख^{३}$
$+५कख^{४}+ख^{५}$

१८। $क^{३}+ख^{३}+ग^{३}-३कखग$
$=(क+ख+ग)(क^{२}+ख^{२}+ग^{२}-कख-खग-कग)$।

१९। $क^{२}(ख-ग)+ख^{२}(ग-क)+ग^{२}(क-ख)$
$=(क-ख)(क-ग)(ख-ग)$
$=-(क-ख)(ख-ग)(ग-क)$

२०। $कख(क-ख)+खग(ख-ग)+गक(ग-क)$
$=(क-ख)(क-ग)(ख-ग)$
$=-(क-ख)(ख-ग)(ग-क)$

२१। $क^{३}(ख-ग)+ख^{३}(ग-क)+ग^{३}(क-ख)$
$=(ख-ग)(क-ग)(क-ख)$
$(ग+क+ख)$।

२२। $क^{३} (क^{२} — ख^{२}) + ख^{३} (ग^{२} — क^{२}) + ग^{३} (क^{२} — ख^{२})$

$= (ख — ग) (क — ग) (क — ख) (कख + खग + गक)$

४१ मित पृष्ठाङ्कतः ५० मित पृष्ठाङ्कं यावद् द्रष्टव्या एते नियमाः ॥

नमः सूर्य्याय परब्रह्मणे

बीजगणितम्

मङ्गलाचरणम्

उत्पादकं यत् प्रवदन्ति बुद्धे-
रधिष्ठितं सत् पुरुषेण सांख्याः ।
व्यक्तस्य कृत्स्नस्य तदेकबीज-
मव्यक्तमीशं गणितं च वन्दे ॥ १ ॥

बीजविबोधिनी टीका ।

नत्वा ब्रह्म परं रविं जगदसुं * धर्म्मार्थं मोक्षप्रदं †
नक्षत्र ग्रहमण्डलादि जगतां दीप्तश्च समुद्भासकम् । § ‡
बीजे बीज विबोधिनीं सुविमलां टीकां नवीनान्वितां
राधावल्लभ-नामको वितनुते विप्रः श्रिया संयुतः ॥

---

* सूर्य्य आत्मा जगतस्तस्थुषश्चेति श्रुतिः ।

† सन्दंश न्यायात् कामस्यापि परिग्रहस्तेन चतुर्वर्गफलप्रदमित्यर्थः ।

§ तेजसां गोलकः सूर्यो ग्रहर्क्षाण्यम्बु गोलकाः ।
प्रभावन्तो हि दृश्यन्ते सूर्यरश्मि प्रदीप्तिताः ॥ वराहः

अथ महेश्वरोपाध्यायसुतः ज्योतिषशास्त्र-कमल-वनोल्लासकोभुवि भास्कर इव श्रीमद् भास्कराचार्य्यः वेदादिशास्त्रोक्त-कालज्ञापक-ज्योतिषशास्त्रस्य सिद्धान्त-संहिता-होरारूप स्कन्ध-तयान्यतमं सिद्धान्तशिरोमणि-नामक-सिद्धान्तग्रन्थं प्रणिनीषु-स्तदुपयोगितया तदध्यायभूतं लीलावती-नामक-पाठ्याध्याय-मुक्त्वेदानीं वीजगणितनामका ऽव्यक्त-गणिताध्यायं प्रारब्धुं विघ्न-विघाताय शिष्टाचार-प्रदर्शनाय च अव्यक्तमीश्वरं प्रशंसारूपेणाव्यक्त गणितश्लोपजातिकया वन्दतउत्पादकमिति। सांख्याः सांख्यनामकदर्शनशास्त्रविदः सता नित्येन पुरुषेण अधिष्ठितं वा पुरुषेण अधिष्ठितं सत् यदव्यक्तं पुरुषसान्निध्यात् सृष्टेर्मूलकारणं ईशं प्रकृतिरूपं, बुद्धेः महत्तत्वस्य उत्पादकं उपादानभूतं प्रवदन्ति। "प्रकृतेर्महान् महतोऽहङ्कारोऽहङ्कारात् पञ्च तन्मात्राण्युभयमिन्द्रियं तन्मात्रेभ्यः स्थूलभूतानि पुरुष इति पञ्चविंशतिर्गण इति सांख्यसूत्रम्। "महत्तत्त्वमिति प्रोक्तं बुद्धितत्त्वं तदुच्यते इति सांख्यभाष्ये विज्ञानभिक्षुश्च। अथवा सांख्याः सांख्ययोगपरायणाः सत्पुरुषेण विवेकवता शुकनारदादिना अधिष्ठितं श्रवणमननादिभिराकल्प्ये वोपलब्धं "आत्मा वा अरे द्रष्टव्यः श्रोतव्यो मन्तव्यो-

---

तस्य ये रश्मयो विप्राः सर्व्वलोक प्रदीपकाः।

तेषां श्रेष्ठाः पुनः सप्त रश्मयो ग्रहयोनयः॥ कूर्म्मः

चन्द्र ऋक्ष-ग्रहाः सर्वे विज्ञेयाः सूर्य्यसम्भवाः॥ मत्स्यः

इत्यादि पुराणवचनैः प्रतीयते सूर्य्यादेव निःसृतानामेतेषां ग्रहादीनां स्वकीयं तेजो नास्ति, सर्वे सूर्य्यरश्मिभि रेव दीप्यमाना इति।

निदिध्यासितव्य" इति श्रुतिः। बुद्धेः इन्द्रियमनःसंयोगाद् जाय-मान-विषयबुद्धेश्च उत्पादकं यत् प्रवदन्ति। कृत्स्नस्य सकलस्य व्यक्तस्य चराचरस्य एकबीजं आदिकारणं तत् अव्यक्तं वागतीतं ईशं प्रकृतिं आत्मरूपिणं ब्रह्म वा वन्दे अहमितिशेषः। गणित-पक्षे सांख्याः संख्याशास्त्रविदः संख्योपग्रहणात् सांख्यं ज्योतिष-शास्त्रं तदपि ज्योतिषस्य मूलीभूतमैक्येन ज्योतिषशास्त्रशा-इत्यर्थः। बुद्धेः गणितबुद्धेः उत्पादकं विकासकं यत् प्रवदन्ति कथयन्ति, सत्पुरुषेण ब्रह्मणा अधिष्ठितं प्रकाशितं ज्योतिषशा-स्त्राणां वेदमूलकत्वादिति भावः। अथवा सत्पुरुषेण सूर्य्यादिना अधिष्ठितं प्रवर्त्तितं। तथाच कश्यपः—

सूर्य्यः पितामहो व्यासो वसिष्ठोऽत्रिः पराशरः।
कश्यपो नारदो गर्गो मरीचिर्मनुरङ्गिराः॥
लोमशः*पौलिशश्चैव च्यवनो यवनो भृगुः।
शौनकोऽष्टादश चैते ज्योतिःशास्त्र-प्रवर्त्तकाः॥

कृत्स्नस्य सकलस्य व्यक्तस्य व्यक्तगणितस्य पाटीगणितस्येति यावत् एकबीजं कारणीभूतं अव्यक्तगणितं बीजगणितमहं वन्दे नमस्करोमीत्यर्थः। अत्र

---

* लोमश-रोमकयोरेकपर्य्यायतेति वृद्धाः। रोमकस्तु रोमनगरीय प्रसिद्धज्योतिर्विद् आसीत् तथाच सूर्य्यारुण-संवादे—

रोमकं रोमकायोक्तं मया यवन जातिषु।
जातेन ब्रह्मणः शापात् तथा दुर्य्यवनस्य च।
रोमकनगरे तच्च रोमकेन च विस्तृतम्॥

चिन्मयस्याद्वितीयस्य निष्कलस्याशरीरिणः ।
उपासकानां कार्य्यार्थं ब्रह्मणो रूपकल्पना ॥

इति परब्रह्मनमस्कारस्तु सूर्य्य, विष्णु, शिव, शक्ति, गणेशादि स्वस्वोपासित-देवता पक्षे तथा पितुस्तत्पादकत्वेन बुद्धितः ईशत्वेन (गुरुत्वेन) च पितृपक्षेऽपि संघटते। अभेददर्शिनान्तु यदेव जगती बीजं तदेवेश्वरत्वं प्रधानं माया वा अणुः सविकल्पादयो-वेति मतम्। तथाचोक्त वाशिष्ठे—

नामरूपविनिर्म्मुक्तं यस्मिन् संतिष्ठते जगत्।
तमाहुः प्रकृतिं केचिन्मायामन्ये परेत्वणून् ॥

अत्राभिधेयाः यावत्तावदादि-कल्पितवर्णैः संकलन-व्यवकलनादि गणितनियमाः। तैः सह ग्रन्थस्य ज्ञाप्य-ज्ञापक भावः सम्बन्धः। अस्य प्रयोजनन्तु गणित-द्वारा सिद्धान्तशास्त्रज्ञानं तेन च वेदादिविहित-यज्ञादीनां यथा-कालक्रिया-करणफलं स्वर्गादि। महाप्रयोजनन्तु ज्योतिःशास्त्र-ज्ञानद्वारा ब्रह्मलोकप्राप्तिः तथाच वराहः—

न संवत्सर-पाठी च नरकेषूपपद्यते ।
ब्रह्मलोकप्रतिष्ठां च लभते दैवचिन्तकः ॥ इति ।

पूर्व प्रोक्तं व्यक्तमव्यक्त बीजं
प्रायः प्रश्ना नो विनाऽव्यक्तयुक्त्या
ज्ञातुं शक्या मन्दधीभिर्नितान्तं
यस्मात् तस्माद् वच्मि बीज-क्रियाञ्च ॥ २ ॥

ग्रन्थारम्भकारणं शालिन्याह पूर्व्वमिति । अव्यक्तवीजं अव्यक्तं अव्यक्तगणितं वीजं उपजीव्यं यस्य एवंविधं व्यक्तं पाटीगणितं लीलावतीनामकं पूर्व्वं प्रोक्तं कथितं मयेति यावत् । यस्मात् अव्यक्तयुक्त्या विना प्रायः प्रश्नाः मन्दधीभिः अल्पबुद्धिभिर्जनैः कथमपि ज्ञातुं न शक्याः तस्मात् वीजक्रियां च वीजगणितमपि वच्मि अहमिति शेषः ।

धनर्णसंकलने करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

योगे युतिः स्यात् क्षययोः स्वयोर्वा
धनर्णयोरन्तरमेव योगः ।

धनर्णसंकलने विषये करणसूत्रं साधन व्यवस्थां उपजातिपूर्व्वार्द्धेनाह योगे युतिरिति । क्षययोः द्वयोः ऋणयोः स्वयोः द्वयोः धनयोः वा योगे कर्त्तव्ये "कार्य्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्कयोग" इति पाटीगणितोक्त-योगनियमेन तयोः युतिः कार्य्या । यत्र एको धन-राशिः अपरः ऋणराशिस्तत्र "यथास्थानकमन्तरं वा" इति वियोग-नियमेन अन्तरं, तयोः योगः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः

कस्यापि जनस्य रूपत्रयं सञ्चितं । पुनस्तेन रूपचतुष्टयं सञ्चितं, तदा तस्य रूपसप्तकं धनं जातम् ।

यस्य कदा रूपत्रयं विनष्टं, पुनः कालान्तरे रूप-चतुष्टयं विनाशं गतं, तर्हि तस्य रूप सप्तकं क्षयप्राप्तमिति।

यस्य रूप चतुष्टयं धनमस्ति, तस्माद् रूपत्रयं क्षयितं तदा तस्य रूपमेकं धनं तिष्ठेत्।

एवं यस्य पूर्व्वं किल रूपचतुष्टयं क्षयितं कालान्तरे तेन रूपत्रयं प्राप्तं तदा तस्य रूपमेकं क्षयस्तिष्ठत्येव।

उदाहरणम्—

रूपत्रयं रूप चतुष्टयं च
क्षयं धनं वा सहितं वदाशु।
स्वर्णं क्षयं स्वं च पृथक् पृथङ् मे
धनर्णयोः संकलना मवैषि ॥ १ ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह रूपत्रयमिति। यदि त्वं धनर्णयोः संकलनां योगनियमं अवैषि जानासि तदा, यत्र रूपत्रयं रूपचतुष्टयं च क्षयः, वा यत्र रूपत्रयं रूपचतुष्टयं च धनं, तदा तयोः सहितं आशु वद, योगः कियान् स्यादिति कथय। एवं यत्र रूपत्रयं रूपचतुष्टयं च क्रमेण स्वर्णं रूपत्रयं स्वं रूपचतुष्टयं च ऋणं अथवा यत्र रूपत्रयं क्षयः रूपचतुष्टयं स्वं तदापि तयोः सहितं योगं मे पृथक् पृथक् आशु वद।

"अत्र रूपाणा मव्यक्तानां चाद्याक्षराण्युपलक्षणार्थं लेख्यानि यानि ऋणगतानि तान्यूर्द्ध विन्दूनि च।"

"न्यासः । रू ३ं रू ४ं योगे जातं रू ७ं ।
न्यासः । रू ३ रू ४ योगे जातं रू ७ ।
न्यासः । रू ३ रू ४ं योगे जातं रू १ं ।
न्यासः । रू ३ं रू ४ योगे जातं रू १ ।

एवं विभिन्नेष्वपि"

भिन्न-राशिष्वपि अन्योन्य-हाराभिहतावित्यादिना समच्छेदीकृत्य एव मनेन प्रकारेण योगः कार्यः ।

धनर्ण व्यवकलने करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

संशोध्यमानं स्व मृणत्वमेति
स्वत्वं क्षय स्तद्युतिरुक्तवच्च ॥ १ ॥

धनर्ण-व्यवकलनोपायमुपजातुरुत्तरार्द्धेनाह संशोध्यमानमिति । संशोध्यमानं वियोज्यं स्वं धनं ऋणत्वं एति प्राप्नोति । संशोध्यमानः क्षयः ऋणराशिः स्वत्वं एति धनत्वं प्राप्नोति । एवं संशोध्यमानस्य धनर्णता-व्यत्ययं कृत्वा उक्तवत् योगे युतिः स्यादिति योग नियमेन तयोः युतिः कार्य्या ।

अत्रोपपत्तिः

धनस्य व्यवकलनं नाम धनाभावः धनस्य व्ययः विनाशः स्थानान्तरस्थापनं वा । ऋणस्य व्यवकलनं हि ऋणाभावः विनष्टधनस्य पुनःप्राप्ति रिति यावत् ।

रूपत्रय धनाद् रूपद्वय धनं व्ययितं तदा रूपमेकं शिष्टं स्यात्। पूर्व्वं यस्य रूपत्रयं विनष्टं ततः विनष्टधनस्य रूपद्वयं पुनः प्राप्तं तदा तस्य क्षयः रूपमेकमेव शिष्टम्।

यस्य रूपत्रयं धनं अस्ति। रूपद्वयं पूर्व्वं विनष्टमिदानीं प्राप्तं तदा तस्य रूप पञ्चकं धनं जातम्।

यस्य पूर्व्वं रूपत्रयं विनष्टमिदानीं तस्य रूपद्वय-धनस्यापि विनाशो जातस्तदा तस्य रूप पञ्चकं विनष्टमिति।

नव्यमते + इति चिह्न पूर्व्वो राशिः चिह्नविहीनो राशिर्वा धनसंज्ञः। − इति चिह्न पूर्व्वो राशिः ऋण संज्ञो ज्ञेयः।

तेन − ३, − ४ अनयोर्योगे = − ७

+ ३, + ४ अनयोर्योगे = + ७

अथवा

३, ४ अनयोर्योगे = ७

+ ३, − ४ योगे = − १

+ ४, − ३ योगे = + १

बन्धनीस्थ राशीनां योग-वियोगादिकं लीलावती-टीकायां मया पूर्व्वं प्रदर्शितं। तेन च

− ३, − ४ अनयोर्योगे कर्त्तव्ये = − (३ + ४) = − ७।

+ ३, + ४ अनयोर्योगे = + (३ + ४) = + ७।

+ ३, − ४ अनयोर्योगे = + (३ − ४) = − १।

− ४ + ३ = − (४ − ३) = − १।

+ ४ − ३ अनयोर्योगे = + (४ − ३) = + १।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१)

अधोलिखित प्रति प्रश्नगत राशीनां योगः सम्पादनीयः ।

१ । +२, +१५, +१२ ।

२ । −८, −१३, −१७ ।

३ । +५, −७, +१२, −१८ ।

४ । −४८, +२१, +७ −१३२ +५७ ।

५ । −१२ + (−३७) + (−१४) + (−४५) + १८ ।

उदाहरणम् —

त्रयाद्द्वयं स्वात् स्वमृणादृणञ्च

व्यस्तं च संशोध्य वदाशु शेषम् ॥

अत्रोदाहरण-चतुष्टयमुपजाति-पूर्वार्द्धेनाह त्रयादिति । त्रयात् स्वात् धनात् द्वयं स्वं धनं संशोध्य, त्रयाद् ऋणाद् द्वयं ऋणं च संशोध्य, व्यस्तं त्रयात् स्वात् द्वयं ऋणं संशोध्य, तथा त्रयाद् ऋणाद् द्वयं स्वं संशोध्य च शेषं आशु वद ।

न्यासः । रू ३ रू २ अन्तरे जातं रू १

न्यासः । रू ३̇ रू २̇ अन्तरे जातं रू १̇

न्यासः । रू ३ रू २̇ अन्तरे जातं रू ५

न्यासः । रू ३̇ रू २ अन्तरे जातं रू ५̇

नव्य चिह्नादिमते उदाहरणोक्त-प्रश्नस्य समाधान मेवं स्याद् यथा—

+३, +२ अनयोरन्तरे +३ − २ = + १ वा १

−३, −२ अनयोरन्तरे − ३ + २ = − १।

अथवा − (३ − २) = − १।

+३—२ अनयो रन्तरे + ३ + २ = +५।

−३, +२ अनयोरन्तरे − ३ + (−२)

= −(३ + २) = −५।

अभ्यासार्थं मुदाहरणानि (२)

अधोलिखित प्रति प्रश्नगत प्रथम राशितो द्वितीयस्यान्तरं कार्यम्।

१। −१२, −१५। २। +८, −१८।

३। +२१, +१७।

४ +१७, −२१। ५। −१२५, −१२१।

६। +१२६, −३२८।

"इति धनर्णं संकलन व्यवकलने।"

गुणने करणसूत्र वृत्तार्द्धम्।

स्वयोरस्वयोः स्वं वधः स्वर्णघाते

क्षयो भागहारेऽपि चवं निरुक्तम्।

धनर्ण-गुणनप्रकारं भुजङ्गप्रयात-पूर्वार्द्धेनाह स्वयो रिति॥ स्वयो र्गुण्य गुणकयो र्द्वयोर्धनयो र्वधः स्वं धनं गुण फलं धनं भवति। अत्र द्विवचनं गुण्य-गुणकत्वेनोक्तं तेन 'स्वानामपि वधे फलं स्वं भवेत्। अस्वयोः ऋणयोः वधः स्वं भवति। स्वर्णघाते यत्र गुण्य-गुणकयो रेकः स्व मपरमृणं तदा, तयो र्घाते फलं चयः स्यात्।

भागहारे अपि च एवं निरुक्तं कथितं पूर्वाचार्ये रिति भावः। यत्र भाज्य-भाजकौ द्वावेव धनराशी तत्र फलं धनम्। एवं यत्र एको धनराशि रपर ऋणराशि स्तत्र भागफलं ऋणं स्यादित्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः

गुणनम् नाम गुण्य-गुणकयो रेकस्या पर तुल्यमावृत्तिः। यथा परवर्त्तिन्युदाहरणे २ × −३ वा −३ × २ = −३ + −३ = −६। एवमत्रापि −क × ख, वा क × −ख = −कख। अत उक्तम् स्वर्णघाते चय इति। कल्प्यतां क−ख अयं राशिः ग−घ इत्यनेन गुण्यः। तदा−

क−ख = क − (+ ख)। धनराशिना क इत्यनेन पृथग गुणने यत् फलं, तस्मात् धनराशिना ख इत्यनेन गुणने लब्धं फलं वियोज्य मित्यर्थः। तथा कृते (ग − घ) × क = कग − कघ। (ग − घ) × ख = खग − खघ। प्रथमपक्षतो द्वितीय-पक्षं वियोज्य कग − कघ − (+ खग − खघ)। संशोध्यमानं

ख मृणत्वमेतीति नियमेन कग—कघ—खग+खघ इति स्यात्।

अत्र ख,घ, इत्येतयोः ऋणयो स्तथा क,ग, इत्येतयो धनयोश्च गुणफलं स्वं जातम्। अत उक्तम् स्वयोः रखयोः स्वं वधइति।

गुणनोपपत्ते वैंपरीत्येन भागहारोपपत्तिः सुबोध्या।

उदाहरणम्—

धनं धनेनर्ण मृणेन निघ्नं
द्वयं त्रयेण स्वमृणेन किं स्यात् ॥ १ ॥

अतोदाहरणमुपेन्द्रवज्रोत्तरार्द्धेनाह धन मिति। द्वयं धनं त्रयेण धनेन निघ्नं, द्वयं ऋणं त्रयेण ऋणेन निघ्नं, द्वयं स्वं त्रयेण ऋणेन निघ्नं च किं स्यात्? इति वद।

"न्यासः रू २ रू ३ धनं धनघ्नं धनं स्यादिति जातं रू ६।
न्यासः रू २ं रू ३ं ऋण मृणघ्नं धनं स्यादिति जातं रू ६।
न्यासः रू २ रू ३ं धन मृण गुण मृणं स्यादिति जातं रू ६ं
न्यासः रू २ं रू ३ ऋणं धन गुण मृणं स्यादिति जातं रू ६"
नव्य मते प्रश्नोत्तराणि यथा।

$+२\times+३=६$ । $-२\times-३+६$ ।

$+२\times-३=-६$ । $-२\times+३=-६$ ।

अभ्यासार्थ मुदाहरणानि (३)

+१२×+१७। २ । १५×१८।

३। −२५×−२१ ।

४। +५४×−१८। ५। −१२७×+३१८।

६। −४६×−३७×−१६×−२३ ।

७। +४८×−७×+१६×−१२६×+१३२ ।

८। −३×(१८+२५)×(२७−१२)।

"इति धनर्णं गुणनम् ।
भागहारेऽपि चैवं निरुक्तमिति ।"

उदाहरणम्—

रूपाष्टकं रूप चतुष्टयेन
धनं धनेनर्ण मृणेन भक्तम् ।
ऋणं धनेन स्व मृणेन किं स्याद्--
द्रुतं वदेदं यदि बोबुधीषि ॥ १ ॥

भागहारोदाहरण-चतुष्टयमुपजात्याह रूपाष्टक मिति। यदि त्वं इदं भजनकर्म बोबुधीषि अतिशयेन जानासि तर्हि रूपाष्टकं धनं रूप-चतुष्टयेन धनेन भक्तं, रूपाष्टकं, ऋणं रूपचतुष्टयेन ऋणेन भक्तं, तथा रूपाष्टकं ऋणं रूप चतुष्टयेन धनेन भक्तं रूपाष्टकं स्वं रूपचतुष्टयेन ऋणेन च भक्तं किं फलं स्यादिति, द्रुतं वद।

"न्यासः। रू ८ रू ४ धनं धनहृतं धनं स्यादिति जातं रू २।
न्यासः। रू ८ं रू ४ं ऋण ऋणहृतं धनं स्यादिति जातं रू २
न्यासः। ८ं रू ४ ऋणं धन हृत ऋणं स्यादिति जातं रू २ं
न्यासः। ८ रू ४ं धन ऋण हृत ऋणं स्यादिति जातं रूं २ं"

अथ चिह्नानुसारेण—

८÷४=२, अथवा +८÷+४= +२।

−८÷−४=+२=२।

−८÷+४=−२। +८÷−४=−२

एवं हि व्यक्त गणित नियमेन भागफलं सम्पाद्य फलस्य धनत्व ऋणत्वं वा बुद्धिमता विचार्य्य मित्युदाहरणानि न पृथङ् निर्देशितानि।

"इति धन र्णं भागहारः।"

वर्गं करण सूत्रं वृत्तार्द्धम्

कृतिः स्वर्णयोः स्वं स्वमूले धनर्णे
न मूलं क्षयस्यास्ति तस्या ऽकृतित्वात् ॥ १ ॥

धनर्णयोर्वर्गं भुजङ्गप्रयातोत्तरार्द्धेनाह कृति रिति। स्वर्णयोः स्वस्य ऋणस्य च कृतिः स्वं स्यात्। स्वस्य धनरूप-वर्गराशि मूले धनर्णे धनं चयश्च द्वावेव भवतः। तस्य चयस्य अकृतित्वाद् वर्गरहितत्वाद्, मूलं नास्ति न विद्यते। यतः सर्व्वत्र वर्गः स्व मेव भवेदतः चयस्य मूलाभावं इति फलितार्थः।

अत्रोपपत्तिः

समद्विघात: कृतिः। स्वयो रस्वयोश्च वधः स्वमत: स्वर्णयोः कृति: स्वं स्यात्। धनर्णयो: कृतित्वात् स्वस्य मूलमपि धनर्णे भवतः।

उदाहरणम्—

धनस्य रूप-त्रितयस्य वर्ग

क्षयस्य च ब्रूहि सखे ममाशु।

अत्रोदाहरण मुपजाति-पूर्वार्द्धेनाह सखे धनस्येति। हे सखे! रूप त्रितयस्य धनस्य तथा रूप-त्रितयस्य क्षयस्य च वर्गं मम आशु ब्रूहि।

"न्यासः। रू ३। रू ३̇। जातौ वर्गौ रू ९ रू ९।"

मूलोदाहरणम्—

धनात्मकाना मधनात्मकानां

मूलं नवानां च पृथग् वदाशु॥ १॥

वर्गमूलोदाहरण मुपजात्युत्तरार्द्धेनाह धनात्मकानामिति। धनात्मकानां धनगतवर्गराशीनां नवानां, अधनात्मकानां ऋण-रूपाणां नवानां च मूलं पृथग् आशु वद।

"न्यासः। रू ९ मूलं ३ वा ३̇।

न्यासः। रू ९̇ एषामवर्गत्वान्मूलं नास्ति।

इति धनर्णे वर्गमूले, इति धनर्णं षड्विधम्।"

खसंकलन व्यवकलने करणसूत्र वृत्तार्द्धम् ।

खयोगे वियोगे धनर्णं तथैव
च्युतं शून्यतस्तद्विपर्य्यास मेति ।

शून्यसंकलन व्यवकलने भुजङ्गप्रयात पूर्व्वार्द्धेनाह, ख योग- इति। खेन शून्येन योगे वियोगे वा धनर्णं धनं ऋणं वा तथैव भवेत् यादृशं पूर्वमासोत्तादृशमेव, अर्थादविकृतमेवेति भावः। शून्यतः च्युतं वियुतं धनर्णं विपर्य्यासं वैपरीत्यं एति प्राप्नोति। धनमृणं स्यात् ऋणं च धनं स्यादित्यर्थः। यत संशोध्यमानं स्व मृणत्वमिति स्वत्वं चयश्चेति ।

उदाहरणम्—

रूपत्रयं स्वं क्षयगं च खं च
किं स्यात् खयुक्तं वद खाच्युतं च ॥

अत्रोदाहरणमिन्द्रवज्रापूर्वार्द्धेनाह रूपत्रयमिति । स्वं धनं रूपत्रयं, चयगं रूपत्रयं, खञ्च, एतत् त्रयं खयुक्तं किं स्यात्? एतत त्रयं खात् शून्यात् च्युतञ्च किं स्यादिति वद ।

"न्यासः। रू ३ रू ३̇ रू० एतानि ख युतान्यविकृतान्येव रू ३ रू ३̇ रू०। एतानि खाच्युतानि रू ३̇ रू ३ रू०।

इति ख सङ्कलन-व्यवकलने।"

खगुणादिषु करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

वधादौ वियत् खस्य खं खेन घाते

खहारो भवेत् खेन भक्तश्च राशिः ॥ ३ ॥

खगुणादिकं भुजङ्गप्रयातोत्तरार्द्धेनाह वधादाविति । खस्य वधादौ गुण, वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूलेषु वियत् शून्यं स्यात् । यस्य कस्यापि राशेः खेन घाते गुणफलमपि खं स्यात् । खेन भक्तः राशिस्तु खहारः भवेत् भागफलं अनन्तं स्यादित्यर्थः । अत्रापि शेषविधौ शेषक्रियायां सत्यां खगुण-श्चिन्त्य इति खगुणः खमिति न कार्य्यम् ।

अत्रोपपत्तिस्तु लीलावत्युक्त शून्य-परिकर्म्मोक्तोपपत्तिवद् ज्ञेया ।

उदाहरणम्—

द्विघ्नं त्रिहृत् खं खहृतं त्रयं च

शून्यस्य वर्गं वद मे पदं च ॥

शून्य-गुणनादिषूदाहरणानीन्द्रवज्रोत्तरार्द्धेनाह द्विघ्नमि-त्यादि खं द्विघ्नं किं स्यात्, त्रिहृत् किं स्यात्, त्रयं खहृतं च किं स्यात इति मे पृथक् पृथक् वद । शून्यस्य वर्गं शून्यस्य पदं मूलं च मे वद ।

"न्यासः । गुण्यः रू ० गुणकः रू २ गुणिते जातं रू ०

न्यासः । भाज्यः रू ० भाजकः रू ३ भक्ते जातं रू ०

न्यासः । भाज्यः रू ३ भाजकः रू ० भक्ते जातं रू ३/० ।

अयमनन्तो राशिः खहर इत्युच्यते ।'

अस्मिन् विकारः खहरे न राशा-
वपि प्रविष्टेष्वपि निःसृतेषु ।
बहुष्वपि स्याल्लयसृष्टिकाले-
ऽनन्तेऽच्युते भूतगणेषु यद्वत् ॥ ४ ॥

खहर-राशेरनन्तत्वं दृष्टान्तेनोपजातिकया प्रकटयत्यस्मि-न्निति । यद्वत् यथा लयकाले सृष्टिनाशकाले बहुषु भूतगणेषु प्राणिसमूहेषु क्षित्यादि-पञ्चकेषु वा अनन्ते अच्युते प्रविष्टेषु, सृष्टिकाले ततः निःसृतेषु च विकारो वृद्धिक्षयगतः न स्यात्; तथाच भारते ।

यतः सर्वाणि भूतानि भवन्त्यादि-युगागमे ।
यस्मिंश्च प्रलयं यान्ति पुनरेव युगक्षये ॥ इति

तद्वत् खहरे राशौ बहुषु अङ्केषु प्रविष्टेषु युक्तेषु निःसृतेषु वियुक्तेषु च विकारो न भवेत् ।

"न्यास । रू ० अस्यवर्गः रू ० मूलं रू ० एवं ख गुणादि ।
इति ख षड्विधम् ।"

यावत्तावत् कालको नीलकोऽन्यो-
वर्णः पीतो लोहितश्चैतदाद्याः ।

अव्यक्तानां कल्पिता मानसंज्ञा *
स्तत् संख्यानं कर्तुमाचार्य्यवर्य्यैः ॥ ५ ॥

अथाव्यक्त-संकलनादिकं विवक्षु रव्यक्तानां कल्पित संज्ञाः शालिन्याह—यावत्तावदिति । आचार्य्य-वर्य्यैः तत् संख्यानं तेषां अव्यक्तानां अज्ञात-राशीनां संख्यानं गणनां कर्तुं यावत्तावत्, कालकः, नीलकः, अन्यो वर्णः पीतकः लोहितकश्च एतदाद्याः आदिपदेन हरितक, श्यामलक, श्वेतक, चित्रकादयश्चेति अव्यक्तानां मानसंज्ञाः मानार्थं संज्ञाः कल्पिताः ।

अव्यक्त संकलन व्यवकलने करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्

ADDITION and SUBTRACTION

योगोऽन्तरं तेषु समान जात्यो-
र्विभिन्न जात्योश्च पृथक् स्थितिश्च ।

अव्यक्तानां योगान्तरोपायमुपजाति पूर्व्वार्द्धेनाह योगोऽन्तरमित्यादि । तेषु वर्णेषु मध्ये समान-जात्योः समान-वर्णयोः योगः कार्य्यः, तथा समान-जात्योश्च अन्तरं कार्य्यं, विभिन्न-जात्योः पृथक् स्थितिश्च कार्य्या । अत्र तेष्वित्युपलक्षणार्थं तेन अनेकेष्वपि समानजात्योरिव योगोऽन्तरञ्च स्यात् ।

---

* नवीनैः क, ख, ग, इत्यादिभिर्वर्णैर्मानं कल्प्यते ।

अत्रोपपत्तिः

त्रिभिर्हस्तिभिः सह पञ्चानां हस्तिनां योगे अष्टौ हस्तिनः स्युः, अन्तरे च हस्तिद्वयं। नतु त्रिभिर्हस्तिभिः सह पञ्चानां घोटकानां योगे अष्टघोटकाः अष्टौ हस्तिनो वा अन्तरे घोटकद्वयं हस्तिद्वयं वा तेषां विभिन्न-जातित्वात्। एव मव्यक्तेऽपि क + क = २क। किन्तु क + ख = क + ख।

क − ख = क − ख। इत्येवं पृथक् स्थितिरेव स्यात्। अत उक्तं योगोऽन्तरं तेषु समान जात्योरित्यादि।

उदाहरणम्—

स्वमव्यक्तमेकं सखे सैकरूपं
धनाव्यक्तयुग्मं विरूपाष्टकं च।
युतौ पक्षयो रेतयोः किं धनर्णं
विपर्यस्य चैक्ये भवेत् किं वदाशु ॥ १ ॥

अव्यक्त-धनर्णोदाहरणानि भुजङ्ग-प्रयातेनाह स्वमव्यक्तमित्यादि। हे सखे! सैकरूपं स्वं धनात्मकं अव्यक्तं एकं एकस्मिन् पक्षे अस्ति। अन्यस्मिन् पक्षे च विरूपाष्टकं रूपैरष्टाभिर्हीनं धनाव्यक्तयुग्मं अस्ति। एतयोः पक्षयोः युतौ योगे किं स्यात्। धनर्णं विपर्य्यस्य धनस्थाने ऋणं, ऋणस्थाने च धनं ज्ञात्वा ऐक्ये योगे च किं भवेत्? इति आशु वद।

"न्यासः। या १ रू १। या २ रू ८ं। अनयोर्योगे जातम्। या ३ रू ७ं। आद्यपक्षस्य धनर्णं व्यत्यासे—

न्यासः। या १ं रू १ं। या २ रू ८ं। योगेऽनयोर्जातम् या १ रू ९ं। द्वितीयस्य व्यत्यासे—

न्यासः। या १ रू १। या २ं रू ८। योगे जातम् या १ं रू ९ उभयोर्व्यत्यासे—

न्यासः। या १ं रू १ं। या २ं रू ८। योगे जातम् या ३ं रू ७।"

अन्यदुदाहरणम्—

धनाव्यक्तवर्गत्रयं सत्रिरूपं
क्षयाव्यक्तयुग्मेन युक्तञ्च किं स्यात्।

विभिन्नजात्योश्च पृथक् स्थितिश्चेत्यस्योदाहरणं भुजङ्ग-प्रयात-पूर्व्वार्द्धेनाह धनाव्यक्तेति। सत्रिरूपं धनाव्यक्त वर्गत्रयं क्षया-व्यक्तयुग्मेन युक्तं च किं फलं स्यात्?

"न्यासः। याव ३ रू ३। या २ं योगे जातम् याव ३ या २ं रू ३।"

धनाव्यक्तयुग्माद्दणाव्यक्तषट्कं
सरूपाष्टकं प्रोह्य शेषं वदाशु॥ १॥

व्यवकलनोदाहरणं भुजङ्गप्रयातोत्तरार्द्धेनाह धनाव्यक्तेति।

धनाव्यक्तयुग्मात् सरूपाष्टकं ऋणाव्यक्तषट्कं शोध्यं वियुज्य शेषमवशिष्टं फलं आशु शीघ्रं वद।

"न्यासः। या २। या ६ रू ८ शोधिते जातं या ८ रू ८ं।

इत्यव्यक्त-संकलन-व्यवकलने।"

अव्यक्तादिगुणने MULTIPLICATION

करणसूत्रं सार्द्धवृत्तद्वयम्।

स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्णो-

द्वित्र्यादिकानां सम-जातिकानां॥ ६॥

वधे तु तद्वर्ग-घनादयः स्यु-

स्तद्भावितं चाऽसम-जाति-घाते।

भागादिकं रूपवदेव शेषं

व्यक्ते यदुक्तं गणिते तदत्र॥ ७॥

गुण्यः पृथग् गुणक-खण्ड-समो निवेश्य-

स्तैः खण्डकैः क्रमहतः सहितो यथोक्त्या।

अव्यक्त-वर्गकरणी गुणनासु चिन्त्यो—

व्यक्तोक्त-खण्डगुणना विधिरेव मत्र॥ ८॥

अथाव्यक्तादि-गुणन मुपजात्युत्तरार्द्धेनान्ययोपजातिकया— वसन्ततिलकेन चाह स्याद्रूपेति। रूप-वर्णाभिहतौ रूपः अखण्ड-संख्या Whole Number वर्णः अव्यक्तराशिः, तयोः अभिहतौ गुणने वर्णः अव्यक्तसंख्या स्यात्। द्वित्र्यादिकानां द्वि त्रि-चतुः पञ्चेत्याद्यानां समजातिकानां बधे तद्वर्ग-घनादयः तेषां अव्यक्तानां वर्ग-घनादय स्युः। आदिपदेन चतुर्घातः (वर्गवर्गः) पञ्चघात इत्यादयोऽपि बोध्याः। असमजातिघाते भिन्नवर्णयोगुणने तद्-भावितं तयोः वर्णयोर्भावितं नाम " भिन्नवर्ण-गुणन-ज्ञापक-संज्ञाविशेषो भवति। शेषं भागादिकं भाग-वर्ग-घन वर्गमूल-त्रैराशिक-श्रेढ़ी क्षेत्रव्यवहारादिकं व्यक्ते गणिते यदुक्तं तदत्रापि रूपवदेव ज्ञेयम्। खण्डगुणने तु गुणक खण्ड-समः गुणके यावन्ति खण्डानि तावत्सु स्थानेष्वित्यर्थः, गुण्यः गुणनीयराशिः पृथग्-निवेश्य स्थापनीयः। ततः पृथग् निवेशितः गुण्यः तैः खण्डकैः क्रमहतः क्रमेण गुणितः यथोक्त्या "योगेयुतिः स्यात्" "योगोऽन्तरं तेषु समानजात्योः" इत्यादि पूर्ब्बोक्त योगनियमतः युताः कार्य्याः। तथाकृते गुणनफलं भवति। अत्राव्यक्त-गणिते अव्यक्त-वर्गकरणी-गुणनासु च व्यक्तोक्त-खण्डगुणनाविधिरेव, पाद्युक्त "गुण्यस्त्व-धोऽधोगुण-खण्ड-तुल्य" इत्यादि नियम एव चिन्त्यः अवलम्बनीयः। व्यक्ते यादृशो नियमोऽत्राव्यक्तेऽपि तादृश एव नियमो ज्ञातव्य-इति भावः।

अत्रोपपत्तिः

या × ३ = या + या + या = ३ या। अत उक्तं रूपवर्णयोर्घाते फलं वर्णः स्यादन्यत् सर्व्वं पाव्युक्त-प्रकारतोऽवगन्तव्यम्।

उदाहरणम्—

यावत्तावत् पञ्चकं व्येकरूपं
यावत्तावद्भिस्त्रिभिः सद्विरूपैः।
संगुण्य द्राग् ब्रूहि गुण्यं गुणं वा
व्यस्तं स्वर्णं कल्पयित्वा तु विद्वन् ॥ १ ॥

गुणनोदाहरणानि शालिन्याह यावत्तावदिति। भो विद्वन्? व्येकरूपं रूपेणैकेन वियुक्तं यावत्तावत् पञ्चकं, सद्विरूपैः धनरूपद्वयसहितैः यावत्तावद्भिः त्रिभिः संगुण्य फलं द्राग् ब्रूहि। गुण्यं गुण्यगतं, वा स्वर्णं धनर्णं व्यस्तं धनस्थाने ऋणं ऋणस्थाने धनं कल्पयित्वा तु संगुण्य पृथक् पृथग् गुणनफलं किं स्यादित्यपि द्राग् ब्रूहि।

"न्यासः। गुण्यः या ५ रू १̇ गुणकः या ३ रू २। गुणनाज्जातं फलं याव १५ या ७ रू २̇। गुण्यस्य धनर्णत्वव्यत्यासे—

न्यासः। गुण्यः या ५̇ रू १। गुणकः या ३ रू २। गुणनाज्जातं याव १५̇ या ७̇ रू २। गुणकस्य धनर्णत्व व्यत्यासे—

न्यासः। गुण्यः या ५ रू १̇ गुणकः या ३̇ रू २̇। गुणनाज्जातं याव १५̇ या ७̇ रू २। द्वयोर्धनर्णत्व व्यत्यासे—

न्यासः। गुण्यः यां ५ं रू १। गुणकः या ३ं रू २ं गुणनाजातं याव १५ या ७ रू२ं।”

न्यग्र्य-चिह्नसती क्रिया प्रदर्श्यते—

या ३ × या ५ — १ = या^{2} १५ — या ३

रू २ × या ५ — १ = + या १० — २

या^{2} १५ + या ७ — २

— या ५ + १

या ३ + २

— या^{2} १५ + या ३

— या १० + २

— या^{2} १५ — या ७ + २ ।

या ५ — १	— या ५ + १
— या ३ — २	— या ३ — २
— या^{2} १५ + या ३	या^{2} १५ — या ३
— या १० + २	+ या १० — २
— या^{2} १५ — या ७ + २	या^{2} १५ + या ७ — २

भागहारे (DIVISION) करणसूत्रं वृत्तम्।

भाज्याच्छेदः शुद्ध्यति प्रच्युतः सन्
स्वेषु स्वेषु स्थानकेषु क्रमेण।
यैर्यैर्वर्णैः संगुणो यैश्च रूपै-
र्भागहारे लब्धय स्ताः स्युरत्र ॥ ९ ॥

भागहारं शालिन्याह भाज्यादिति। यैः यैः वर्णैः अव्यक्त-राशिभिः यैः रूपैः संख्याभिश्च संगुणः गुणितः छेदः भाजकः स्वेषु स्वेषु स्थानकेषु समान-जातिषु-स्थिताद् भाज्यात् क्रमेण प्रच्युतः सन् शुद्ध्यति ता अत्र भागहारे लब्धयः स्युः।

अत्रोपपत्ति स्तु 'भाज्याद्धरः शुद्ध्यति यद्गुणः स्या'दिति पाट्यक्तोपपत्तिवदेव ज्ञेया।

"पूर्वं गुणन-फलस्य स्वगुण-च्छेदस्य भागहारार्थं प्रथमपक्षस्य न्यासः। भाज्यः याव १५ या ७ रू २̇। भाजकः या ३ रू २। भजनादाप्तो गुण्यः या ५ रू १̇।

द्वितीयस्य न्यासः। भाज्यः याव १५̇ या ७̇ रू। २। छेदः या ३ रू २। भजनेन लब्धो गुण्यः या ५̇ रू १।

तृतीयस्य न्यासः। भाज्यः याव १५̇ या ७̇ रू २। हरः या ३̇ रू २̇। हरणादाप्तो गुण्यः या ५ रू १̇।

चतुर्थस्य न्यासः। भाज्यः याव १५ या ७ रू २̇।
हरः या ३̇ रू२̇। हृते लब्धो गुण्यः या ५̇ रू १।"

भाजकः प्रथम भाज्यः

या २ रू २) याव १५ या ७ रू २˙ (या ५ रू १˙

याव १५ या १०

या २˙ रू २˙

या २˙ रू २˙

×

छेदः द्वितीय भाज्यः

या २ रू २) याव १५˙ या ७˙ रू २ (या ५˙ रू १

याव १५˙ या १०˙

या २ रू २

या २ रू २

×

हरः तृतीय भाज्यः

या २˙ रू २˙) याव १५˙ या ७˙ रू २ (या ५ रू १˙

याव १५˙ या १०˙

या २ रू २

या २ रू २

×

हरः चतुर्थ भाज्यः

या २˙ रू २˙) याव १५ या ७ रू २˙ (या ५˙ रू १

याव १५ या १०

या २˙ रू २˙

या २˙ रू २˙

×

"इत्यव्यक्तगुणन भजने।"

वर्गोदाहरणम्—

रूपैः षड्भिर्वर्जितानां चतुर्णा-
मव्यक्तानां ब्रूहि वर्गं सखे मे ।

वर्गोदाहरणं शालिन्यर्द्धेनाह, रूपैरिति । हे सखे ? रूपः अखण्ड-संख्याभिः (Whole number) षड्भिः वर्जितानां अव्यक्तानां चतुर्णां वर्गं मे ब्रूहि ।

"न्यासः । या ४ रू ६̇ जातो वर्गः याव १६ या ४८̇ रू ३६ ।"

समद्विघात इत्यादिना अपरेऽङ्गा द्विगुणान्त्य-निघ्नेत्यादिना च क्रिया प्रदर्श्यते—

या ४ रू ६̇	या ४ × या ४ = याव १६
या ४ रू ६̇	या ४ × २ × रू ६̇ = या ४८̇
याव १६ या २४̇	रू ६̇ × रू ६̇ = रू ३६ ।
+ या २४̇ रू ३६	याव १६ या ४८̇ रू ३६
याव १६ या ४८̇ रू ३६	

वर्गमूले (SQUARE ROOT) करणसूत्रं वृत्तम्

कृतिभ्य आदाय पदानि तेषां
द्वयोर्द्वयोश्चाभिहतिं द्विनिघ्नीम् ।

शेषात्त्यजेद्रूपपदं गृहीत्वा
चेत् सन्ति रूपाणि तथैव शेषम् ॥१०॥

वर्गमूलानयनमुपजात्याह कृतिभ्य इति । तेषामव्यक्तवर्गराशीनां मध्ये कृतिभ्यः पदानि मूलानि आदाय गृहीत्वा, द्वयोः द्वयोः मूलयोः अभिहतिं घातं द्विनिघ्नीं कृत्वा च शेषात् त्यजेत् । चेद् यदि रूपाणि सन्ति तदा, रूपपदं रूपराशेः पदं गृहीत्वा शेषं तथैव द्वयोर्द्वयोश्चाभिहतिं द्विनिघ्नीमित्यनेनैव कार्य्यम् । अत्रोपपत्तिः पाटुगणित वर्गमूलोपपत्तिवदेव ।

"पूर्व-सिद्धस्य मूलार्थं न्यासः । याव १६ ४८ रू ३६ लब्धं मूलं या ४ रू ६ ।"

क्रिया प्रदश्यते

याव १६ या ४८ रू ३६		या ४ रू ६ ।
याव १६ रू ३६		अथवा
या ४८		या ४ रू ६
या ४८		

"इत्यव्यक्त वर्ग-वर्गमूले । इत्यव्यक्त षड्विधम् ।"

नव्य-चिह्नमते कतिपय योग-वियोगोदा-
हरणान्यधः प्रदर्श्यन्ते

उदाहरणानि—

१।	२।	३।	४।
३क	—५क	५कख	५क—३ख
२क	—४क	—३कख	८क—५ख
५क	—३क	४कख	४क+२ख
७क	—८क	—२कख	—९क+५ख
१७क	—२०क	४कख	८क—ख

५। २अ^{२}+३कख—४ग+५
　—३अ^{२}+५कख+२ग^{२}—१०
　—५अ^{२}—८कख+५ग+७
　—अ^{२}—कख+३ग^{२}+२

६। अ+३क—२ख
　+२ग+२च
　२अ+५ख—४ग+घ
　३अ+३क+३ख—२ग+
　२च+घ= ३(अ+क+ख)
　+२(च—ग)*+घ

* यदि "च" मानतो 'ग" मानस्याधिक्यं स्यात्तदा—२ (ग—च) इत्येवं जायते। बन्धनीस्थी करणेऽन्यत्राप्येवं बोध्यम्।

७। क ख^{२}—ग ख^{३}—अ ख च ख^{२}+घ ख^{३}—ख	अत्र यदि अ=१ । क=२ ख=३ । ग=४ घ=५ । च=६ तदा

ख^{२} (क+च)+ख^{३} (घ—ग) =९ (२+६)
—(अ+१) ख +२७ (५—४)—३ (१+१)
=७२+२७—६=९३

एवं सर्व्वत्राव्यक्तमानतो व्यक्तमानानयने ज्ञेयम् ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि—

प्रतिप्रश्नगतानामेषां योगः कार्य्यः ।

१ । अ+क, अ+क ।

२ । अ+क, अ—क ।

३ । अ—क, अ—क ।

४ । क—ख+ग, क+ख—ग ।

५ । १—२ क+२ च, ३ क—२च +१ ।

६ । च+ज—च ज, २ च ज—३ च+२ ज ।

७ । ३ अ^{२}—४ इ^{२}, अ^{२}+इ^{२}, $\frac{३}{२}$ अ^{२}—$\frac{१}{२}$ इ^{२} ।

८ । कघ+२खघ—३गघ, $\frac{३}{२}$ कघ—$\frac{१}{२}$ खघ, $\frac{१}{२}$ कख+२गघ—कग ।

९। ५ कख^{२} + $\frac{५}{८}$ कख^{२}, $\frac{२}{३}$ कख^{२} — ४ कख^{२}।

१०। क^{२} — ३ कख — $\frac{१}{२}$ ख^{२}, २ ख^{२} — $\frac{३}{२}$ख^{३} + ग^{२},

क^{२} — ख^{३} $\frac{३}{२}$ ख + ग, २कख — $\frac{५}{३}$ ख^{३}

वियोगोदाहरणानि—

१। ख + कग
  ख — कग
  ———————
  २कग

२। ३ क — ४ ख + ६ ग
  क — २ ख + ९ ग
  ———————
  २क — २ ख — ३ ग

३। क^{२} + २ कख — ३ग^{२}
  २ क^{२} — ५ कख — ७ग
  ———————
  — क^{२} + ७ कख + ४ग^{२}

४। च^{३} — ३ च^{२} + ६ च — १०
  च^{३} — ४ च^{२} + ८ च — ९
  ———————
  च^{२} — २ च — १

५। $\frac{२}{३}$ क^{२} — $\frac{५}{४}$कख + $\frac{३}{२}$ ख^{२}
  — $\frac{१}{३}$ क^{२} — $\frac{१}{४}$ कख — $\frac{१}{२}$ ख^{२}
  ———————
  $\frac{२}{३}$ + $\frac{१}{३}$ = १। $\frac{५}{४}$ — $\frac{१}{४}$
  = १। $\frac{३}{२}$ + $\frac{१}{२}$ = २।
  ∴ क^{२} — कख + २ख^{२}

६। कघ^{३} — खघ^{२} + घ
  गघ^{३} — चघ^{२} + जघ
  ———————
  घ^{३} (क — ग) — (ख — च)घ^{२}
  + (१ — ज)घ

अभ्यासार्थमुदाहरणानि—(५)

प्रतिप्रश्नस्थ द्वयोराश्योर्वियोगः क्रियताम्—

१। क + अ — ख — ५ ग, अ + ८ ख — ५ ग।

२। २ कअ + खइ — ग, कअ — खइ + ग।

३। २ अइ + अ^{२} + इ^{२}, अइ — अ^{२} + इ^{२}।

४। — कख + गक — घख, — ३ कख — २ गक — घख।

५। ५ कखग — २ कख — ३ कग, २ कखग + कख + १।

६। $\frac{३}{२}$कख $\frac{१}{३}$ खग + $\frac{२}{३}$, $\frac{१}{३}$ कख + $\frac{२}{३}$ खग — $\frac{१}{२}$।

बन्धनीस्थ राशीनां सङ्कलन-व्यवकलने।

राशीनां बन्धनीस्थो करणोपायस्तथा बन्धनास्थ राशीनां सरलता सम्पादनोपायश्च लीलावत्याः टीकायां मया प्रदर्शितः। तेनोपायेन क + ख + ग = क + (ख + ग)।

क + ख — ग = क + (ख — ग)

क — ख — ग = क — (ख + ग)।

क — ख + ग = क — (ख — ग)। वा (क + ग) — ख

उदाहरणानि—

१। २ क = क + क = क + ख + क — ख = (क + ख) + (क — ख)।

२। २ ख = क + ख — क + ख = (क + ख) — (क — ख)।

३। अ—(इ—अ)—{इ—(अ—इ)}
अ—इ+अ—इ+अ—इ
=३ अ—३ इ।

४। १—{१—($\overline{\text{१—१—क}}$)}
=१—१+१—१+क=क।

५। —[—{—(—क)}]= +{—(—क)}
= —(—क)=क।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि—(६)

१। कअ—खइ+अ+इ+(क—१) अ—(ख+१) इ।

२। १—(१—$\overline{\text{१—अ}}$)+२अ—(३—५अ)+२—(—४+५ अ)।

३। (क+ख) अ+(ख+ग) इ, (क—ख)अ—(ख—ग) इ। अनयोरन्तरं कार्य्यम्।

४। (क^{२}+खग^{२})अ^{२}—(क^{२}—ग^{२}) खअ, खगअ^{२}—(क^{२}—ख^{२}) खअ अनयोरन्तरं समाधानीयम्।

५। क—{ इ—(२ ख+अ)} + {ख—(अ—२ख)}

६। अ—{अ+इ—[अ+इ+क—(अ+इ+क+ख)]}

अथानेकवर्णषड्विधम् ।

तत्र संकलनव्यवकलनोदाहरणम्—

यावत्तावत्-कालक-
नीलक-वर्णा स्त्रिपंचसप्त-धनम् ।
द्वित्र्येकमितैः क्षयगैः
सहिता-रहिताः कति स्युस्तैः ॥ १ ॥

अनेक-वर्ण संकलनादि षड्विधं विवक्षुः प्रथमं तावत् संकलन-व्यवकलनोदाहरणमार्ययाह यावत्तावदिति । यावत्तावत्-कालक नीलक वर्णाः क्रमेण त्रि-पञ्च-सप्त संख्यकाः धनराशयः । ते द्वित्र्येकमितैः क्षयगैः तैः क्रमेण यावत्तावत् कालक-नीलक-वर्णैः सहिताः रहिताश्च कति स्युरिति पृथग् वद ।

"न्यासः या ३ का ५ नी ७ । या २̇ का ३̇ नी १̇ । योगे जातं या १ का २ नी ६ । वियोगे जातं या ५ का ८ नी ८ ।"

योगोऽन्तरं तेष्विति नियमेन संशोध्यमानं स्वमृणत्वमित्यादि

योगे कृते						नियमेन वियोगे कृते					
या	३	का	५	नी	७	या	३	का	५	नी	७
या	२̇	का	३̇	नी	१̇	या	२̇	का	३̇	नी	१̇
या	१	का	२	नी	६	या	५	का	८	नी	८

"इत्यनेकवर्ण-सङ्कलन-व्यवकलने"

गुणनादिरुदाहरणम्—

यावत्तावत्त्रयमृण मृणं कालकौ नीलकः स्वं
रूपेणाढ्या द्विगुणितमितैः स्तैः तु तै रेव निघ्नाः ।
किं स्यात्तेषां गुणनजफलं गुणयभक्तं च किं स्याद्-
गुण्यस्याथ प्रकथय कृतिं मूलमस्याः कृतेश्च ॥ १ ॥

गुणनादिचतुष्टयोदाहरणानि मन्दाक्रान्तयाह यावत्तावदिति यावत्तावत्-त्रयं ऋणं कालकौ कालकद्वयं ऋणं नीलकः एको नीलकः स्वं एते रूपेण एकेन आढ्याः सन्ति । ते राशयः द्विगु-णितमितैः तैः पूर्वोक्त-संख्यामितैः यावत्तावत् कालक-नीलकैः निघ्नाः गुणिताः सन्तः किं फलं स्यात् । तेषा-मङ्कानां गुणनज फलं गुण्य-भक्तं गुण्याङ्केन विभक्तञ्च किं फलं भागफलं स्यादिति कथय । अथ गुण्यस्य कृतिं वर्गञ्च कथय, ततोऽस्याः कृतेः मूलं च प्रकथय ।

न्यासः । गुण्यः	या ३ं	का २ं	नो १	रू १
गुणकः	या ६ं	का ४ं	नो २	रू २

गुणिते जातं याव १८ काव ८, नोव २ याकाभा २४ यानोभा १२ं कानोभा ८ं या १२ं का ८ं नो ४ रू २ ।

क्रिया प्रदर्श्यते—

या ६̇ × या ३̇ का २̇ नो १ रू १ = या^{२} १८ याका १२ यानो ६̇ या ६̇

का ४̇ × या ३̇ का २̇ नो १ रू १ = याका १२ का^{२} ८ कानो ४̇ का ४̇

नो २ × या ३̇ का २̇ नो १ रू १ = यानो ६̇ कानो ४̇ नो^{२} २̇ नो २

रू २ × या ३̇ का २̇ नो १ रू १ = या ६̇ का ४̇ नो २ रू २

या^{२} १८ + का^{२} ८ + नो^{२} २ + याका २४ + नो ४ + रू २ — यानो १२ — कानो ८ — या १२ — का ८

अभ्यासार्थं गुणनोदाहरणानि—(७)

अधस्तनानां प्रतिप्रश्नस्थानां राशीनां गुणफलं निर्णेयम्।

१। क + ख + ग, क + ख − ग।

२। अ − क, अ − ख, अ − ग।

३। क + ६, क − ७, क + ८।

४। अ^{३} − क अ^{२} + ख अ − ग अ, अ^{२} − प अ + फ।

५। क^{२} + क अ + अ^{२}, क − क अ + अ^{२}।

"अस्मादेव गुणनफलाद् गुण्येनानेन या ३̇ का २̇ नो १ रू १ भक्तादाप्तो गुणकः या ६̇ का ४̇ नो २ रू २।"

भाजकः — भाज्यः — फलम्

या ३ का २ नी १ रू १) या १८ ^{२} याका २४ यानी १२ या १२ का ८ ^{२} कानो ८ का ८ नी ^{२} २ नी ४ रू २ (या ६ का ४ नी २ रू २

या १८ ^{२} याका १२ यानी ६ या ६

याका १२ यानी ६ या ६ का ८ ^{२} कानो ८ का ८

याको १२ का ८ ^{२} कानो ४ का ४

यानी ६ या ६ का ४ कानो ४ नी ^{२} २ नी ४

यानी ६ कानो ४ नी ^{२} २ नी २

या ६ का ४ नी २ रू २

या ६ का ४ नी २ रू २

"इत्यनेकवर्णं गुणन भजने"

गुणने पृथक् प्रतिराशि-सिद्धानां बहूनां गुणनज-फलानां संयोगे समयोर्धनर्णयोराश्योर्नाशे गुणफलं स्वल्पराशिकं भवेत्, तत्र भागक्रिया बुद्धिमता विविच्य सम्पादनीया ।

१। भागोदाहरणम्—

$$\text{प} - १ \,)\, \text{प}^{३} - १ \,(\, \text{प}^{२} + \text{प} + १$$

$$\text{प}^{३} - \text{प}^{२}$$

$$\text{प}^{२} - १$$

$$\text{प}^{२} - \text{प}$$

$$\text{प} - १$$

$$\text{प} - १$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि—(८)

अधस्तन प्रतिप्रश्नस्थद्वयो राश्योर्भागफलं निर्णेयम् ।

१ । कग + कघ + खघ, क + ख ।

२ । $\text{अ}^{३} - \text{इ}^{३}$, अ − इ ।

३ । $\text{अ}^{४} - \text{इ}^{४}$, अ − इ ।

४ । $\text{फप}^{३} + २\,\text{प}^{२}\text{फ}^{२} - २\,\text{प}\,\text{फ}^{३} - २\text{फ}^{४}$, प − फ ।

५ । $२\,\text{क}^{२} + ५\,\text{कख} - ६\,\text{कग} + ३\,\text{ख}^{२} - ७\,\text{खग} + ४\,\text{ग}$,

क + ख − ग ।

"पूर्वगुण्यस्य वर्गार्थं न्यासः। या ३ं का २ं नो १ रू १। जातो वर्गः याव ९ काव ४ नीव १ याकाभा १२ यानीभा या ६ं कानीभा ४ं या ६ं का ४ं नी २ रू १। वर्गादस्मान्मूलम् या ३ं का २ं नी १ रू १।"

समद्विघातः कृतिरिति क्रिया प्रदश्यते—

−या ३ −का २ + नो १ + १

−या ३ −का २ + नो १ + १

या^{२} ९ + या का ६ − यानो ३ − या ३

+ याका ६ + का^{२} ४ − कानी २ − का २

− यानी ३ − कानी २ + नी^{२} १ + नी १

−या ३ − का २ + नो १ + १

या^{२} ९ + का^{२} ४ + नो^{२} १ + याका १२ − यानो ६

− कानो ४ − या ६ − का ४ + नो २ + १

स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्ना इत्यादिना वाऽयमेव सिध्यति वर्गः।

वर्गमूल साधने तु अस्मिन् वर्ग राशौ या^{२} ९, का^{२} ४, नो^{२} १, १ एते चत्वारो वर्गराशयः सन्ति। एतेषां क्रमेण मूलानि या३, वा—या३, का२, वा—का२, वा—का२ नी १, वा —नी १,१ वा—१। शेषराशीनां धनर्णत्वं विविच्य मूलानां

धनर्णत्वमवधारणीयम्। मूलयोर्द्वयोर्द्वयोरभिहतिं द्विनिघ्नीं कृत्वा शेषात् याका १२ – यानो ६ – कानो ४ – या ६ – का ४ + नो २ अस्माच्छोधने निःशेषं भवतोति मूलं – या ३ – का २ + नी १ + १।

"इत्यनेकवर्णं षड़्विधम्।"

धनादिविषयक–नियमाः

Rules for cube and higher powers.

अत्र भास्कराचार्येण अव्यक्त सङ्कलन-व्यवकलन-गुणन-भजन-वर्ग-वर्गमूलानीति षड़्विध-गणित मुक्तम्, घनादि-साधनार्थमत्र किञ्चिदुच्यते।

संख्या यावत् कृत्वः तयैव संख्यया गुण्यते तावत्तम-संख्यका तस्य शक्तिरिति भन्यते। क × क = क इत्यस्य वर्गो द्वितोयशक्तिर्व्वा। क × क × क = क इत्यस्य घनः तृतोय-शक्तिर्व्वा। क × क × क × क = क इत्यस्य वर्गवर्गश्चतुर्थ-शक्तिर्वा। एवं हि घन-घन इति पञ्चमशक्तिः। यदि अभि-लषित संख्यामित वारान् गुण्यते तदा तस्याः संख्यायाः अभि-लषित शक्तिरिति निगद्यते नवोनैः। $क^{स}$ इति तु क संख्यायाः "स" मिताभिलषित शक्तिरिति बुध्यते।

$$\begin{array}{l} \text{क} + \text{ख} \\ \underline{\text{क} + \text{ख}} \\ \text{क}^{२} + २\,\text{कख} \\ \underline{\quad + \text{कख} + \text{ख}^{२}} \\ \text{क}^{२} + २\,\text{कख} + \text{ख}^{२} \end{array}$$

। इति तु $(\text{क}+\text{ख})^{२}$ इत्यस्य वर्गो द्वितीयशक्तिर्वा।

$$\begin{array}{l} \underline{\text{क}+\text{ख}} \\ \text{क}^{३} + २\,\text{क}^{२}\text{ख} + \text{कख}^{२} \\ \underline{\quad + \text{क}^{२}\text{ख} + २\,\text{ख}^{२}\text{क} + \text{ख}^{३}} \\ \text{क}^{३} + ३\,\text{क}^{२}\text{ख} + ३\,\text{ख}^{२}\text{क} + \text{ख}^{३} \end{array}$$

इति तु $(\text{क}+\text{ख})^{३}$ इत्यस्य घनस्तृतीयशक्तिर्वा।

अथवा $\text{क}^{३} + \text{ख}^{३} + ३\,\text{कख}\,(\text{क}+\text{ख})$।

अथवा $\text{क}^{३}+\text{ख}^{३}+३\,(\text{क}^{२}\text{ख}+\text{ख}^{२}\text{क})$।

एवं हि

$$(\text{क}+\text{ख})^{४} = \text{क}^{४} + ४\,\text{क}^{३}\text{ख} + ६\,\text{क}^{२}\text{ख}^{२} + ४\,\text{ख}^{३}\text{क} + \text{ख}^{४}$$ ।

$$(\text{क}+\text{ख})^{५} = \text{क}^{५} + ५\,\text{क}^{४}\text{ख} + १०\,\text{क}^{३}\text{ख}^{२} + १०\,\text{क}^{२}\text{ख}^{३} + ५\,\text{ख}^{४}\text{क} + \text{ख}^{५}$$ ।

$$(\text{क}+\text{ख})^{६} = \text{क}^{६} + ६\,\text{क}^{५}\text{ख} + १५\,\text{क}^{४}\text{ख}^{२} + २०\,\text{क}^{३}\text{ख}^{३} + १५\,\text{क}^{२}\text{ख}^{४} + ६\,\text{ख}^{५}\text{क} + \text{ख}^{६}$$ ।

पूर्वं प्रदर्शित नियमेन $(-क)^{२} = +क^{२}$ । $(-क)^{३} = -क^{३}$ ।

$(क-ख)^{२} = क^{२} - २कख + ख^{२}$ ।

$(क-ख)^{३} = क^{३} - ३क^{२}ख + ३ख^{२}क - ख^{३}$ ।

अथवा $क^{३} - ख^{३} - ३कख(क-ख)$ ।

वा $क^{३} - ख^{३} - ३(क^{२}ख - ख^{२}क)$

$(क-ख)^{४} = क^{४} - ४क^{३}ख + ६क^{२}ख^{२} - ४ख^{३}क + ख^{४}$ ।

$(क-ख)^{५} = क^{५} - ५क^{४}ख + १०क^{३}ख^{२} - १०ख^{३}क^{२} + ५ख^{४}क - ख^{५}$

$(क-ख)^{६} = क^{६} - ६क^{५}ख + १५क^{४}ख^{२} - २०क^{३}ख^{३} + १५क^{२}ख^{४}$

$- ६ख^{५}क + ख^{६}$ ।

अनेनेद मवगम्यते यत्र यत्र ऋण-राशि रेक-शक्तिरर्थात् राशि-मित-संख्या, तृतीयशक्तिः, पञ्चम शक्ति रित्यादयोऽयुग्म-शक्तयो वर्त्तन्ते तत्र तत्र राशयः ऋणगताः अन्यत्र धनगता-भवन्ति । बहूना ऋणराशीनां शक्तिसाधने यत्र एकस्य ऋणराशे-र्युग्मशक्तिरपरस्य चायुग्म शक्ति र्वर्त्तते, तत्रापि राशि ऋणगत एव भवति ।

बहुराशिक-संख्यायाः शक्ति-साधनम् —

बहु-राशिकसंख्यायाः शक्तिसाधनेऽपि अयमेव नियमो ज्ञेयः ।

तद्यथा—

$(क+ख+ग)^{२}=क^{२}+ख^{२}+ग^{२}+२कख+२कग+२खग$ ।

$=क^{२}+ख^{२}+ग^{२}+२क(ख+ग)+२खग$ ।

$(क+ख+ग+घ)^{२}=क^{२}+ख^{२}+ग^{२}+घ^{२}+२कख+२कग+२कघ+२खग+२खघ+२गघ$

$=क^{२}+ख^{२}+ग^{२}+घ^{२}+२क(ख+ग+घ)+२ख(ग+घ)+२गघ$ ।

$(क+ख+ग)^{३}=क^{३}+ख^{३}+ग^{३}+३क^{२}ख+३क^{२}ग+३ख^{२}क+३ख^{२}ग+३ग^{२}क+३ग^{२}ख+६कखग$ ।

$=क^{३}+ख^{३}+ग^{३}+३(क^{२}ख+क^{२}ग+ख^{२}क+ख^{२}ग+ग^{२}क+ग^{२}ख)+६कखग=क^{३}+ख^{३}+ग^{३}+३\{क^{२}(ख+ग)+ख^{२}(क+ग)+ग^{२}(क+ख)\}+६कखग$

एवं त्रि चतुरादि प्रक्तिसाधने ऽप्यवगन्तव्यम् ।

$(क-ख-ग)^{२}=क^{२}+ख^{२}+ग^{२}-२कख-२कग+२खग$ ।

$(क-ख-ग)^{३}=क^{३}-ख^{३}-ग^{३}-३क^{२}ख-३क^{२}ग+३ख^{२}क-३ख^{२}ग+३ग^{२}क-३ग^{२}ख+६कखग$ ।

$$(\text{क}+\text{ख}-\text{ग})^{\text{२}}=\text{क}^{\text{२}}+\text{ख}^{\text{२}}+\text{ग}^{\text{२}}+\text{२}\ \text{कख}-\text{२कग}-\text{२खग}$$

$$=\text{क}^{\text{२}}+\text{ख}^{\text{२}}+\text{ग}^{\text{२}}+\text{२क}(\text{ख}-\text{ग})-\text{२खग}$$

$$=\text{क}^{\text{२}}+\text{२क}(\text{ख}-\text{ग})+\text{ख}^{\text{२}}+\text{ग}^{\text{२}}-\text{२खग}\ \text{।}$$

$$=\text{क}^{\text{२}}+\text{२क}(\text{ख}-\text{ग})+(\text{ख}-\text{ग})^{\text{२}}$$

$$=\left\{\text{क}+(\text{ख}-\text{ग})\right\}^{\text{२}}$$

अथवा $\text{क}^{\text{२}}+\text{ख}^{\text{२}}+\text{२}\ \text{कख}+\text{ग}^{\text{२}}-\text{२}\ \text{कग}-\text{२}\ \text{खग}=(\text{क}+\text{ख})^{\text{२}}$

$$+\text{ग}^{\text{२}}-\text{२ग}(\text{क}+\text{ख})=\left\{(\text{क}+\text{ख})-\text{ग}\right\}^{\text{२}}$$

एवमेव नियमेन बहुराशीनां वर्गसाधने तान् यथेच्छं खण्डद्वयेन विभज्य वर्गसाधनं सुगमम्। भास्करेणापि खण्डद्वयेन बहुराशीनपि विभज्य खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वेति वर्गसाधन-नियमो लीलावत्यां सन्निविष्टः।

$$(\text{क}-\text{ख}-\text{ग}+\text{घ})^{\text{२}}=\text{क}^{\text{२}}+\text{२}\ \text{क}(\text{घ}-\text{ख}-\text{ग})$$

$$+\text{ख}^{\text{२}}-\text{२}\ \text{ख}(\text{घ}-\text{ग})$$

$$+\text{ग}^{\text{२}}-\text{२}\ \text{गघ}$$

$$+\text{घ}^{\text{२}}$$

$$= \left\{ क+(घ-ग-ख) \right\}^{२} = \left\{ (क-ख)+(घ-ग) \right\}^{२}$$

$$= \left\{ (क-ख-ग)+घ \right\}^{२}$$

एवमेव यथेच्छं खण्डद्वयेन राशीन् विभज्य वर्गः साध्यः। बहुराशीनां घनस्यापि खण्डद्वयेन राशीन् विभज्य साधनं सुगमम्। तद् यथा—

$$(क+ख+ग)^{३} = \left\{ (क+ख)+ग \right\}^{३} = \left\{ क+(ख+ग) \right\}^{३}।$$

$$\left\{ (क+ख)+ग \right\}^{३} = (क+ख)^{३} + ३(क+ख)^{२}ग + ३ग^{२}(क+ख) + ग^{३}।$$

$$\left\{ क+(ख+ग) \right\}^{३} = क^{३} + ३क^{२}(ख+ग) + ३(ख+ग)^{२}क + (ख+ग)^{३}$$

उभयत्र फलं सममेव। विद्यार्थिभिः खण्डान् विस्तार्य सम्यगवलोकनीयम्।

$$(क+ख+ग)^{३} = क^{३}+ख^{३}+ग^{३}+३(क^{२}ख+क^{२}ग+ख^{२}क+ख^{२}ग+ग^{२}क+ग^{२}ख)+६ कखग$$

इति तु उभयत्रैव घटत इति।

$$(१+\frac{१}{२}क+\frac{१}{३}क^{२})^{२}=१+क+\frac{२}{३}क^{२}$$
$$+\frac{१}{४}क^{२}+\frac{१}{३}क^{३}$$
$$+\frac{१}{९}क^{४}$$

$$१+क+(\frac{२}{३}+\frac{१}{४})क^{२}+\frac{१}{३}क^{३}+\frac{१}{९}क^{४}$$
$$=१+क+\frac{११}{१२}क^{२}+\frac{१}{३}क^{३}+\frac{१}{९}क^{४}$$

एवं हि भग्नांशराशे वंर्गादिकं साध्यम् ।

वर्गयोगादि साधनम् ।

$$(क+ख)^{२}=क^{२}+२\,कख+ख^{२}।$$

$$(क^{२}+ख^{२})=(क^{२}+२\,कख+ख^{२})-२\,कख$$
$$=(क+ख)^{२}-२\,कख।$$

अथवा $(क-ख)^{२}=क^{२}-२\,कख+ख^{२}$

$$(क^{२}+ख^{२})=क^{२}-२\,कख+ख^{२}+२\,कख$$
$$=(क-ख)^{२}+२\,कख।$$

अतएव लीलावत्यां भास्करः राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्नघाते युते तयोर्वर्गयोगः भवेदिति ।

$(क-ख)^2 = क^2 + ख^2 - २ कख$ ।

$क^2 + ख^2 = (क^2 + ख^2 - २ कख) + २ कख$ ।

$(क+ख)^2 = क^2 + ख^2 + २ कख$ ।

$\therefore (क+ख)^2 = (क-ख)^2 + ४ कख$ ।

एवमेव

$(क-ख)^2 = (क+ख)^2 - ४ कख$ ।

अतएव वीजगणिते भास्करः—चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरं राश्यन्तरकृते तुल्यमिति ।

$(क-ख)क = क^2 - कख$ । $(क-ख)ख = कख - ख^2$

$(क+ख)(क-ख) = क^2 - कख + कख - ख^2 = क^2 - ख^2$

अतएव लीलावत्यां भास्करः तयोर्योगान्तराहतिर्वर्गान्तरं भवेदेवमिति ।

पूर्व्वमेव प्रदर्शितम्—

$(क+ख)^3 = क^3 + ३ क^2ख + ३ ख^2क + ख^3$ ।

अथवा $= क^3 + ख^3 + ३ कख(क+ख)$ ।

तदा $क^3 + ख^3 = \{ क^3 + ख^3 + ३ कख(क+ख) \}$

$- ३ कख(क+ख) = (क+ख)^3 - ३ कख(क+ख)$ ।

अतएव मत्सूत्रम् ।

खण्डद्वयस्याभिहतिर्गुणघ्नी
तत्खण्डयोगेन पुनर्हता च ।
राशेर्घनात् प्रोह्य च खण्डयोः स्यात्
तुल्या घनैक्यस्य च सर्वदैव ॥

$$(क—ख)^{3} = क^{3} — ३ क^{2}ख + ३ ख^{2}क — ख^{3}$$

$$अथवा = क^{3} — ख^{3} — ३ कख (क—ख)$$

$$\therefore क^{3} — ख^{3} = \left\{ क^{3} — ख^{3} — ३ कख (क—ख) \right\} + ३ कख (क—ख)$$

$$= (क—ख)^{2} + ३ कख (क—ख)$$

अतएव मयोच्यते सूत्रम् ।

खण्डान्तरघ्नः खलु खण्ड-घातः
पुनर्हुताशैर्विहतः फलं यत् ।
घनेन खण्डान्तरकस्य युक्तं
घनान्तरं खण्डकयोर्भवेत्तत् ॥

$$(क^{2} + कख + ख^{2})\, क = क^{3} + क^{2}ख + ख^{2}क \text{ ।}$$

$$(क^{2} + कख + ख^{2})\, (—ख) = — क^{2}ख — ख^{2}क — ख^{3}$$

$$(क^{2} + कख + ख^{2})\, (क—ख) = क^{3} — ख^{3} \text{ ।}$$

$$= \left\{ (\text{क}+\text{ख})^{२} - \text{कख} \right\} (\text{क}-\text{ख}) = \text{क}^{३} - \text{ख}^{३} ।$$

अतएव मत्सूत्रम्

अथवा खण्डयोर्घात विहीनं राशिवर्गकं ।
खण्डान्तरेण गुणितं खण्डयोर्घनकान्तरम् ॥

बहुराशीनां वर्गादिकमपि अनयैव युक्त्या बुद्धिमता साध्यम् तद्यथा—

$$(\text{क}+\text{ख}+\text{ग})^{२} = \text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+\text{ग}^{२}+२\,(\text{कख}+\text{कग}+\text{खग})$$

$$२\,(\text{कख}+\text{कग}+\text{खग}) = \text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+\text{ग}^{२}+२\,(\text{कख}+\text{कग}+\text{खग}) - \text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+\text{ग}^{२}$$

$$= (\text{क}+\text{ख}+\text{ग})^{२} - (\text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+\text{ग}^{२}) .$$

$$\therefore \text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+\text{ग}^{२} = (\text{क}+\text{ख}+\text{ग})^{२} - २\,(\text{कख}+\text{कग}+\text{खग})$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (९)

अधस्थराशीनां वर्गः साध्यः ।

१ । $२\,\text{कख}$ । २ । $\text{कख}+१$ । ३ । $२-\text{क}$ ।

४ । $\text{अ} - \frac{\text{क}}{२}$ । ५ । $-७\,\text{कख}^{२}\text{ग}^{२}$ । ६ । $\frac{-२\,\text{कख}^{२}}{२\,\text{क}^{२}}$

अधस्थानां घनः (तृतीयशक्तिः) साध्यः ।

१ । $३ अ^{२} इ^{३} उ$ २ । $२ कख + ३ ग$ ।

३ । $अ^{२} - अ + १$ ।   ४ । $१ - २ अ + \frac{१}{८}$ ।

५ । $\frac{अ}{२ क} - \frac{क^{२}}{अ}$ ।

अधस्थानां वर्गवर्गः (चतुर्थशक्तिः) साध्यः ।

१ । $कख - ग$ ।   २ । $२ - क$ ।   ३ । $५ - ७ क$ ।

४ । $\frac{१}{२} + १२$ ।   ५ । $अ - \frac{६}{५}$

अधस्थानां पञ्चमशक्तिः साध्यताम् ।

१ । $ख + २$ ।   २ । $१ - अ$ ।   ३ । $क - ख + ग$

शक्तियुक्तराशीनां मूलाकर्षणम् ।

मूलाकर्षणम् हि शक्तिसाधनस्य विपरीत क्रिया ।

$क^{२}$ = कमित राशेर्वर्गो नाम द्वितीयशक्तिः साध्या ।

$\sqrt{क^{२}} = \sqrt[२]{क^{२}} = क$ = कमितराशे द्वितीयशक्ति-युक्तस्य $क^{२}$ राशे-र्वर्गमूलं नाम द्वितीय मूलं अर्थात् यस्यराशे द्वितीयशक्तिः $क^{२}$ । स राशिनिर्णयः तदा राशिः = क । तथा $क^{३}$ =

कमित राशेर्घनो नाम तृतीयशक्तिः साध्यः $\sqrt[3]{\text{क}^{3}} = \text{क}$ ।

यस्य राशेस्तृतीयशक्तिः क^{3} । स राशिर्निर्णेयः । अर्थात् क^{3}-मित राशेर्घनमूलं नाम तृतीयमूलं साध्यम् । तदा राशिः = क ।

$\sqrt[4]{\ }$ चतुर्थमूलं $\sqrt[स]{\ }$ = स तममूलं इत्यादि क्रमेण ज्ञेयम् ।

अत्र नियमः ।

शक्तिसूचक संख्यां मूलश्रेणीसूचक संख्यया निःशेषं विभज्य यल्लभ्यते तद्गुणिताव्यक्ता राशिर्मूलं भवेत् । यथा ।

$$\sqrt[2]{\text{क}^{2}} = \text{क} \text{ ।} \qquad \sqrt[3]{\text{क}^{3}} = \text{क} \text{ ।}$$

$$\sqrt[2]{\text{क}^{6}} = \text{क}^{3} \text{ ।} \quad \sqrt[3]{\text{क}^{6}} = \text{क}^{2} \text{ ।} \quad \sqrt[3]{\text{क}^{12}} = \text{क}^{4} \text{ ।}$$

$$\sqrt[\text{स}]{\text{क}^{\text{वस}}} = \text{क}^{\text{व}}$$ इत्यादि ।

यदि निःशेषं न विभज्यते तदा मूलं रूपराशिर्न भवतीति करणीगतो राशिः स्यात् । करणीचिह्नं नव्यैरेव व्यवह्रियते । यथा

$\sqrt{\text{क}}$ वा $\text{क}^{\frac{१}{२}}$ = क मित राशेर्वर्गमूलम् ।

एव हि $\sqrt[३]{\text{क}} = \text{क}^{\frac{१}{३}}$ = क मित राशेर्घनमूलम् ।

$\sqrt[४]{\text{क}} = \text{क}^{\frac{१}{४}}$ = क संख्यक राशेः चतुर्थ मूलम् ।

$\sqrt[\text{स}]{\text{क}} = \text{क}^{\frac{१}{\text{स}}}$ = क मित राशेः स तममूलं इत्यादि ।

धनर्णतायां विशेषः ।

पूर्व्वं प्रदर्शितं धनराशेः ऋणराशेर्वा वर्गः चतुर्थशक्ति षष्ठशक्ति रित्यादिषु युग्मशक्तिषु राशयो धनगता भवन्ति । धनराशे र्घनः पञ्चमशक्तिः सप्तमशक्ति रित्यादिषु अयुग्मशक्तिषु राशयो धनगताः ऋणराशेस्तु ऋणगता भवन्ति । तेन च धनराशे र्वर्गमूलादि युग्ममूलं धनगतं ऋणगतञ्च स्यात् । धनराशेर्घनाद्ययुग्ममूलं धनं, ऋणराशेर्घनाद्ययुग्ममूलं ऋणं स्यादिति ।

$\sqrt{\text{क}^{२}} = \pm\text{क}$ ।

$\sqrt[३]{\text{क}^{३}} = \text{क}$ । $\sqrt[३]{-\text{क}^{३}} = -\text{क}$ ।

अतः $\sqrt[४]{(\text{क}+\text{ख})^{८}} = (\text{क}+\text{ख})^{२}$ इत्यादि।

भग्नांशस्य वर्गमूलादिकमपि एवं भवेत्। तद् यथा।

$$\sqrt{\frac{९\text{अ}^{२}}{४\text{क}^{२}}} = \frac{\sqrt{९\text{अ}^{२}}}{\sqrt{४\text{क}^{२}}} = \frac{३\text{अ}}{२\text{क}}$$

$$\sqrt[३]{\frac{८\text{क}^{३}\times \text{ख}^{३}}{२७}} = \frac{\sqrt[३]{८\text{क}^{३}\times ८\text{ख}^{३}}}{\sqrt[३]{२७}} = \frac{२\ \text{कख}}{३}\text{।}$$

यो वृहद् राशिर्बहूनां लघु राशीनां गुणनेन जात स्तस्य मूलार्थमादौ राशिं लघुराशिषु विभज्य, तेषां विभज्यानां मूलानि पृथक् पृथङ् निर्णेयानि, मूलानां गुणफलं तस्यैव वृहद्राशेर्मूलं। तद् यथा।

$$\sqrt{\text{क}^{२}\cdot\text{ख}^{४}\cdot\text{ग}^{८}} = \sqrt{\text{क}^{२}}\times\sqrt{\text{ख}^{४}}\times\sqrt{\text{ग}^{८}} = \text{क}\cdot\text{ख}^{२}\cdot\text{ग}^{४}$$

$$\sqrt[३]{\text{क}^{३}\cdot८\text{ख}^{३}} = \text{क}\cdot२\text{ख}\text{।}\quad \sqrt[५]{\text{क}^{५}\cdot\text{ख}^{१५}\cdot\text{ग}^{१०}} = \text{क}\cdot\text{ख}^{३}\cdot\text{ग}^{२}\text{।}$$

उदाहरणम्।

$\text{क}^{६} - ६\,\text{क}^{३}\text{ख}^{२} + ९\,\text{ख}^{४}$ अस्य वर्गमूलं निर्णेयम्—

क^{६} − ६ क^{३} ख^{२} + ९ ख^{४} (क^{३}

क^{६}

२क^{३}) −६ क^{३} ख^{२} (−३ख^{२}

−६ क^{३} ख^{२}

+९ ख^{४}

+९ ख^{४}

०

निर्णयं मूलम् क^{३} − ३ख^{२}।

उदाहरणम्।

८ − ३६अ + ५४अ^{२} − २७अ^{३} अस्य घनमूलं साध्यम्—

८ − ३६ अ + ५४ अ^{२} − २७अ^{३} (२

८

---

१२) − ३६ अ (—३अ

− ३६ अ

+ ५४ अ^{२}

+ ५४ अ^{२}

− २७ अ^{३}

− २७ अ^{३}

०

निर्णय घनमूलम् २ — ३अ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१०)

अधोलिखित राशीनां वर्गमूलानि साध्यानि ।

१। $९क^२ख^४$ । २। $१ + क^२ - २क$ ।

३। $अ^२ + \frac{१}{अ^२} - २$ । ४। $\frac{४अ^२ - ४अ + १}{९क^२ + ६क + १}$

५। $(क-ख)^४ - २(क^२+ख^२)(क-ख)^२ + २(क^४+ख^४)$

अधस्थानां राशीनां घनमूलानि निर्णेयानि ।

६। $१२५क^३ - ३०० क^२ख + २४० अ ख^२ - ६४ ख^३$

७। $अ^६ + ३अ^५ - ५अ^३ + ३अ - १$

८। $\frac{क^३ग^३}{ख^३} . घ^५ - \frac{३क^२ग}{ख} . घ^४ + \frac{३कख}{ग} . घ^४ - \frac{ख^३}{ग^३} . घ^३$ ।

महत्तमापवर्तन-साधनम्

व्यक्त राशीनां गरिष्ठ-साधारण-गुणनीयकापर नामक महत्तमापवर्त्तन-साधनोपायो मया लीलावतीटीकायां प्रकटितः । अव्यक्तराशीनामपि स एव नियमो ज्ञेयः । तद् यथा—

प्रथमोदाहरणम्

$अ^{२} + २अ + १$, $अ^{३} + २अ^{२} + २अ + १$ अनयो र्महत्तमापवर्त्तनं साध्यम् तदा—

$$अ^{२}+२अ+१ \;)\; अ^{३}+२अ^{२}+२अ+१ \;(\; अ$$
$$अ^{३}+२अ^{२}+अ$$
$$\overline{\qquad}$$
$$अ+१ \;)\; अ^{२}+२अ+१ \;(\; अ+१$$
$$अ^{२}+२अ+१$$
$$\overline{\qquad}$$
$$०$$

अतोऽनयो राश्योर्महत्तमापवर्त्तनम् अ + १ ।

यत्र खण्डे महत्तमापवर्त्तनांशो नास्ति कदाचित् कार्य्य-सम्पादन-सौकर्य्यार्थं तस्य परित्यागेनापि महत्तमापवर्त्तनं स्थूलतो निर्णीयते ।

अन्योदाहरणम्

$क^{४} - ख^{४}$, $क^{३} - क^{२}ख - ख^{२}क + ख^{३}$ अनयो र्महत्तमापवर्त्तनं निर्णयम्—

$$क^{३} - क^{२}ख - ख^{२}क + ख^{३} \Big) \; क^{४} - ख^{४} \; \Big(\; क + ख$$

$$क^{४} - क^{३}ख - क^{२}ख^{२} + ख^{३}क$$

$$क^{३}ख + क^{२}ख^{२} - ख^{३}क - ख^{४}$$

$$क^{३}ख - क^{२}ख^{२} - ख^{३}क + ख^{४}$$

$$२क^{२}ख^{२} - २ख^{४}$$

$$२क^{२}ख^{२} - २ख^{४} = २ख^{२}(क^{२} - ख^{२})$$

महत्तमापवर्त्तन साधनार्थं "परस्परं भाजितयो र्ययोर्यः शेष·स्तयोः स्यादपवर्त्तनं स इति" नियमेनात्र भागशेषः $२ख^{२}(क^{२} - ख^{२})$ एव भाजकः पूर्व्वोक्तोभाजकः $क^{३} - क^{२}ख - ख^{२}क + ख^{३}$ एव भाज्यः। तत्र $२ख^{२}$ अयं राशिः भाज्यभाजकयोः साधारण गुणनीयको न भवितुमर्हतीति स्पष्टं प्रतीयते यत स्तेन भजने भागशेषस्तिष्ठ·त्येव। अतः कार्य्यसम्पादानार्थं २ख अस्य राशेस्त्याग एव विधेयः तथा कृते—

$$क^2 - ख^2 \;)\; क^3 - कख^2 - खक^2 + ख^3 \;(\; क - ख$$

$$क^3 \qquad - खक^2$$

$$-कख^3 + ख^2$$

$$-कख^2 + ख^3$$

$$0$$

अतः $क^2 - ख^2$ अयमेव महत्तमापवर्त्तन-राशिः ।

द्वितीयोदाहरणम्

$2अ^3 + अ^2 - 8अ + 5$, $7अ^2 - 12अ + 5$ अनयोर्महत्तमापवर्त्तनं निर्णेयम्—

अत्र ७ इति तु द्वितीयराशेर्महत्तमापवर्त्तनं न भवितुमर्हति। यतस्तत्र १२; ५ इति संख्याद्वयं सप्तभिर्नापवर्त्तनीयम्। अतः सप्तभिः प्रथमराशिमपि संगुण्य क्रिया साध्यते। यतस्तथाकृते महत्तमापवर्त्तन-राशौ न किञ्चिदपि परिवर्त्तनं जायते।

$$\frac{\text{२अ}^{\text{३}}+\text{अ}^{\text{२}}-\text{८अ}+\text{५}}{\text{७}}$$

$$\text{७अ}^{\text{२}}-\text{१२अ}+\text{५}\ \big)\ \text{१४अ}^{\text{३}}+\text{७अ}^{\text{२}}-\text{५६अ}+\text{३५}\ \big(\ \text{२अ}+\text{४}$$

$$\text{१४अ}^{\text{३}}-\text{२४अ}^{\text{२}}+\text{१०अ}$$

$$\text{३१अ}^{\text{२}}-\text{६६अ}+\text{३५}$$

$$\text{२८अ}^{\text{२}}-\text{४८अ}+\text{२०}$$

$$\text{३अ}^{\text{२}}-\text{१८अ}+\text{१५}$$

$$=\text{३}(\text{अ}^{\text{२}}-\text{६अ}+\text{५})$$

अत्र प्रतीयते "३" इति तु इदानीन्तन भाज्यस्य नापवर्त्तनं भवितुमर्हति अतस्तस्य त्यागेन—

$$\text{अ}^{\text{२}}-\text{६अ}+\text{५}\ \big)\ \text{७अ}^{\text{२}}-\text{१२अ}+\text{५}\ \big(\ \text{७}$$

$$\text{७अ}^{\text{२}}-\text{४२अ}+\text{३५}$$

$$+\text{३०अ}-\text{३०}=\text{३०}\ (\text{अ}-\text{१})$$

इदानीन्तन भाज्यस्य ३० इति नापवर्तन मतस्तस्य त्यागेन—

अ – १) अ^{२} — ६ अ + ५ (अ — ५

अ^{२} — अ

— ५ अ + ५

— ५ अ + ५

०

अतः अ — १ अयं महत्तमापवर्त्तन राशिः ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (११)

प्रतिप्रश्नगत राशिद्वयस्य महत्तमापवर्त्तनं निर्णेयम् ।

१ । काख, खग । २ । खुक, ख^{२}क^{३} ।

३ । क^{२}—ख^{२}क, ख^{२}क +ख^{३} ।

४ । २ अ^{३}—२ अइ, ५ अ^{३}—५ अइ ।

५ । अ^{२}+अइ—१२ इ^{२}, अ^{२}—७ अइ+६ इ^{२} ।

लघुतमापवर्त्य--राशि--निरूपणम् ।

संख्यानां लघुतमापवर्त्य-राशिर्नाम लघिष्ठसाधारण-गुणितको राशिः कथं निरूप्यत इति लीलावती टीकायां मया प्रदर्शितं । अव्यक्त राशीना मिदानीं प्रदर्श्यते ।

प्रथमोदाहरणम्

$क^{२}खग$, $२खक^{२}घ$ अनयो राश्यो र्लघुतमापवर्त्य राशि-निरूपणीयस्तदा—

$क^{२}खग = कख \times कग$ एते मौलिकगुणनीयकाः।

$२ख^{२}कघ = कख \times २खघ$ मौलिकगुणनीयकाः।

$\therefore कख \times कग \times २खघ = २क^{२}ख^{२}गघ$ लघुतमापवर्त्यराशिः।

द्वितीयोदाहरणम्

$२४कख^{२}ग$, $१८ख^{३}ग^{२}क$, $२७क^{४}ख^{२}ग^{२}$ एषां लघुतमापवर्त्य-राशिनिर्णेयस्तदा—

$२४कख^{२}ग$ अस्य मौलिकगुणनीयकाः $= २^{३} \times ३ \times क \times ख^{२} \times ग$।

$१८ख^{३}ग^{२}क = २ \times ३ \times ख^{३} \times ग^{२} \times क$।

$२७क^{४}ख^{२}ग^{२} = ३^{३} \times क^{४} \times ख^{२} \times ग^{२}$।

$\therefore २^{३} \times ३^{२} \times क^{४} \times ख^{३} \times ग^{२} = २१६क^{४}ख^{३}ग^{२}$।

प्रकारान्तर कथनम्

राश्योर्घातो महत्तमापवर्त्तन-लघुतमापवर्त्य-राश्योर्घातसमः

स्यादतो राश्योर्घातो महत्तमापवर्त्तनेन हृतो लघुतमापवर्त्य राशिर्भवेत् । यथा—

$कखग^{२}$, $क^{२}खग$ इति द्वौ राशी । अनयोर्महत्तमापवर्त्तनं पूर्व्वसिद्ध नियमेन कखग । अतो लघुतमापवर्त्त्यराशिः =

$$\frac{कखग^{२} \times क^{२}खग}{कखग} = \frac{क^{३}ख^{२}ग^{३}}{कखग} = क^{२}खग^{२} ।$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१२)

अधोलिखितप्रतिप्रश्नगत-राशीनां लघुतमावर्त्त्य-राशयो-निर्णेयाः ।

१ । कअ, २ अख । २ । कख, कग, खग ।

३ । $क^{३}—ख^{३}$, $क^{२}—ख^{२}$ । ४ । $अ^{२}$, $इ^{२}$, २अइ ।

५ । खघ, $ग^{२}घ$, $गघ^{२}$, खग ।

६ । १—अ, १+अ, $१—अ^{२}$ ।

७ । २क—१, $४क^{२}—१$, $४क^{२}+१$ ।

८ । $क^{३}ख^{२}$, $क^{२}ख^{३}$, कख—खग, $क^{२}+कग$ ।

भग्नांशप्रकरणम् ।

१। $\frac{क}{ख}=\frac{क\div -१}{ख\div -१}=\frac{-क}{-ख}$ ।

$\therefore \frac{क}{ख}=\frac{-क\div -१}{-ख\div -१}$ ।

२। $\frac{क-ख}{ख-क}=\frac{(क-ख)\div -१}{(ख-क)\div -१}=\frac{ख-क}{क-ख}$ ।

अतोऽवगम्यते हरांशगतयो र्धनर्णयो रङ्कयोः परिवर्त्तनेनापि न भग्नांश राशेर्मान परिवर्त्तनं भवेदिति ।

३। $\frac{कग}{खग}=\frac{कग\div ग}{खग\div ग}=\frac{क}{ख}$ ।

४। $\frac{क}{ख}=\frac{क\times २}{ख\times २}=\frac{२क}{२ख}$ । अथवा—

$$\frac{क}{ख}=\frac{क\times ग}{ख\times ग}=\frac{कग}{खग}$$ ।

अतो ज्ञायते समेनाङ्केन हरलवयोर्गुणने भजने वा न भग्नांशराशेर्मान चलतिरिति । एवञ्च हरांशयोर्महत्तमापवर्त्तनं निर्णीय तेन च हरांशयो रपवर्त्तनेन भग्नांशराशेर्लघिष्ठाकार-परिवर्त्तनं स्यात् तेनापि च न मान चलति रित्यवगम्यते । यथा—

५। $\frac{कख^{२}ग^{२}}{४कखग}$ । अत्र पूर्व्वसिद्ध नियमेन हरांशयोर्महत्तमापवर्त्तनं $कखग$ ।

$$\therefore \frac{कखग}{४क^{२}ख^{२}ग} = \frac{क^{१}ख^{२}ग \div कख^{२}ग}{४क^{२}ख^{२}ग \div कखग} = \frac{ग}{४ख} ।$$

कदाचित् हरांशयो र्महत्तमापवर्त्तनं विनैव तयोर्गुणनीयक-पर्य्यवसानेन प्रक्रिया-लाघवो भवेत्। तद्यथा—

$$६ । \frac{क^{२} + ११क + ३०}{८क^{३} + ५३क^{२} - ८क - १८} = \frac{क(क + ६) + ५(क + ६)}{८क^{२}(क + ६) - (क^{२} + ८क + १८}$$

$$= \frac{(क + ५)(क + ६)}{८क^{२}(क + ६) - (क + ३)(क + ६)} ।$$

$$= \frac{(क + ५)(क + ६)}{(८क^{२} - क - ३)(क + ६)} = \frac{क + ५}{८क^{२} - क - ३}$$

$$७ । \frac{(क + ख)\left\{(क + ख)^{२} - ग^{२}\right\}}{४ख^{२}ग^{२} - (क^{२} - ख^{२} - ग^{२})^{२}} ।$$

$$= \frac{(क + ख)(क + ख + ग)(क + ख - ग)}{(२खग + क^{२} - ख^{२} - ग^{२})(२खग - क^{२} + ख^{२} + ग^{२})} ।$$

$$= \frac{(क + ख)(क + ख + ग)(क + ख - ग)}{\left\{क^{२} - (ख - ग)^{२}\right\}\left\{(ख + ग)^{२} - क^{२}\right\}}$$

$$= \frac{(\text{क}+\text{ख})(\text{क}+\text{ख}+\text{ग})(\text{क}+\text{ख}-\text{ग})}{(\text{क}+\text{ख}-\text{ग})(\text{क}+\text{ग}-\text{ख})(\text{क}+\text{ख}+\text{ग})(\text{ख}+\text{ग}-\text{क})}$$

$$= \frac{\text{क}+\text{ख}}{(\text{क}+\text{ग}-\text{ख})(\text{ख}+\text{ग}-\text{क})} = \frac{\text{क}+\text{ख}}{\text{ग}^{२} - (\text{क}-\text{ख})^{२}} \text{।}$$

अभ्यासार्थ मुदाहरणानि (१३)

अधोलिखित भग्नांश राशीन् लघिष्ठाकारेषु परिवर्त्तय।

१। $\frac{\text{४कखग}}{\text{२कग}}$ । २। $\frac{\text{पफ}-\text{वफ}}{\text{नमफ}}$ ।

३। $\frac{\text{३पफ}-\text{२फ}^{२}}{\text{२पफ}-\text{३फ}^{२}}$ । ४। $\frac{\text{क}\text{ख}^{२}\text{ग}}{\text{२क}^{४}\text{ख}^{२}\text{ग}}$

५। $\frac{\text{तथट}-\text{त}^{२}\text{ट}+\text{तद}^{२}}{\text{त}^{२}\text{द}-\text{तथट}+\text{तट}^{२}}$ ।

६। $\frac{४+१२\text{अ}+८\text{अ}^{२}}{२+१३\text{अ}+१५\text{अ}^{२}}$ ।

७। $\frac{\text{कग}+\text{खद}+\text{कद}+\text{खग}}{\text{कच}+\text{२खअ}+\text{२कअ}+\text{खच}}$ ।

८ $\frac{\text{क}^{३}+(\text{क}+\text{ख})\,\text{कग}+\text{खग}^{२}}{\text{क}^{४}-\text{ख}^{२}\text{ग}^{२}}$ ।

समच्छेदीकरणम्

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ
राश्योः समच्छेद विधानमेवम् ।

इति लीलावतीस्थ नियमेन—

१। $\frac{\text{क}}{\text{ख}}, \ \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ इति राशिद्वयस्य समच्छेदीकरणे—

$$\frac{\text{क}}{\text{ख}} = \frac{\text{क} \times \text{घ}}{\text{ख} \times \text{घ}} = \frac{\text{कघ}}{\text{खघ}} \text{।}$$

$$\frac{\text{ग}}{\text{घ}} = \frac{\text{ग} \times \text{ख}}{\text{घ} \times \text{ख}} = \frac{\text{खग}}{\text{खघ}} \text{।}$$

२। $\frac{\text{क} + \text{अ}}{\text{क} - \text{अ}}, \ \frac{\text{क} - \text{अ}}{\text{क} + \text{अ}}$ अनयोः समच्छेदविधाने—

$$\frac{\text{क} + \text{अ}}{\text{क} - \text{अ}} = \frac{(\text{क} + \text{अ})(\text{क} + \text{अ})}{(\text{क} - \text{अ})(\text{क} + \text{अ})} = \frac{\text{क}^{\text{२}} + \text{२कअ} + \text{अ}^{\text{२}}}{\text{क}^{\text{२}} - \text{अ}^{\text{२}}}$$

$$\frac{\text{क} - \text{अ}}{\text{क} + \text{अ}} = \frac{(\text{क} - \text{अ})(\text{क} - \text{अ})}{(\text{क} + \text{अ})(\text{क} - \text{अ})} = \frac{\text{क}^{\text{२}} - \text{२कअ} + \text{अ}^{\text{२}}}{\text{क}^{\text{२}} - \text{अ}^{\text{२}}} \text{।}$$

यदि हराणां साधारण गुणनीयक-राशिस्तिष्ठेत् तदा हराणां घातफलात् तेषां लघुतमापवर्त्त्य-राशिः स्वल्पतरो भवेदतो-हराणां लघुतमापवर्त्त्य-राशिं निर्णीय तत्तुल्यमपि हरं सर्व्वेषां कर्त्तुं युज्यते । यथा—

$\frac{\text{ख}^2}{\text{क}^2+\text{कख}}$, $\frac{\text{क}^2}{\text{कख}-\text{ख}^2}$, $\frac{\text{कख}}{\text{क}^2-\text{ख}^2}$ । एतेषां समच्छेद-विधानं कार्य्यम्। तदा पूर्वोक्त नियमेन एषां हराणां लघुतमापवर्त्तराशिः $\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)$

$$\frac{\text{ख}^2}{\text{क}^2+\text{कख}} = \frac{\text{ख}^2\left\{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)\div(\text{क}^2+\text{कख})\right\}}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} ।$$

$$= \frac{\text{ख}^2\times\text{ख}(\text{क}-\text{ख})}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} = \frac{\text{कख}^3-\text{ख}^4}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} ।$$

$$\frac{\text{क}^2}{\text{कख}-\text{ख}^2} = \frac{\text{क}^2\left\{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)\div(\text{कख}-\text{ख}^2)\right\}}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} ।$$

$$= \frac{\text{क}^2\times\text{क}(\text{क}+\text{ख})}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} = \frac{\text{क}^4+\text{क}^3\text{ख}}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} ।$$

$$\frac{\text{कख}}{\text{क}^2-\text{ख}^2} = \frac{\text{कख}\left\{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)\div(\text{क}^2-\text{ख}^2)\right\}}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} ।$$

$$= \frac{\text{कख}\times\text{कख}}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} = \frac{\text{क}^2\text{ख}^2}{\text{कख}(\text{क}^2-\text{ख}^2)} ।$$

भग्नांशानां संकलन-व्यवकलने

समच्छेद-विधानं कृत्वा समच्छेद-विशिष्टाना मंशानां योग वियोगौ सम्पादनीयौ । तद् यथा—

१ । $\frac{क}{ख}+\frac{ग}{घ}=\frac{कघ}{खघ}+\frac{खग}{खघ}=\frac{कघ+ख}{खघ}$

२ । $\frac{क}{ख}-\frac{ग}{घ}=\frac{कघ-खग}{खघ}$ ।

३ । $क+\frac{ख}{ग}=\frac{क}{१}+\frac{ख}{ग}=\frac{कग+ख}{ग}$ ।

अहार-राशे रेकं हरः कल्प्यः तथाच लीलावत्यां भास्करः कल्प्यो हरो रूप महारराशे रिति ।

४ । $\frac{प}{प+फ}\pm\frac{फ}{प-फ}$ ।

$$=\frac{प(प-फ)}{प^2-फ^2}\pm\frac{फ(प+फ)}{प^2-फ^2}=\frac{प(प-फ)\pm फ(प+फ)}{प^2-फ^2}$$

योगे $=\frac{प^2-फ^2}{प^2+फ^2}$ वियोगे $=\frac{प^2+फ^2-२पफ}{प^2-फ^2}$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१४)

प्रतिप्रश्नगत राशीनां योगः कार्य्यः ।

१ । $\frac{\text{क}+\text{ख}}{\text{क}}$, $\frac{\text{क}-\text{ख}}{\text{ख}}$ । २ । $\frac{\text{अ}}{\text{अ}+\text{इ}}$, $\frac{\text{इ}}{\text{अ}-\text{इ}}$

३ । $\frac{\text{अ}}{\text{नम}}$, $\frac{\text{आ}}{\text{नप}}$, $\frac{\text{इ}}{\text{नफ}}$ ।

४ । $\frac{\text{अ}}{\text{६}}$, $\frac{\text{७अ}-\text{६}}{\text{३}}$, $\frac{\text{४ अ}+\text{१}}{\text{१२}}$ ।

५ । $\frac{\text{प}}{\text{कख}}$, $\frac{\text{फ}}{\text{खग}}$, $\frac{\text{ब}}{\text{कग}}$ ।

६ । $\frac{\text{क}+\text{ख}}{\text{२}(\text{क}-\text{ख})^{\text{२}}}$, $\frac{\text{१}}{\text{६}(\text{क}-\text{ख})}$ ।

प्रतिप्रश्नगत-राशिद्वयस्य वियोगफलं निर्णेयम् ।

७ । $\frac{\text{८ अ}}{\text{१०}}$, $\frac{\text{४ अ}}{\text{५}}$ ।

८ । $\frac{\text{२० क}+\text{१७}}{\text{१८}}$, $\frac{\text{५ क}+\text{४}}{\text{९}}$ ।

९ । $\text{६ क}-\frac{\text{२ ख}}{\text{ग}}$, $\text{५}\frac{\text{१}}{\text{२}}\text{क}-\frac{\text{ख}}{\text{ग}}$ ।

१० । $\frac{\text{७}+\text{२४}}{\text{क}+\text{१}}$, $\frac{\text{१५}+\text{३ क}}{\text{क}+\text{१}}$ ।

भग्नांशानां गुणनं

MULTIPLICATION OF FRACTION

अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता
लब्धं विभिन्ने गुणने फलं स्यात्।

इति भास्करोक्त-नियम एवात्र विहितः। तद् यथा—

१। $\frac{क}{ख} \times \frac{ग}{घ} = \frac{कग}{खघ}$।

२। $\frac{प-फ}{व} \times \frac{६}{फ} = \frac{६प-६फ}{वफ}$।

यदि समीनाङ्केन हारांशयो रपवर्त्तन-सम्भवः स्यात् तदा यथासम्भवं तयो रपवर्त्तनं कृत्वा शेषानां संशानां हाराणाञ्च गुणनं कार्य्यम्। तद् यथा—

३। $\frac{पफ}{(प-फ)^{२}} \times \frac{प^{२}-फ^{२}}{पब} = \frac{पफ \times (प+फ)\ (प-फ)}{(प-फ)\ (प-फ)\ पब}$।

अत्र हरगतस्य भाज्यगतस्य च (प—फ) इत्यस्य तथा प इत्यस्य चापवर्त्तने कृते—

$$\frac{फ\ (प+फ)}{(प-फ)\ ब} = \frac{पफ+फ^{२}}{पब-फब}$$।

४। $\frac{३म-५}{२} \times ६ = (३म-५) \times ३ = ९म-१५$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१५)

१। $\frac{\text{१२+८क}}{\text{१६}}\times \text{८०}$ २। $\frac{\text{२-३प}}{\text{४}}\times\frac{\text{४}}{\text{५}}$ ।

३। $\frac{\text{क}}{\text{ख}}+\text{क}\times\frac{\text{ख}}{\text{क}}+\frac{\text{१}}{\text{क}}$ ।

४। $\frac{\text{१-२क}}{\text{१+क}}\times\frac{\text{१+२क}}{\text{१-क}}$ ।

५। $\frac{\text{४क}}{\text{३अ}}+\frac{\text{३अ}}{\text{२ख}}\times\frac{\text{२ख}}{\text{३अ}}+\frac{\text{३अ}}{\text{४क}}$ ।

भिन्नांशानां भागहारः ।

DIVISION OF FRACTION

छेदं लवञ्च परिवर्त्य हरस्य शेषः
कार्य्योऽथ भागहरणे गुणनाविधिश्च ।

इति लीलावत्युक्त्या व्यक्तभिन्नांशराशेर्भागहारवदव्यक्तेऽपि भागः कार्य्यः । तद् यथा—

१। $\frac{\text{कख}}{\text{गघ}}\div\frac{\text{क}}{\text{ग}}$ ।

$$\frac{\text{कख}}{\text{गघ}}\div\frac{\text{क}}{\text{ग}}=\frac{\text{कख}}{\text{गघ}}\times\frac{\text{ग}}{\text{क}}=\frac{\text{ख}}{\text{घ}}\text{ ।}$$

२। $\dfrac{\text{क}^{2}-\text{ख}^{2}}{\text{कख}} \div \dfrac{\text{क}+\text{ख}}{\text{क}}$ ।

$$\dfrac{\text{क}^{2}-\text{ख}^{2}}{\text{कख}} \div \dfrac{\text{क}+\text{ख}}{\text{क}} = \dfrac{\text{क}^{2}-\text{ख}^{2}}{\text{कख}} \times \dfrac{\text{क}}{\text{क}+\text{ख}} \text{ ।}$$

$$= \dfrac{(\text{क}+\text{ख})(\text{क}-\text{ख})\text{क}}{\text{कख}\times \text{क}+\text{ख}} = \dfrac{\text{क}-\text{ख}}{\text{ख}} \text{ ।}$$

३। $\dfrac{२\,\text{पफ}-\text{फ}^{2}}{\text{ब}^{2}-\text{फ}^{2}} \div \dfrac{२\text{प}-\text{फ}}{(\text{ब}-\text{फ})^{2}}$ ।

$$= \dfrac{२\,\text{पफ}-\text{फ}^{2}}{\text{ब}^{2}-\text{फ}^{2}} \times \dfrac{(\text{ब}-\text{फ})^{2}}{२\text{प}-\text{फ}} \text{ ।}$$

$$= \dfrac{(२\,\text{प}-\text{फ})\,\text{फ}\times(\text{ब}-\text{फ})(\text{ब}-\text{फ})}{(\text{ब}-\text{फ})(\text{ब}^{2}+\text{बफ}+\text{फ}^{2})(२\text{प}-\text{फ})} \text{ ।}$$

$$= \dfrac{\text{फ}(\text{ब}-\text{फ})}{\text{ब}^{2}+\text{बफ}+\text{फ}^{2}} = \dfrac{\text{फब}-\text{फ}^{2}}{\text{ब}^{2}+\text{बफ}+\text{फ}^{2}} \text{ ।}$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१६)

अधोलिखित-प्रतिप्रश्नगत-प्रथमराशिं द्वितीयराशिना विभज्य फलं निर्णेयम्—

१। $\frac{\text{२१ अइ}}{\text{४क}}$, ७अ।

२। $\frac{\text{१}}{\text{१}+\text{म}}$, $\text{१} - \frac{\text{१}}{\text{१}+\text{म}}$।

३। $\frac{\text{३प}}{\text{२प}-\text{२}}$, $\frac{\text{२प}}{\text{प}-\text{१}}$।

४। $\frac{\text{क}^{\text{२}}-\text{ख}^{\text{२}}}{\text{क}^{\text{२}}+\text{ख}^{\text{२}}}$, $\frac{\text{क}-\text{ख}}{\text{क}+\text{ख}}$।

५। $\text{ग}^{\text{४}} - \frac{\text{१}}{\text{ग}^{\text{४}}}$, $\text{ग} - \frac{\text{१}}{\text{ग}}$।

६। $\left(\frac{\text{क}^{\text{२}}}{\text{अइ}} - \frac{\text{२क}}{\text{ख}} + \frac{\text{कइ}}{\text{अच}} + \frac{\text{अइ}}{\text{ख}^{\text{२}}}\right)$; $\left(\frac{\text{क}}{\text{अ}} - \frac{\text{इ}}{\text{ख}}\right)$

भग्नांश राशेर्वर्ग-वर्गमूलादि साधने च हारांशयोः पृथक् पृथग् वर्ग-वर्गमूलादिकं पूर्वोक्तरीत्या समाधानीयम्।

अथाऽव्यक्त वितत भग्नांश गणितम्

CONTINUED FRACTION

उदाहरणम्

$$\cfrac{\text{क}}{\text{ख} + \cfrac{\text{ग}}{\text{घ} + \cfrac{-}{\text{छ}}}} = \cfrac{\text{क}}{\text{ख} + \cfrac{\text{ग}}{\cfrac{\text{चछ} + \text{घ}}{\text{छ}}}} = \cfrac{\text{क}}{\text{ख} + \cfrac{\text{गछ}}{\text{चछ} + \text{घ}}}$$

$$= \cfrac{\text{क}}{\cfrac{\text{खघ} + \text{खचछ} + \text{गछ}}{\text{चछ} + \text{घ}}} = \frac{\text{क}(\text{चछ} + \text{घ})}{\text{खचछ} + \text{खघ} + \text{गछ}}$$

एवं सर्व्वत्रं व्यक्त-वितत-भग्नांशवदेव सर्व्वं गण्यते। लीलावती-टीकायां मया विस्तरेण व्यक्त-वितत-भग्नांशगणितोपायः प्रदर्शितः।

अथ करणी षड्विधम् ।

अत्र संकलनव्यवकलनयोः करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य
वधस्य मूलं द्विगुणं लघुं च ।
योगान्तरे रूपवदेतयोःस्तो-
वर्गेण वर्गं गुणयेद् भजेच्च ॥ ११ ॥

लघ्व्या हृतायास्तु पदं महत्याः-
सैकं निरेकं स्वहतं लघुघ्नम् ।
योगान्तरे स्तः क्रमशस्तयोर्वा
पृथक् स्थितिः स्याद् यदि नास्ति मूलम् ॥१२॥

यस्य राशेर्मूलमवधारणीयं स राशिः करणी पदेन व्यवह्रियते । यथा करणी २५ = $\sqrt{२५}$ = ५ । तत्र करण्योः संकलन-व्यवकलने उपजातिद्वयेनाह योगं करण्योरित्यादि । करण्योः करणीद्वयस्य योगं महतीं प्रकल्प्य, वधस्य करण्योर्वधस्य मूलं द्विगुणं लघुं च प्रकल्प्य, रूपवत् संख्या-योगान्तरवद्एतयोः लघु-महत्योर्योगोऽन्तरे च कृते क्रमशः करण्योर्योगान्तरे स्तः । तत्र वर्गेण वर्गं गुणयेद् वर्गेण वर्गं भजेच्चेति करणीगुणन-भजनयोर्विशेषः ।

लघ्व्या हतायः महत्याः पदं सैकं निरेकं योगपक्षे सैक-सैकयुक्तं वियोगपक्षे निरेकसैकहीनं कार्यं। तत् फलं खहतं वर्गीकृतं लघुघ्नं क्रमशः तयोः करण्योः वा प्रकारान्तरेण योगान्तरे स्तः। करण्योर्वधस्य तथा लघ्व्या हतायाः महत्याश्च यदि मूलं नास्ति तदा करण्योः पृथग् एव स्थितिः स्यात्।

अत्रोपपत्तिः

$$(\sqrt{\text{क}} \pm \sqrt{\text{ख}}) = \sqrt{(\sqrt{\text{क}} + \sqrt{\text{ख}})^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{\text{क}})^2 + (\sqrt{\text{ख}})^2 \pm 2(\sqrt{\text{क}} \times \sqrt{\text{ख}})}$$

$$= \sqrt{\text{क} + \text{ख} + 2\sqrt{\text{कख}}}$$

अत्र क + ख = महती कल्पिता। $2\sqrt{\text{कख}}$ = लघुश्च।

$$\therefore \sqrt{\text{क}} \pm \sqrt{\text{ख}} = \sqrt{\text{महती} \pm \text{लघुः}}$$

अत उक्तं योगं करण्योरित्यादि।

$$\sqrt{\text{क}} \pm \sqrt{\text{ख}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{\text{क}} \pm \sqrt{\text{ख}})^2} = \sqrt{\frac{(\sqrt{\text{क}} \pm \sqrt{\text{ख}})^2}{(\sqrt{\text{ख}})^2} \times (\sqrt{\text{ख}})^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{क}}{\sqrt{ख}} \pm \frac{\sqrt{ख}}{\sqrt{ख}}\right)^{2} \times \sqrt{ख}^{2}}$$

$$\sqrt{\sqrt{\left(\frac{क}{ख} \pm १\right)^{2}} \times ख}$$

अत उक्तं लघ्व्या हृताया इत्यादि ।

उदाहरणम्

द्विकाष्टमित्यो स्त्रि१-सेख्ययोश्च
योगान्तरे ब्रूहि पृथक् क रयोः ।
त्रिसप्तमित्योश्च चिरं विचिन्त्य
चेत् षड्विधं वेत्सि सखे करण्याः ॥

करणी-योगान्तरोदाहरणमुपजात्याह द्विकाष्टेति । हे सखे चेद् यदि त्वं करण्याः षड्विधं संकलन-व्यवकलन-गुणन-भजन-वर्ग-वर्गमूलानि वेत्सि जानासि तर्हि, द्विकाष्टमित्योः करण्योः त्रिभ-संख्ययोः त्रिमित-सप्तविंप्रतिमितयोः करण्योः त्रि-सप्त-मित्योः करण्योः च योगान्तरे चिरं विचिन्त्य पृथग् ब्रूहि ।

"न्यासः । क २ क ८ योगे जातम् क १८ । अन्तरे च क २ ।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः । क ३ क २७ योगे जातम् क ४८ । अन्तरे च क १२ ।

तृतीयोदाहृतौ न्यासः । क २ क ७ अनयोर्घाते मूलाभावात् पृथक् स्थितिरेव योगे जातम् क २ क ७ अन्तरे च क २ क ७ ।"

प्रथम नियमतः

प्रथमोदाहरणे क २ क८ । २+८=१०=महती ।

८×२=१६ । $\sqrt{१६}$ =४ । ४×२=८=लघु ।

१०+८=क१८ योगफलं । १०−८=क२ अन्तर फलम् ।

द्वितीय नियमतः

$\frac{८}{२}$=४ । $\sqrt{४}$ =२ । २ ± १=३, १ । वर्गौ कृते ९, १

लघुघ्नम् क=१८ । क २ क्रमशः योगान्तरफले ।

द्वितीयोदाहरणे क ३ क २७ ।

३+२७=३० महती $\sqrt{३ \times २७}$ =९ ।

९×२=१८ लघुः ।

३०+१८=क४८ योगफलम् । ३०−१८=क १२ अन्तरफलम् ।

द्वितीय नियमेन

$\sqrt{\frac{२७}{३}}$ = $\sqrt{९}$ =३ । ३+१=४ । $४^{२}$=१६ ।

१६ × ३ = क ४८ योगफलम्। ३−१ = २। $२^{२}$ = ४। ४ × ३ = क १२ अन्तर फलम्।

तृतीयस्य

$\sqrt{\quad \times ७}$ अस्य मूलाभावाद् तथा $\frac{०}{३}$-अस्यापि मूलाभावाच्च पृथक् स्थितिः।

यत्र रूपाणि वर्त्तन्ते करणीखण्डञ्च तुल्यरूपकं तत्र रूपाणां योगवियोगौ व्यक्तराशीनां योगवियोगवदेव स्याताम्। तद्-यथा—

$$क\sqrt{अ} + ख\sqrt{अ} = (क + ख)\sqrt{अ}।$$
$$क\sqrt{अ} - ख\sqrt{अ} = (क - ख)\sqrt{अ}।$$
$$८\sqrt{२} + ५\sqrt{\quad} = १३\sqrt{२}।$$
$$८\sqrt{२} - ५\sqrt{२} = ३\sqrt{२}।$$

करणी-राशिं रूपराशौ परिणम्य करणीखण्डानां तुल्यरूपत्वे पूर्वोक्त-नियमवत् योगवियोगादिकं सुगमं स्याद् यथा भास्का-रीयोदाहरणे—

$$\sqrt{८} + \sqrt{२} = \sqrt{२ \times ४} + \sqrt{२}$$
$$= २\sqrt{२} + \sqrt{२} = (२ + १)\sqrt{२} = ३\sqrt{२}।$$
$$= \sqrt{९ \times २} = \sqrt{१८}।$$

एवं हि

$$\sqrt{८} - \sqrt{२} = २\sqrt{२} - \sqrt{२}$$

$$= (२-१)\sqrt{२} = \sqrt{२} ।$$

भास्करोक्तमन्यदुदाहरणम्—

$$\sqrt{२७} + \sqrt{३} = \sqrt{९ \times ३} + \sqrt{३}$$

$$= ३\sqrt{३} + \sqrt{३} = (३+१)\sqrt{३}$$

$$= ४\sqrt{३} = \sqrt{१६ \times ३} = \sqrt{४८} ।$$

तथा $\sqrt{२७} - \sqrt{३} = \sqrt{९ \times ३} - \sqrt{३}$

$$= (३-१)\sqrt{३} \quad २\sqrt{३} = \sqrt{४ \times ३}\text{क}$$

$$= \sqrt{१२} ।$$

वर्णीनां करणीनां योगेऽपि करणीखण्डानां तुल्यत्वं विधाय पूर्वोक्त नियम रेव योग-वियोगादिकं कर्तुं शक्यते । यथा—

$$४\text{क}\sqrt[३]{\text{क}^{३}\text{ख}^{४}} + \text{ख}\sqrt[३]{८\text{क}^{६}\text{ख}} - \sqrt[३]{१२५\text{क}^{६}\text{ख}^{७}} ।$$

$$४\text{क}\sqrt[३]{\text{क}^{३}\text{ख}^{४}} = ४\sqrt[३]{\text{क}^{३}\text{क}^{३}\text{ख}^{३}} \times \sqrt[३]{\text{ख}}$$

$$= ४\text{क}^{२}\text{ख}\sqrt[३]{\text{ख}} ।$$

तथा $ख\sqrt[3]{८क^६ख} = ख\sqrt[3]{८(क^२)^३} \times \sqrt[3]{ख}$

$= २क^२ख\sqrt[3]{ख}$ ।

एवमेव $-\sqrt[3]{१२५क^६ख^४}$

$= -\sqrt[3]{५^३(क^२)^३ख^३} \times \sqrt[3]{ख}$ ।

$= -५क^२ख\sqrt[3]{ख}$ ।

त्रयाणां योगेन $(४+२-५)क^२ख\sqrt[3]{ख}$

$= +क^२ख\sqrt[3]{ख}$ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१७)

प्रतिप्रश्नोत्तरं निर्णेयम्—

१। $\sqrt{८} + \sqrt{४}$ ।

२। $२अ\sqrt{इ} + ३अ\sqrt{इ} + अ\sqrt{इ}$ ।

३। $३\sqrt{२} + १०\sqrt{[illegible]} - ५\sqrt{२}$ ।

४। $\frac{३}{२}\sqrt{५} + २\sqrt{५} - १\frac{१}{२}\sqrt{५}$ ।

५। $\sqrt{२४} + \sqrt{५४} - \sqrt{९६}$ ।

६। $२\sqrt{१८} - ३\sqrt{८} + २\sqrt{५०}$ ।

७। $\sqrt{\frac{९}{४५क}} + \sqrt{\frac{२}{८०क}} + \sqrt{\frac{२}{५कख}}$ ।

८। $\sqrt[४]{३२क} + \sqrt[४]{१६२क} - \sqrt[४]{५१२क}$ ।

"इति करणी संकलन व्यवकलने"

गुणनोदाहरणम्

द्वित्र्यष्टसङ्ख्या गुणकः करण्यो-
गुण्यस्त्रिसंख्याच सपंचरूपा ।
वधं प्रचक्ष्वाशु विपञ्चरूपे
गुणेऽथवा त्र्यर्कमिते करण्यौ ॥

गुणनोदाहरणं सुप्रजातमाह द्वित्र्यष्टसङ्ख्या इति । द्वित्र्यष्ट-संख्याः करण्यः गुणकः, सपञ्चरूपा त्रिसंख्या करणी च गुण्यः, एतयोर्गुण्यगुणकयोः वधं गुणफलं आशु प्रचक्ष्व वद । अथवा ।

यत्र च एष गुण्यः विपञ्चरूपे पञ्चरूपोने तत्रकं मिते करण्यौ गुणकः तत्र गुणे गुणने किं फलं स्यादिति च प्रचक्ष्व कथय ।

"न्यासः । गुणकः क २ क३ दा ८ । गुण्यः क ३ रू ५ । अत्र गुण्ये गुणके वा भाज्ये भाजके वा करणीनां करण्योर्वा यथा सम्भवं लाघवार्थं योगं कृत्वा गुणन-भजने कार्ये, तथाकृते जातः गुणकः क १८ क ३ । गुण्यः क २५ क ३ । गुणिते जातम् रू ३ क ४५० क ७५ क ५४ ।"

क्रिया प्रदर्श्यते—

क२ + क८ = क१८ । रू५ = क२५ ॥

क१८ × क२५ + क३ = क४५० + क५४

क३ × क२५ + क३ = क७५ + क९ ।

क९ = $\sqrt{९}$ = रू ३ ।

∴ गुण फलम् = क४५० + क५४ + क७५ + रू३ ।

विशेषसूत्रम् वृत्तम्

क्षयो भवेच्च क्षयरूपवर्ग-
श्चेत् साध्यतेऽसौ करणीत्व हेतोः ।

ऋणात्मिकायाश्च तथा करण्या-
मूलं क्षयो रूपविधानहेतोः ॥ १३ ॥

रूपराशे र्वर्गे कृते करणी स्यात्। करण्या मूले गृहीते रूप राशिः स्यादिति प्रसिद्धम्। तत्र ऋण रूपराशेर्वर्गे 'स्वयोरस्वयोः स्वमिति करणी धनं स्यात्तथा ऋण करण्या "न मूलं क्षयस्यास्ति तस्याकृतित्वादिति" नियमान्मूलमेव नास्तीत्यादौ विशेष-सूत्र-मुपजात्याह क्षयोभवेच्चेति। क्षयरूप वर्गः ऋणात्मकस्य रूपराशे-र्वर्गः क्षयः ऋणं भवेत्, चेद् यदि असौ वर्गः करणीत्व हेतोः रूपराशिः करणीत्व-सम्पादनार्थं साध्यते। तथा रूपविधानहेतोः करणीतो रूपराशि-ग्रहणार्थं ऋणात्मिकायाः करण्या अपि मूलं क्षयो भवेत्।

अत्रोपपत्तिः

$\dot{५}\sqrt{२} = \sqrt{२५\times२} = \sqrt{५०}$। अत्र पद्यसत्त्या-मूलं ऋणमिति ज्ञापनार्थं मन्त्वार्य्येणोक्तं क्षयरूपस्य वर्गः क्षयो भवेदिति तथा कृते $\dot{५}\sqrt{२} = \sqrt{\dot{२५}\times२} = \sqrt{\dot{५०}}$ इति। एवं $\sqrt{\dot{५०}} = \sqrt{\dot{२५}\times२} = \dot{५}\sqrt{२}$ अत उक्तं ऋणात्मिकायाश्चेति।

"द्वितीयोदाहरणे न्यासः । गुणकः क२; क३ क१२ । गुण्यः क२५ क३ । अत्र गुणके करण्योर्योगे कृते गुणकः क२५ क२७। गुणिते जातम् क६२५ क६७५ क७५ क८१ । एतास्वनयो क६२५ क८१ मूले रू२५ रू९ । अनयो योंगे जातम् रू १६ । अनयोः क६७५ क७५ । अन्तरे योग इति जातो योगः क३०० । यथा क्रमं न्यासः रू १६ क३०० ।"

क्रिया प्रदर्श्यते—

$$-\text{क}२५ \times \text{क}\,२५ + \text{क}३ = -\text{क}६२५ - \text{क}७५$$
$$\text{क}२७ \times \text{क}२५ + \text{क}३ = \text{क}६७५ + \text{क}८१$$
$$\overline{\qquad -\text{क}६२५ - \text{क}७५ + \text{क}६७५ + \text{क}८१}$$

अत्र $\sqrt{-६२५} = -२५$ । $\sqrt{८१} = ९$ ।
धनर्णयोरन्तर मेव योग इति— २५—९) = —१६ ।
क६७५—क७५ लघ्वा हृताया इति नियमेन

$\frac{६७५}{७५} = ९ । \sqrt{९} = ३ । ३ - १ = २ । २ \times २ = ४$

$४ \times ७५ = ३०० ।$ अतः गुणफलम् क३०० —रू१६ ।
सम्भवे सति करणौ रूपराशौ परिणाम्य गुणनं सुगमं भवेत् तद् यथा, मूलोक्तोदाहरणे—

$$(\sqrt{२} + \sqrt{३} + \sqrt{८}) \times (\sqrt{३} + ५) ।$$
$$\sqrt{२} \times \sqrt{३} + \sqrt{३} \times \sqrt{३} + \sqrt{२ \times ४} \times \sqrt{३}$$

$$+५\times\sqrt{२}+५\times\sqrt{३}+५\times\sqrt{२\times३}$$

$$\sqrt{९}+३+२\sqrt{६}+५\sqrt{२}+५\sqrt{३}+१०\sqrt{२}$$

$$३+२\sqrt{६}+१५\sqrt{२}+५\sqrt{३}\ ।$$

अथवा $३+\sqrt{४\times६}+\sqrt{२२५\times२}+\sqrt{२५\times३}$

$$=३+\sqrt{२४}+\sqrt{४५०}+\sqrt{७५}\ ।$$

गुण्य-गुणकयो रेकत्र बहुत्र वा यदि ऋणत्वं वर्त्तते तदापि करणीं रूपराशौ परिणम्य गुणनं सुगमं स्यात्। यथा मूलोक्तोदाहरणे—

$$(-\sqrt{२५}+\sqrt{३}+\sqrt{१२})\times(\sqrt{२५}+\sqrt{३})$$

$$=(-५+\sqrt{३}+२\sqrt{३})\times(५+\sqrt{३})$$

$$=-५+३\sqrt{३}\times५+\sqrt{३}$$

$$-२५+१५\sqrt{३}-५\sqrt{३}+३\sqrt{९}$$

$$=-२५+१०\sqrt{३}+९$$

$$=-१६+\sqrt{३००}$$

सम्भवे सति वर्गादि-शक्तिभिः वर्गमूलादि-शक्तिसूचकं-मूलं वा गुण्यगुणकयोः समजातीयतां सम्पाद्य पूर्व्वोक्त-गुणन-नियमवत् स्वल्पायासेन तयोर्गुणनफलं साध्यते। यथा—

$$\sqrt[४]{३^{२}(क-ख)^{२}}\times\sqrt[२]{क-ख}\ ।$$

$$=\sqrt[4]{क^{2}-ख^{2}}\times\sqrt[4]{(क-ख)^{2}}\ ।$$

$$=\sqrt[4]{(क^{2}-ख^{2})\times(क-ख)^{2}}\ ।$$

अथवा— $\left\{(क^{2}-ख^{2})(क-ख)^{2}\right\}^{\frac{1}{4}}$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१८)

१। $\sqrt{२}\times\sqrt{३}\times\sqrt{५}$

२। $२\sqrt{२}\times३\sqrt{३}\times५\sqrt{५}$ ।

३। $२\sqrt[3]{२अ}\times५\sqrt[3]{३अइ}$ ।

४। $२\sqrt{क^{2}ख^{2}}\times\sqrt{क^{4}इ}$ ।

५। $(\sqrt{अ+इ})+\sqrt{अ-इ}\times(\sqrt{अ+}-\sqrt{अ-इ})$

६। $\sqrt{८+\sqrt{३९}}\times\sqrt{८-\sqrt{३९}}$

७। $\sqrt{प^{2}-\sqrt{\frac{इ\ \ इ}{प-फ}}}\times\sqrt{प^{2}+\sqrt{\frac{इ\ \ इ}{प-फ}}}$

८। $(३\sqrt{१२}-\frac{1}{2}\sqrt{२४})(३\sqrt{१२}+\sqrt{६})$

"इति करणी गुणनम् ।"

"पूर्व्वं गुणनफलस्य खगुणच्छेदस्य भागार्थं न्यासः भाज्यः क ९ क ४५० क ७५ क ५४। भाजकः क २ क ३ क ८। अत्र क २ क ८ एतयोः करण्योर्योगे कृते जातम् क १८ क ३। भाज्याच्छेदः शुद्ध्यति प्रच्युतः सन्नित्यादि करणेन लब्धो गुणः रू ५ क ३।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः भाज्यः क २५६ क ३००। भाजकः क २५ क ३ क १२। करण्योर्योगे कृते जातम् क २५ क २७। अत्रादौ त्रिभिर्गुणयित्वा धनकरण्योः ऋणकरण्योश्च योगं विधाय पश्चात् पञ्चविंशत्या गुणयित्वा शोधिते लब्धं रू ५ क ३। अत्रापि पूर्व्ववल्लब्धो गुणः रू ५ क ३।"

प्रथमोदाहरणे क्रिया प्रदर्श्यते--

भाजकः

क १८ क ३) क ९ क ४५० क ७५ क ५४ (क ३ क २५
क ९ क ५४
―――――
क ४५० क ७५
क ४५० क ७५ क २५ = रू ५।
―――――
∴ भागफलम् रू ५ क ३।

द्वितीयोदाहरणमप्येवं साध्यम्।

अथवान्यथोच्यते

धनर्णताव्यत्ययमीप्सिताया-
श्छेदे करण्या असकृद् विधाय ।
तादृक्छिदा भाज्यहरौ निहन्या-
देकैव यावत् करणी हरे स्यात् ॥ १४ ॥
भाज्यास्तया भाज्यगताः करण्यो—
लब्धाः करण्यो यदि योगजाः स्युः ।
विश्लेषसूत्रेण पृथक् च कार्या—
स्तथा यथा प्रष्टुरभीप्सिताः स्युः ॥ १५ ॥

करणी-भागहारे लघूपायमुपजाति-द्वयेनाह धनर्णतेति । छेदे भाजके ईप्सितायाः एकस्याः करण्याः असकृद् यथासम्भवं पुनः पुनः धनर्णता-व्यत्ययं धनं चेदृणमृणं चेद्धनं विधाय, तादृक्-छिदा भाजकेन तावद् भाज्यहरौ निहन्याद् गुणयेद्, यावद्धरे एका एव करणी स्यात् । ततः तया भाजक-गतया एकया करण्या भाज्यगताः करण्यः भाज्याः विभजनीयाः, एवं कृते भागफलं स्यात् । लब्धाः करण्यः यदि योगजाः द्वयोर्बहूनां वा करणीनां योगेनोत्पन्नाः स्युस्तदा विश्लेष-सूत्रेण वक्ष्यमाणेन तथा पृथक् कार्याः यथा प्रष्टुः पृच्छकस्य अभीप्सिताः करण्यः स्युः ।

अत्रोपपत्तिः

अस्मिन् केनचिदङ्केन यदि भाज्य-भाजकौ गुण्येते तदाऽविकृतैव लब्धिर्भवेत्। अत्र यदि भाजक-गताया एकस्याः करण्या धनर्णता व्यत्ययं कृत्वा तादृशेनेष्टेन यदि भाज्य-भाजकौ गुण्येते, तदा तुल्यमेव फलं स्यात; परन्तु योगान्तरयोर्घातो- वर्गान्तरसम इति भाजके करण्योरन्तरतुल्यो रूपराशि रुत्पद्यते, करणीनां च न्यूनत्वं जायते. एवमसकृत् करणे अन्त्ये एका एव करणी शिष्टा स्यादतः क्रियालाघवं भवेदित्युक्तं धनर्णता व्यत्ययमित्यादि॥

तथाच विश्लेषसूत्रं वृत्तम्

वर्गेण योगकरणी विहृता विशुध्येत्
खण्डानि तत् कृतिपदस्य यथेप्सितानि।
कृत्वा तदीयकृतयः खलु पूर्वलब्ध्या
क्षुण्णा भवन्ति पृथगेव मिथः करण्यः॥ २६

योगकरण्याः पृथक्करणं वसन्ततिलकेनाह वर्गेणेति। योगकरणी येन वर्गेण वर्गराशिना विहृता सती विशुद्ध्येत्, तत्

क्षतिपदस्य तस्य क्षतिपदस्य वर्गराशेर्यन्मूलं तस्य, यथेप्सितानि खण्डानि कृत्वा तदीय क्षतयः तेषां खण्डानां क्षतयः वर्गाः खलु पूर्वलब्धया क्षुण्णाः, योगकरणी वर्गेण विहृता यत् फलं लब्धं तेन गुणिताः पृथग् एवं इमाः करण्यः भवन्ति ।

अत्रोपपत्तिः

पूर्वोदाहरणे योगकरणी १८= $\sqrt{१८}=\sqrt{९\times२}$
$=३\sqrt{२}$ ।

$२\sqrt{२}+१\sqrt{२}$ ।

$=\sqrt{४\times२}+\sqrt{१\times२}=\sqrt{८}+\sqrt{२}$ ।

अत उक्तं वर्गेण योगकरणीति ।

"न्यासः । भाज्यः क ८ क ४५० क ७५ क ५४ । भाजकः क १८ क ३ । अत्र भाजके त्रिमित करण्याः ऋणत्वं प्रकल्प्य क १८ क ३ं । अनेन भाज्ये गुणिते योगे च कृते जातम् क ५६२५ क ६७५ । भाजके च क २२५ । अनया भाज्ये हृते लब्धं क २५ क ३ ।"

क्रिया प्रदर्श्यते, अत्र भाजके —

क १८ × क १८ + क ३ = क ३२४ + क ५४

− क ३ × क १८ + क ३ = − क५४ − क ९

धनर्णयोरन्तरमेव योग इति । क ५४—क ५४ = ०

क ३२४ − क ९ = १८ − ३ = १५ = क २२५ ।

अत्र भाज्ये च—

क ८ क ४५० क ७५ क ५४

क १८ − क ३

क १६२ + क ८१०० + क १३५० + क ८७२

− क २७ − क १३५० − क २२५ − क १६२

क १६२ − क १६२ = ०। क १३५० − क १३५० = ०।

क ८१०० − क २२५ = ९० − १५ = ७५ = क ५६२५।

क ८७२ − क २७ = $\sqrt{\text{२२४} \times \text{३}} - \sqrt{\text{९} \times \text{३}}$

= १८ $\sqrt{\text{३}}$ − ३ $\sqrt{\text{३}}$।

१५ $\sqrt{\text{३}} = \sqrt{\text{२२५} \times \text{३}}$ = क ६७५।

अतो भाजकः   भाज्यः

क २२५) क ५६२५ क ६७५ (क २५ क ३ भागफलम्।
क ५६२५
————————
क ६७५
क ६७५
————

"द्वितीयोदाहरणे न्यासः। भाज्यः क २५६ं क ३००। भाजकः क २५ं क २७। अत्र भाजके पञ्चविंशति करण्या धनत्वं प्रकल्प्य क २५ क २७ भाज्ये गुणिते धनर्णकरण्योरन्तरे च कृते जातम् क १०० क १२। भाजके च क ४ अनया भाज्ये हृते लब्धं क २५ क ३।"

क्रिया प्रदर्श्यते ; अत्र भाजके—

क २५ × (—क २५ + क २७) = —क ६२५ + क ६७५

क २७ × (—क २५ + क २७) = —क ६७५ क + ७२९

क ६७५ — क ६७५ = ० ।

क ७२९ — क ६२५ = २७ — २५ = २ = क ४

अत्र भाज्ये

क २५ × (—क २५६ + क ३००) = —क ६४०० + क ७५००

क २७ × (—क २५६ + क ३००) = —क ६९१२ + क ८१००

क ८१०० — क ६४०० = ९० — ८० = १० = क १००

क ७५०० — क ६९१२ = क २५०० × ३ — क २३०४ × ३

— ५० $\sqrt{३}$ — ४८ $\sqrt{३}$

२ $\sqrt{३}$ = $\sqrt{४ \times ३}$ = $\sqrt{१२}$ ।

अतो भाजकः भाज्यः

क ४) क १०० क १२ (क २५ क ३
क १००
————
क १२
क १२
————

भागफलम् ।

एवं सर्वत्र बोद्धव्यम् ।

"इदानीं पूर्वोदाहरणे गुणेर भाजके कृते न्यासः । भाज्यः क ९ क ४५० क ७५ क ५४ । भाजकः क २५ क ३ ।

अत्रापि त्रिकरण्याः कल्पत्वं प्रकल्प्य भाज्ये गुणिते युते च जातम् क ८७१२ क १४५२। भाजके च क ४८४। अनया हृते भाज्ये लब्धौ गुणकः क १८ क ३।

पूर्व्वं गुणके खण्डत्रयमासीदिति योगकरणीयम् क १८ विश्लेष्या। तत्र वर्गेण योगकरणी विहृता विशुध्येदिति नवाङ्केन ९ विहृता सती शुध्यतीति लब्धं २। नवानां मूलं ३ अस्य खण्डे १।२। अनयोः कृती १।४। पूर्वलब्ध्या २ गुणिते २।८। एवं जातो गुणकः क २ क ३ क ८।"

"इति करणी भजनम्।"

करणी भागहारे कतिपय नियमाः

यत्र करणी भाज्यभाजकौ समजातीय-रूपराशि-विशिष्टौ तत्र व्यक्त-गणितोक्त-भागहार नियम वदेव भागक्रिया सम्पद्यति। यथा—

$$६\sqrt{१९} \div ३\sqrt{२१} = २\sqrt{\frac{१९}{२१}}\ ।$$

द्वितीयोदाहरणम्—

$$\sqrt{२\,कखग} \div \sqrt{खखग} = \sqrt{\frac{२\,कखग}{खखग}} = \sqrt{\frac{२\,क}{ख}}\ ।$$

तृतीयोदाहरणम्—

$$६\sqrt{\frac{३ २}{क ख}} \div २\sqrt{\frac{२ ३}{क ख}} = \frac{६ क ख}{\frac{२ ३}{२ क ख}} = \frac{३ क}{ख}$$

करणीनां समजातीयतायां करणीं रूपराशौ परिगण्य-व्यक्त-भागहार नियम वदपि करणौ भागहारः साध्यते। यथा—मूलोक्त प्रथमोदाहरणे—

$$भाज्यः = \sqrt{९} + \sqrt{४५०} + \sqrt{७५} + \sqrt{५४}$$
$$= ३ + १५\sqrt{२} + ५\sqrt{३} + ३\sqrt{६}$$
$$भाजकः = \sqrt{२} + \sqrt{३} + \sqrt{८}$$
$$\sqrt{२} + \sqrt{३} + २\sqrt{२} = \sqrt{३} + ३\sqrt{२} ।$$

$\sqrt{३} + ३\sqrt{२}$) $३ + ३\sqrt{६} + ५\sqrt{३} + १५\sqrt{२}$ ($\sqrt{३} + ५$

$३ + ३\sqrt{६}$

$५\sqrt{३} + १५\sqrt{२}$

$५\sqrt{३} + १५\sqrt{२}$

•

अतो निर्णीत भागफलं पूर्व्वं तुल्यमेव $\sqrt{३} + ५$ ।

द्वितीयोदाहरणे—

$$भाज्यः = -\sqrt{२५६} + \sqrt{३००} = -१६ + १०\sqrt{३}$$
$$भाजकः = -\sqrt{२५३} + \sqrt{३} + \sqrt{१२} = ३\sqrt{३} - ५ ।$$

$$२\sqrt{२}-५\ )\ -१६+१०\sqrt{२}\ (\ \sqrt{२}+५$$
$$\underline{८-५\sqrt{२}}$$
$$-२५+१५\sqrt{२}$$
$$\underline{-२५+१५\sqrt{२}}$$
$$०\quad \text{भागफलम्}\ \sqrt{२}+५ ।$$

अत्र भाज्य भाजकयो धनर्णता व्यत्ययं कृत्वापि भागक्रिया सुशक्या तद् यथा—

द्वितीयोदाहरणं—

$$\frac{-१६+१०\sqrt{२}}{२\sqrt{२}-५} = \frac{-१६+१०\sqrt{२}\times २\sqrt{२}+५}{२\sqrt{२}-५\times २\sqrt{२}+५}$$

$$= \frac{-४८\sqrt{२}+८०-८०+५०\sqrt{२}}{२७-१५\sqrt{२}+१५\sqrt{२}-२५} = \frac{१०+२\sqrt{२}}{२}$$

$$=५+\sqrt{२} ।$$

करणीनां भागहारे भाज्याच्छेदः शुद्ध्यति प्रच्युतः सन्नित्यादि करणेन यत्र क्रिया दुःसाध्या तत्र, धनर्णता व्यत्यय-प्रकारेण स्वल्पायासेनैव क्रिया निर्व्वहति यथा—

१। $\frac{१५+७\sqrt{२}}{८+५\sqrt{२}}$ = अत्र प्रथम प्रकारेण क्रिया दुर्घटते

द्वितीयेन तु—

$$\frac{१५+७\sqrt{२}\times ८-५\sqrt{२}}{८+५\sqrt{२}\times ८-५\sqrt{२}} = \frac{३०-१२\sqrt{२}}{८१-७५}$$

$$\frac{३० - १२\sqrt{३}}{६} = ५ - २\sqrt{३} \text{ ।}$$

२१। $\frac{३\sqrt{५}+\sqrt{३}}{\sqrt{५}-\sqrt{३}} = \frac{(३\sqrt{५}+\sqrt{३})(\sqrt{५}+\sqrt{३})}{(\sqrt{५}-\sqrt{३})(\sqrt{५}+\sqrt{३})}$

$$= \frac{१८+४\sqrt{१५}}{५-३} = \frac{१८+४\sqrt{१५}}{२}$$

$$= ९+२\sqrt{१५} \text{ । इत्यादि ।}$$

प्रश्ने यदि मूलानां समजातीयता न वर्त्तते तथापि समजातीयतां सम्पाद्य भागक्रिया सम्पादनीया । यथा—

$$\sqrt{क} = \sqrt[४]{क^{२}} = \sqrt[६]{क^{३}}$$ इत्यादि ।

नव्यमते क्रमेण तत्र चिह्नान्तरं $क^{\frac{१}{२}} = क^{\frac{२}{४}} = क^{\frac{३}{६}}$ इत्यादि

$\sqrt[३]{क} = \sqrt[६]{क^{२}}$ इत्यादि, नव्यमते तत्र क्रमेण चिह्नान्तरं

$क^{\frac{१}{३}} = क^{\frac{२}{६}}$ इत्यादि ।

उदाहरणम् ।

$$(क^{२} - ख^{२})^{\frac{१}{२}} \div (क^{३} - ख^{३})^{\frac{१}{३}}$$

$$= (क^{२} - ख^{२})^{\frac{३}{६}} \div (क^{३} - ख^{३})^{\frac{२}{६}}$$

$$= \left\{ \frac{(\text{क}^{२} - \text{ख}^{२})}{(\text{क}^{१\,२} - \text{क}^{२})} \right\}^{\frac{३\,१}{६}}$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (१९)

१। $१२\,\text{काह}\sqrt{\frac{{}^{२\;३}}{१२\,\text{ख}\,\text{ग}}} \div ३\text{क}\sqrt{\text{खगक}}$ ।

२। $१४\sqrt[३]{९\text{क}} \div २\sqrt[३]{४\text{क}}$ ।

३। $\sqrt[३]{\frac{२}{४\,\text{क}}} \div \sqrt{२\,\text{क}}$ ।

४। $\sqrt[२]{\frac{\text{कअ}}{\text{क}\,\text{ख}\,\text{द}^{२}}} \div \sqrt[६]{\frac{\frac{२\,\text{क}^{२}\,\text{अ}^{२}}{२}}{२\,\text{ख}\,\text{द}}}$

५। $३\text{अ}\sqrt[३]{\text{क}} \div \frac{२}{४}\sqrt[३]{\text{कअ}}$ ।

करणीवर्गादिरुदाहरणम्

द्विकत्रिपंचप्रमिताः करण्य-

स्तासां कृतिं त्रिद्विक संख्ययोश्च ।

षट्पञ्चकत्रिद्विकसम्मितानां
पृथक् पृथङ् मे कथयाशु विद्वन् ॥
अष्टादशाष्टद्विक-सम्मितानां
कृती-कृतानांच सखे पदानि ॥

करणी-वर्ग-वर्गमूलयोरुदाहरणानि सार्द्धेपजातिकयाह द्विकेति। हे विद्वन् सखे! द्विक-त्रि-पञ्च-प्रमिताः करण्यः सन्ति। तासां करणीनां, तथा त्रि-द्विक-संख्ययोः करण्योः, तथा षट्-पञ्चक-त्रि-द्विक-सम्मितानां करणीनां अष्टादशाऽष्ट-द्विक-सम्मितानां करणीनां च कृतिं कृती-कृतानां वर्गीकृतानां पदानि च पृथक् पृथङ् मे आशु कथय।

न्यासः। प्रथमः क २ क ३ क ५। द्वितीयः क ३ क २। तृतीयः क ६ क ५ क ३ क २। चतुर्थः क १८ क ८ क २।

स्थाप्योऽन्त्यवर्गश्चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना* इत्यनेन, गुण्यः पृथग्-गुणक-खण्ड-सम इत्यनेन वा जाताः क्रमेण वर्गाः प्रथमः रू १० क २४ क ४० क ६०। द्वितीयः रू ५ क २४। तृतीयः रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क ४० क २४। अत्रापि करणीनां यथासम्भवं योगं कृत्वा वर्ग-मूर्गमूले

---

* अपरेऽङ्का द्विगुणान्त्यनिघ्ना इति नियमे द्वयमिति रूपराशिकं तत् करणीजातीयकरणार्थं वर्गेण वर्गं गुणयेद् भजेच्चेति. वर्गीकृतं तेन चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना इति जातम्।

कार्यो, तद् यथा क १८ क ८ क २। आसां योगः क ७२।

अस्या वर्गः क ५१८४। अस्या मूलं रू ७२।"

क्रिया प्रदश्यते प्रथमोदाहरणे—

$(\sqrt{२}+\sqrt{३}+\sqrt{५})^{२}$ स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्ना इत्यादिना—

$=\sqrt{२}^{२}+२\sqrt{२\times३}+२\sqrt{२\times५}+\sqrt{३}^{२}$

$+२\sqrt{३\times५}+\sqrt{५}^{२}$।

$=२+\sqrt{४\times२\times३}+\sqrt{४\times२\times५}$

$+३+\sqrt{४\times३\times५}+५$।

$=२+३+५+\sqrt{२४}+\sqrt{४०}\times\sqrt{६०}$!

=रू १० क २४ क ४० क ६०। एवं सर्वत्र।

"इति करणी वर्गः।"

करणीमूले सूत्रं वृत्तद्वयम्।

वर्गे करण्या यदि वा करण्यो-

स्तुल्यानि रूपाण्यथवा बहूनां।

विशोधयेत् रूपकृतेः पदेन
शेषस्य रूपाणि युतोनितानि ॥ १७ ॥
पृथक् तदर्द्धं करणी द्वयं स्या-
न्मूलेऽथ वह्वी करणी तयो र्या ।
रूपाणि तान्येव कृतानि भूयः
शेषाः करण्यो यदि सन्ति वर्गे ॥ १८ ॥

करणी मूल मुपजातिद्वयेनाह वर्गे करण्या इति । वर्गे करणी वर्गे करण्याः तुल्यानि रूपाणि, यदि वा करण्योः अथवा वह्वीनां करणीनां तुल्यानि रूपाणि रूपेकृतेः विशोधयेत् । शेषस्य पदेन मूलेन सह पृथक् स्थापितानि रूपाणि युतोनितानि कार्य्याणि, तदर्द्धं योगार्द्धं वियोगार्द्धञ्चेति करणी द्वयं स्यात् । अथ यदि वर्गे शेषाः करण्यः सन्ति तर्हि, मूले वर्गमूले लब्धयोः करण्योर्मध्ये या वह्वी करणी तानि एव रूपाणि कृतानि प्रकल्पितानि, ततः भूयः पुनःपुन एवं रूपकृतेः करणीतुल्य रूपाणि प्रोज्झ्येत्यादिना क्रिया कार्य्या ।

अत्रोपपत्तिः

$(\sqrt{क} + \sqrt{ख})^2 = (\sqrt{क})^2 + (\sqrt{ख})^2 + २\sqrt{कख}$ ।

$$(\sqrt{\text{क}}+\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}} - \text{४}\sqrt{\text{कख}}$$

$$= (\sqrt{\text{क}})^{\text{२}} + (\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}} + \text{२}\sqrt{\text{कख}} - \text{४}\sqrt{\text{कख}}$$

अतः $(\sqrt{\text{क}}+\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}} - \text{४}\sqrt{\text{कख}}$

$$= (\sqrt{\text{क}})^{\text{२}} + (\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}} - \text{२}\sqrt{\text{कख}}$$

$$= (\sqrt{\text{क}}-\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}}$$

$$\sqrt{(\sqrt{\text{क}}+\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}} - \text{४}\sqrt{\text{कख}}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{\text{क}}-\sqrt{\text{ख}})^{\text{२}}}$$

$$= \sqrt{\text{क}}-\sqrt{\text{ख}} \text{ ।}$$

अत $\sqrt{\text{क}}+\sqrt{\text{ख}}$ करणी तुल्य रूपराशिः ।

$\text{४}\sqrt{\text{कख}} =$ करणी योग्यतुल्य रूपराशिः ।

$\sqrt{\text{क}}-\sqrt{\text{ख}} =$ करणीतुल्यरूपयोरन्तरम् । ततः संक्रमण गणितेन राशिज्ञानम् ।

अत उक्तम्, वर्गे करण्या इत्यादि ।

उदाहरणम्

"द्वितीयवर्गस्य मूलार्थं न्यासः । रू ५ क २४ । रूपकृतेः २५ । करणीतुल्यानि रूपाणि २४ अपास्य शेषं

१ अस्य मूलेन १ ऊनाधिक-रूपाणामर्द्धे जाते मूलकरण्यौ क २ क ३।

प्रथम वर्गस्य न्यासः। रू १० क २४ क ४० क ६०। रूप कृते १००। चतुर्विंशति-चत्वारिंशत् करण्यौ तुल्यानि रूपाण्यपास्य शेषम् ३६। अस्य मूलेनोनाधिक-रूपाणामर्द्धे जाते २।८। तत्रापीमां ८। द्वितीयां मूलकरणीं रूपाण्येव प्रकल्प्य पुनः शेषकरणीभिः स एव विधिः कार्य्यः। तत्रेयं रूपकृतिः ६४। षस्याः षष्टि-रूपाण्यपास्य शेषं ४। अस्य मूलम्। २। अनेनोनाधिक-रूपाणामर्द्धे ३।५। जाते मूल-करण्यौ क ३ क ५। मूलकरणीनां यथाक्रमं न्यासः क २ क ३ क ५।

तृतीय वर्गस्य न्यासः। रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क ४० क २४। रूपकृतिः २५६। करणी त्रितयस्यास्य क ४८ क ४० क २४। तुल्यानि रूपाण्यपास्योक्तवज्जाते खण्डे २।१४। महती-करणी १४ इत्यस्याः कृतिः १९६। अस्याः करणीद्वयस्यास्य क ७२ क १२०। तुल्यरूपाण्यपास्योक्त-वज्जाते खण्डे ६।८। पुनः रूपकृतिः ६४। षष्टिरूपाण्यपास्योक्त-वत् खण्डे ३।५ एवं मूल-करणीनां यथाक्रमं न्यासः क ६ क ५ क ३ क २।

चतुर्थस्य न्यासः। रूप ७२ क०। इयमेव लब्धा मूल-करणी ७२। पूर्वं खण्डत्रयमासीदिति वर्गेण योगकरणी विहृता विशुध्येदिति षट्त्रिंशता विहृता शुध्यतीति

षट्त्रिंशतो मूलं ६। एतस्य खण्डानां। १।२।३। हतयः १।४।९। पूर्वलब्ध्यानया २ गुणाः २।८।१८। एवं पृथक् करण्यो जाताः क २ क ८ क १८।"

अथ वर्गगतर्ण-करण्या मूलानयनार्थं सूत्रं वृत्तम्।

ऋणात्मिका चेत् करणी कृतौ स्याद्-
धनात्मिकां तां परिकल्प्य साध्ये।
मूले करण्यावनयो रभीष्टा
क्षयात्मिकैका सुधियावगम्या ॥११॥

यत्र वर्गराशौ ऋणकरणी वर्त्तते तत्र मूलानयनमुपजात्याह ऋणात्मिका चेदिति। कृतौ वर्गे चेद् ऋणात्मिका करणी स्यात्, मूलसिद्ध्यर्थं तां धनात्मिकां करणीं परिकल्प्य, वर्गे करण्या यदि वा करण्योरित्यादिना मूले साध्ये, तर्हि करण्यौ भवेताम्। अनयोः करण्योर्मध्ये एका अभीष्टा करणी क्षयात्मिका अवगम्या ज्ञातव्या।

अत्रोपपत्ति

$$(\sqrt{क} + \sqrt{ख})^{२} = क + ख + \sqrt{४कख}।$$

$(-\sqrt{क} + \sqrt{ख})^२$ अथवा $(\sqrt{क} - \sqrt{ख})^२$
$= क + ख - \sqrt{४कख}$

सर्वत्र क, ख इत्यस्य मानं तुल्यं, अत्र विशेषस्तु यदि $-\sqrt{४कख}$ इति ऋणरूपा करणी स्यात् तदा क, ख अनयोर्मध्ये एका ऋणरूपा भवत्येव। अतः धनात्मिकां करणीं प्रकल्प्य क्रिया कार्य्येत्याचार्य्येणोपदिष्टम्। लब्धकरण्यो-र्मध्ये अभीष्टाया एकस्या ऋणत्वं कल्प्यम्।

उदाहरणम्।

त्रि-सप्त मित्योर्वद मे करण्यो-
र्विश्लेष वर्गं कृतितः पदञ्च।

अत्रोदाहरणमुपजात्यर्द्धेन प्रदर्शयति त्रिसप्तेति। त्रि-सप्त मित्योः करण्योः विश्लेष-वर्गं, अन्तरस्य वर्गं तथा कृतितः पदं च मे वद।

"न्यासः। क ३̇ क ७। यद्वा क ३ क ७̇ अनयोर्वर्गः सम एव रू १० क ८४̇। अत्र वर्गे ऋण करण्या धनत्वं प्रकल्प्य प्राग्वल्लब्ध-करण्योरेकाऽभीष्टो ऋणगता स्यादिति जातम् क ३̇ क ७। वा क ३ क ७̇।

द्विक-त्रि-पंच-प्रमिताः करण्य-
स्स्वस्वर्णगा व्यस्तधनर्णगा वा ।
तासां कृतिं ब्रूहि कृतेः पदं च
चेत् षड्विधं वेत्सि सखे करण्याः ॥

अथोदाहरणान्तराण्युपजात्याह द्विकत्रि पञ्चेति । हे सखे ! त्वं चेत् करण्याः षड्विधं योग-वियोग-गुणन भजन-वर्ग वर्गमूलानीति वेत्सि, तर्हि, या द्विक-त्रि-पञ्च प्रमिताः क्रमेण स्वर्णगा वा व्यस्तधनर्ण धनगाः करण्यः सन्ति । तासां कृतिं ब्रूहि, कृतेः पदं च ब्रूहि ।

"न्यासः । क २ क ३ क ५ । वा क २ क ३ क ५ । आसां वर्गः सम एव जातः रू १० क २४ क ४० ६० ।

अत्र ऋणकरण्यौ तुल्यानि धनरूपाणि १०० । रूपकृतेः १०० अपास्य शेषस्य ० मूलं ० । अनेनोनाधिक-रूपाणामर्द्धे क ५ क ५ । अत्रैका ऋणम् क ५ । अस्या रूपाणीति—

न्यासः । रू ५ क २४ । पूर्ववज्जाते करण्यौ धने एव क ३ क २ । यथाक्रमं न्यासः क २ क ३ क ५ ।

अथवाऽनयोः क २४ क ६० तुल्यानि धनरूपाणि ८४ रूपकृतेः १०० अपास्योक्तवज्जाते मूलकरण्यौ क ७ क ३ । अनयोर्महती ऋणम् क ७ । तान्येव रूपाणि प्रकल्प्य रू ७ ।

क ४०। अतः प्राग्वत्करण्यौ क ५ क २। अनयोरपि महती ऋणमिति यथाक्रमं न्यासः क ३ क २ क ५।

अथ द्वितीयोदाहरणे प्राग्वत् प्रथम पक्षे मूलकरण्यौ क ५ क ५ अनयोरैका ऋणं क ५। तान्येव रूपाणीति ऋणोत्पन्ने करणीखण्डे ऋण एवेति यथाक्रमं न्यासः क ३ क २ क ५ द्वितीयपक्षेणापि यथोक्ता एव मूलकरण्यः क ३ क २ क ५। एवं बुद्धिमतानुक्तमपि ज्ञायते इति पूर्व्वैर्नायमर्थो विस्तीर्य्योक्तः बालावबोधार्थं तु मयोच्यते।

एकादि संकलित मित-
करणी खण्डानि वर्गराशौ स्युः।
वर्गे करणी त्रितये
करणी द्वितयस्य तुल्यरूपाणि ॥ २० ॥
करणी षट्के तिसृणां
दशसु चतसृणां तिथिषु च पंचानाम्।
रूपकृतेः प्रोज्झ्य पदं
ग्राह्यं चेदन्यथा न सत् क्वापि ॥ २१ ॥

उत्पन्नस्य मानयैव
मूलकरण्याऽल्पया चतुर्गुणया।
यासामपवर्त्तः स्याद्‌-
रूपकृतेस्ता विशोध्याः स्युः ॥ २२ ॥
अपवर्त्ताद्पि लब्धा-
मूलकरण्यो भवन्ति ताश्चापि।
शेषविधिना न यदि ता-
भवन्ति मूलं तदा तदसत् ॥ २३ ॥

वर्गकरणीसंख्यां शोध्य-करणी-खण्ड-संख्याञ्च गीतिद्वये-नार्य्याद्वयेन चाह एकादीति। वर्गराशौ सरूपाणि करणीखण्डानि स्युः। यथा एकादि संख्यानां संकलने एक, त्रि, षट्, दशेत्यादि संख्याः स्यु स्तथा, एककरण्या वर्गे तत् करण्येव रूपराशिः स्यात्। द्वयोः करण्योवर्गे खण्डत्रयं, तत्र करणीद्वय-तुल्यो रूपराशिः एका करणी च। तिसृणां करणीनां वर्गे खण्ड षट्कं। तत्र करणी-त्रयतुल्यो रूपराशिः तिस्रः करण्यश्चेत्यादि क्रमेण व बोद्धव्यम्। यद्यु दाहरणे तावन्ति न स्यु-स्तदा वर्गेण योग करणीति विश्लेषसूत्रेण तावन्ति कार्य्याणि। रूपराशेर्वर्गेतः करणी-खण्ड-तुल्य-रूपाणां शोधने तु वर्गे करणी त्रितये सति करणी द्वितयस्य तुल्यानि रूपाणि रूप-

ऋतेर्विशोध्य पदं ग्राह्यं. तथा वर्गे करणी षट्के सति तिसृणां करणीनां, दशसु चतसृणां, तिथिषु पञ्चदशसु च पञ्चानां करणीनां तुल्यानि रूपाणि रूपकृतेः शोध्य पदं ग्राह्यं। चेद् यदि अन्यथा स्यात् अर्थाद् रूपकृतेः शोध्य पदं न लभ्यते, तदा उदाहरणमिदं न क्वापि सद् भवेत्। एवं सति उत्पन्नसमानया अल्पया चतुर्गुणया करण्या यासां करणीनां अपवर्त्तः स्यात् ताः रूपकृतेः विशोध्याः स्युः अपवर्त्तादपि लब्धाः ता मूलकरण्यो भवन्ति। शेषविधिना मूलेऽथ बह्वी करणी तयो र्या इत्यादिना यदि ताः करण्यो न भवन्ति तदा मूलं असत्।

अत्रोपपत्तिः

$(\sqrt{क})^2 = क =$ खण्डमेकम्।

$(\sqrt{क} + \sqrt{ख})^2 = क + \sqrt{४कख} + ख$
= खण्डत्रयम्।

$(\sqrt{क} + \sqrt{ख} + \sqrt{ग})^2 = क + \sqrt{४कख}$
$+ \sqrt{४कग} + ख + \sqrt{४खग} + ग =$ खण्ड षट्कं, एवं हि सर्व्वत्र करणी वर्गे १।३।६।१०। इत्यादि क्रमेणैकादि-संकलितमितादि करणीनां खण्डानि स्युः।

अत उक्तं एकादि संकलित मितित्यादि।

करणी मूले प्रथमम् को राशिरागच्छति। अतस्तस्य राशे ये येषु येषु करणी-खण्डेषु स राशिर्वर्त्तते तान्येकीकृत्य रूप

वर्गतो वियोज्यानि। यथा $(\sqrt{क} + \sqrt{ख} + \sqrt{ग})$ आसां वर्गे त्रीणि करणीनां खण्डानि, किन्तु खण्डद्वयं "क" इत्यस्ति अतः खण्डद्वयं रूपवर्गतो वियोज्यम्। एवं हि

$(\sqrt{क} + \sqrt{ख} + \sqrt{ग} \sqrt{घ})^2$ अत्र वर्गे षट् करणीनां खण्डानि। किन्तु त्रिषु खण्डेषु क इति वर्त्तते अतः खण्डत्रय तुल्यरूपाणि रूप वर्गतो वियोज्यानीति।

अत उक्तं वर्गे करणी त्रितय इत्यादि।

$(\sqrt{क} + \sqrt{ख} + \sqrt{ग})^2 = क + ख + ग + \sqrt{४कख} + \sqrt{४कग} + \sqrt{४खग}$।

अत्र प्रथमं 'क' इति, ततः 'ख+ग' इति च आगच्छति।

तत्र 'क' इति लघु राशिः। ख+ग इति महद्राशिः।

४×क अनेन $\sqrt{४कख}$, $\sqrt{४कग}$ इति खण्डद्वयस्यापवर्त्तनं स्यात्, अतः क इत्यस्य माननिर्णये रूप वर्गतः अनयोः खण्डयोः वियोगः कार्य्यः। अत उक्तं उत्पत्स्यमानयेति।

$क + ख + ग + \sqrt{४कख} + \sqrt{४कग} + \sqrt{४खग}$।

अत्र रूपवर्गतः $\sqrt{४कख}$, $\sqrt{४कग}$ इति वियोज्यं राशिद्वयं यदि ४×क अनेनापवर्त्त्यते तदा ख, ग इति स्यात्। मूलेऽय वक्ष्येत्यादि शेषविधिना यदि ख, ग इति खण्डद्वयं नागच्छेत्तदा मूलमसदिति स्पष्टम्।

"करणी-वर्गराशौ रूपैरवश्यं भवितव्यं, रूप-करण्या वर्गे रूपाण्येव। द्वयोः सरूपैका करणी। तिसृणां तिस्रः। चतसृणां षट्। पंचानां दश। षण्णां पंचदश इत्यादि।

अतो द्व्यादीनां करणीनां वर्गेषु एकादि संकलित मितानि करणीनां खण्डानि रूपाणि यथाक्रमं स्युः। अथ यदि उदाहरणे तावन्ति न भवन्ति तदासौ योगकरणी विश्लेष्या वा भवतीति ज्ञात्वा मूलं ग्राह्य मित्यर्थः। वर्गे करणी-त्रितये करणी द्वितयस्य तुल्य रूपाणीति स्पष्टार्थम्।"

उदाहरणम्

वर्गे यत्र करण्यो दन्तैः सिद्धैर्गजैर्मिता विद्वन्।
रूपैर्दशभिरुपेताः किं मूलं ब्रूहि तस्य स्यात्॥

मूलेऽसदुदाहरणमार्यया प्रदर्शयति वर्गे यत्रेति। भो विद्वन्! यत्र वर्गे दशभीरूपैरुपेता युक्ताः दन्तैः द्वात्रिंशता, सिद्धैः चतुर्विंशत्या, गजैः अष्टाभिः मिताः करण्यः सन्ति, तस्य वर्गराशेः मूलं किं स्यादिति ब्रूहि।

न्यासः। रू १० क ३२ क २४ क ८।

अत्र वर्गे करणी-त्रितये करणी-द्वितयस्य तुल्यानि रूपाणि प्रथमं रूपकरणयोरस्य मूलं ग्राह्यं। पुनरेकस्या एवं

क्रियमाणेऽत्र पदं नास्तीत्यतोऽस्य करणीगत-मूलाभावः। अथा-नियमेन सर्व-करणी तुल्यानि रूपाण्यपास्य मूलमानीयते, तदिदम् क २ क ८। समागच्छति। इदमसत् यतोऽस्य वर्गोऽयं रू १८।

"अथवा दन्त-गज-मितयोर्योगं कृत्वा रू १० क ७२ क २४। मूलं रू २ क ६। आनीयते तदिदमप्यसत्।"

क्रिया प्रदर्श्यते

$१०^२ - २४ + ८ = १०० - ३२ = ६८$ अस्यान्मूलं न लभ्यते।

$१०० - ३२ + ८ = ६०$ मूलं न प्राप्यते।

$१०० - २४ + ३२ = ४४$ मूलं न स्यात्।

$१०० - ३२ + २४ + ८ = ३६$ अस्य मूलं ६।

$\frac{१० \pm ६}{२} =$ क ८, क २। इदमसत्।

यतः $(\sqrt{८} + \sqrt{२})^२ = ८ + २ + \sqrt{४ \times ८ \times २} =$ रू १८।

वर्गराशिः समो न स्यादतो मूलमसत्।

अथवा क ३२ + क ८। योगं करण्योर्संहतौं प्रकल्प्येत्या-दिना योगः ७२।

अतः रू १० क ७२ क २४

$१०^२ - ७२ + २४ = ४$। $\sqrt{४} = २$।

$\therefore \frac{१० \pm २}{२} =$ क ६, क ४। $\sqrt{४} =$ रू २।

अतो मूलम् रू २ क ६ इदमप्यसत् यतः अस्यवर्गः रू १० क ६६ । क ८६ । अस्याः विश्लेषसूत्रेणापि प्रश्नोक्त-वर्गतुल्यं नायातीति मूल मसत् ।

उदाहरणम्

वर्गे यत्र करण्य-
स्तिथि विश्वहुताशनैश्चतुर्गुणितैः ।
तुल्या दशरूपाढ्याः
किं मूलं ब्रूहि तस्य स्यात् ॥

अन्यदुदाहरणमार्ययाह वर्गे यत्रेति । यत्र वर्गे दश रूपाढ्याः चतुर्गुणितैः तिथि-विश्व-हुताशनैः तुल्याः करण्यः, दशरूपसहितानि षष्ट्या-द्विपञ्चाशता द्वादशभिश्च तुल्यानि त्रीणि करणीखण्डानि यत्र वर्गे सन्तीत्यर्थः । तस्य वर्गराशि-मूलं किं स्यादिति ब्रूहि ।

"न्यासः । रू १० क ६० क ५२ क १२ । अत्र किल वर्गे करणी-त्रयमस्तीति तत् करणीद्वयस्य द्विपञ्चाशद् द्वादश-मितस्य क ५२ क १२ तुल्य रूपाण्यपास्य ये मूल करण्या वुत्पद्येते क ८ क २ । तयोरल्पया २ चतुर्गुणया ८ । द्विपञ्चा

षड्-द्वादशमितयोरपवर्त्तो न स्यादत स्ते न शोध्ये। यत· उक्तामुत्पत्स्यमानयैवेत्यादि। अत्राल्पयेत्युपलक्षणम् तेन क्वचि· न्महत्यापि। तदा मूलकरणीं रूपाणि प्रकल्पयान्ये करणीखण्डे साध्ये। सा महती प्रकल्प्येत्यर्थः।”

उदाहरणम्

अष्टौ षट्पञ्चाशत् षष्टिः करणीत्रयं कृतौ यत्र।
रूपैर्दशभिरुपेतं किं मूलं ब्रूहि तस्य स्यात्॥

पुन रन्योदाहरण माह्यियाह अष्टाविति। रूपैः दशभिः उपेतं युक्तं अष्टौ, षट्पञ्चाशत्, षष्टि इति करणीत्रयं यत्र कृतौ अस्ति, तस्य वर्गराशेः किं मूलं स्यादिति ब्रूहि।

“न्यासः। रू १० क ८ क ५६ क ६०।

अत्राद्य खण्डद्वये क ८ क ५६। शोधिते जाते मूलकरण्यौ ८।२ अत्र उत्पत्स्यमानयाऽल्पया २ चतुर्गुणया ८। तयोः खण्डयोरपवर्त्तेन लब्धे खण्डे १।७। परं शेषविधिना मूलकरण्यौ नोत्पद्येते। अतस्ते खण्डे न शोध्ये। अन्यथा तु शोधने कृते मूलं नायातीत्यत स्तदसत्।”

उदाहरणम्

चतुर्गुणाः सूर्य्य-तिथीषु-रुद्र-
नागर्त्तवो यत्र कृतौ करण्यः।
सविश्व रूपा वद तत्पदं ते
यद्यस्ति बीजे पटुताभिमानः॥

उदाहरणान्तर मुपजात्याह चतुर्गुणा इति। यदि ते तव बीजे पटुताभिमानः अस्ति तर्हि, सविश्वरूपा रूप-त्रयोदश-सहिताः चतुर्गुणाः सूर्य्य-तिथीषु-रुद्र-नागर्त्तवः, चतुर्गुणाः द्वादश-पञ्चदश-पञ्चैकादशाष्ट-षड्मिताः करण्यः यत्र कृतौ वर्गे सन्ति तत् पदं तत्र मूलं वद।

"न्यासः। रू १३ क ४८ क ६० क २० क ४३ क ३२ क २४।

अत्र करणी-षट्के तिसृणां करणीनां तुल्यानि रूपाणि प्रथमं रूपकृतेरपास्य मूलं ग्राह्यं। पश्चाद् द्वयो स्तत एकस्या एवं कृतेऽत्र मूलाभावः। अथान्यथा तु प्रथम माद्य-करण्या-स्तुल्यानि रूपाण्यपास्य पश्चाद् द्वितीय-तृतीययो स्ततः शेषाणाञ्च रूपाणि रूपकृतेर्विशोध्यानीति मूलं क १ क २ क ५ क ५। तदिदमप्यसत्, यतोऽस्य वर्गोऽयम् रू १३ क ८ क ८० क १६०। यैरस्य मूलानयनस्य नियमो न कृतस्तेषा मिदं दूषणं। एवं-विध-वर्गे करणीनामासन्न-मूल-करणेन मूलान्यानीय, रूपेषु

प्रक्षिप्य, मूलं वाच्यम्। अत्र महतो रूपाणीत्युपलक्षणम्। यतः क्वचिदल्पापि।"

अत्रोदाहरणम्

चत्वारिंशदशीति द्विशती तुल्याः करण्यश्चेत्।
सप्तदश-रूपयुक्ता स्तत्र कृतौ किं पदं ब्रूहि॥

कदाचिल्लघुकरणीमपि रूपाणि प्रकल्प्य यथोक्त-क्रियाकरणे मूलमागच्छतीत्युदाहरण मुपगोत्या प्रदर्शयति चत्वारिंशदिति। यत्र कृती सप्तदश-रूपयुक्ताः चत्वारिंशदशीति-द्विशती-तुल्याः चेत् तिस्रः करण्यः तत्र किं पदं स्यादिति ब्रूहि।

"न्यासः। रू १७ क ४० क ८० क २००। शोधिते जाते खण्डे क १० क ७। पुनर्लघ्वीं करणीं रूपाणि, कृत्वा लब्धे करण्यौ क ५ क २। एवं मूलकरणीनां न्यासः। क १० क ५ क २।"

$$१७^{२} - २०० + ८० = २८९ - २८० = ९ ।$$

$$\sqrt{९} = ३ । \quad \frac{१७ \pm ३}{२} = क\,१० । \quad क\,७ ।$$

अत्र उत्पत्स्यमानया महत्या १० चतुर्गुणया ४० यासामपवर्त्तः स्यात् ताः लघुकरणीतुल्य रूपराशि-वर्गतः शोधिताः ।

$७^{२} - ४० = ४९ - ४० = ९ ।$

$\sqrt{९} = ३ । \quad \frac{७ \pm ३}{२} = क\ ५\ क\ २ ।$

अतः मूलं क १० क ५ क २ ।

"इति करणीषड़्विधम् ।

इति षट्त्रिंशत् परिकर्म्माणि ।"

करणीमूले सिद्धान्ताः ।

१ । ययोः करण्योः करणीगतांशेन समता-विधानं न शक्यते, तयोर्गुणफलं रूपराशौ न कदापि परिवर्त्तितुं शक्यते यथा, $\sqrt{५} \times \sqrt{३} = \sqrt{१५}$ । $\sqrt{७} \times \sqrt{११} = \sqrt{७७}$ इत्यादि ।

२ । यस्याः करण्याः मूलं न सिद्ध्यति सा अरूपराशिः करणीति भण्यते । यथा, $\sqrt{३}, \sqrt{५}, \sqrt{७}$ इत्याद्याः करण्यः अरूप राशिका एव । $\sqrt{९} = ३ । \sqrt{४} = २ ।$

अतः $\sqrt{४}, \sqrt{९}, \sqrt{१६}$ इत्याद्याः करण्यः रूपराशिषु परिगण्यन्ते ।

३। अरूपराशिः करणी कदाचिदपि रूपराशि-तुल्यो न भवितु मर्हति। अर्थात् अरूपराशिः रूपराशौ न परिणतो- भवितु मर्हतीति।

४। काऽपि वर्गीय-करणी एवंविधस्य राशेस्तुल्या न भवितुमर्हति यस्या एकपदं रूपराशिरपरंच वर्गीयकरणी वा पदद्वयमेव वर्गीयकरणीति।

अत्र कल्प्यतां $\sqrt{क} = अ + \sqrt{इ}$

$\therefore क = अ^{2} - २ अ \sqrt{इ} + इ$

उभयतः $अ^{2} + इ$ इत्यस्य शोधने—

$क - अ^{2} - इ = \pm २ अ \sqrt{इ}$ ।

$\therefore \sqrt{इ} = \pm \frac{क - अ^{2} - इ}{२ अ}$ ।

अत्र अरूपराशो रूपराशि-तुल्यो जात स्तत् कदापि न सम्भवति। पुनः कल्प्यतां $\sqrt{क} = \sqrt{अ} \pm \sqrt{इ}$

अतः $क = अ \pm २ \sqrt{अ इ} + इ$ । उभयतः $अ + इ$ इत्यस्य शोधने $\pm २ \sqrt{अ इ} = क - अ - इ$ ।

$\therefore \sqrt{अ इ} = \pm \frac{क - अ - इ}{२}$ ।

अत्रापि अरूपराशिः रूपराशेः समः स्यादित्यसत्। अतः पूर्वोक्तसिद्धान्तः समीचीन एव।

५। अस्मादिदमवगम्यते यदि $क+\sqrt{ख}=अ+\sqrt{इ}$।

तदा $क=अ$। $\sqrt{ख}=\sqrt{इ}$।

यदि न स्वीक्रियते, तदा कल्प्यताम् $क=अ+ग$।

तदा $अ+ग+\sqrt{ख}=अ+\sqrt{इ}$।

उभयतः अ इत्यस्य वियोजने $ग+\sqrt{ख}=\sqrt{इ}$।

पूर्व्वोक्त सिद्धान्तत एतदयुक्तमेव। अत्र यदि $ग=०$ कल्प्यते तदैवं—

$क=अ$। $\sqrt{ख}=\sqrt{इ}$। इति।

करण्यारूपीकरणम्

RATIONALIZATION.

येनोपायेन करण्यो Surds रूपराशौ परिणम्यन्ते तद्रूपीकरणमिति निगद्यते। यथा—

राशिः $२\sqrt{क}$ अत्र $\sqrt{क}$ इत्यनेन गुणने $२क$ इति रूपराशि रुत्पद्यते। अत्र रूपोकरणे $\sqrt{क}$ इति गुणकः।

द्वितीयोदाहरणम्—

राशिः $\sqrt{क}+\sqrt{ख}$ अत्र यदि $\sqrt{क}-\sqrt{ख}$ इत्यनेन गुण्यते, तदा $क-ख$ इति रूपराशिरुत्पद्यते, अतोऽत्र गुणकः $\sqrt{क}-\sqrt{ख}$।

तृतीयोदाहरणम्—

राशिः $\sqrt{क}+\sqrt{ख}+\sqrt{ग}$ अत्रादौ $\sqrt{क}+\sqrt{ख}-\sqrt{ग}$ इत्यनेन गुणने $क+ख-ग+२\sqrt{कख}$ इत्युत्पद्यते ; ततो गुणफलं $क+ख-ग-२\sqrt{कख}$ इत्यनेन गुणने $(क+ख-ग)^{२}+४ क ख$ इति रूपराशिर्जायते । अतोऽत्र $(\sqrt{क}+\sqrt{ख}-\sqrt{ग})\times(क+ख-ग-२\sqrt{कख})$ इति गुणकः ।

चतुर्थोदाहरणम्—

राशिः $\frac{१}{\sqrt{३}+\sqrt{२}}$ । अत्र यदि भाज्यहारौ $\sqrt{३}-\sqrt{२}$ इत्यनेन गुण्येते तदा $\frac{\sqrt{३}-\sqrt{२}}{३-२}$ इत्ययं पूर्व्वतः सुगमतरो राशिर्भवेदिति ।

पञ्चमोदाहरणम्—

$$\frac{\sqrt[२]{२}}{३}=\frac{\sqrt[२]{२}\times\sqrt[२]{३}\times\sqrt[२]{३}}{३\qquad ३}$$

$$\sqrt{३}\quad(\sqrt{३})$$

$$=\frac{\sqrt[२]{१८}}{३}$$ ।

एवं सर्व्वत्र स्वबुद्ध्या करण्यागुणकं निर्णीय, करणी रूपराशौ परिणेतव्या । संख्याया दशमलव (Decimal) सम्पादनोपाय

स्तथा दशमलव-परिगणने यत्र न कदापि भाग शेषाभावः एक एव अङ्को द्वौ वा तयोर्वा अङ्काः पुनःपुनरुत्पद्यन्ते तत्र पौनःपुनिक-दशमिकांशापरनामावत्त दशमलव (Recurring) साधनोपायश्च मया लीलावती टीकायां प्रदर्शित स्तेन करण्यो (Surds) दशम लवराशावपि परिणेतुं युज्यन्ते ।

यथा $\sqrt{२}$ =१.४१४२१२ इत्यादि ।

अथ कुट्टकः

PULVERIZER

भाज्योहारः क्षेपकश्चापवर्त्त्यः
केनाप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थम् ।
येनच्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेन
क्षेपश्चैतद् दुष्टमुद्दिष्ट मेव ॥ १ ॥
परस्परं भाजितयोर्ययो र्यः
शेषस्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः ।
तेनापवर्त्तेन विभाजितौ यौ ।
तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञितौ स्तः ॥ २ ॥

मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहारौ
यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम् ।
फलान्यधोऽधस्तदधो निवेश्यः
क्षेपस्तथान्ते खमुपान्तिमेन ॥ ३ ॥

स्वोर्द्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं
त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम् ।
ऊर्द्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः
फलं गुणः स्यादधरो हरेण ॥ ४ ॥

कुट्टकं शालिन्योपजातित्रयेण चाह भाज्योहार इति । कुट्टको नाम गुणकः (हिंसार्थक कुट्टधातोः कर्त्तरि णकः) हिंसार्थक-धातु निष्पन्नपदैर्गुणनाभिधानात्, राशिर्येन गुणकेन गुणित-उद्दिष्ट-क्षेपेण युतःप्रश्नोद्दिष्ट-हरभक्तश्च निःशेषो भवति, तस्य गुणकस्य कुट्टक इति संज्ञा पूर्व्वैरभिहिता । आदौ कुट्टकार्थं कुट्टक-निर्णयार्थं सम्भवे सति निःशेष-भजन-सम्भवे सति, समेन केनाप्यंकेन भाज्यो हारः क्षेपकश्च प्रत्येकं अपवर्त्तंनः अपवर्त्तनीयः कार्य्यः । येन समेनाङ्केन भाज्यहारौ छिन्नावपवर्त्तितौ तेन चेत् क्षेपो न छिद्यात्, तदा एतदुद्दिष्टं दुष्टमेव, हरेण भक्तो निःशेषो न भवतीत्यर्थः । ययोः राश्योः परस्परं भाजितयोर्यः शेषोऽङ्कः स तयो राश्योरपवर्त्तनं स्यात् । तेन अपवर्त्तनाङ्केन विभाजितौ

यौ भाज्यहारौ तौ दृढ़-संज्ञितौ स्तः पुनर्नापवर्त्तयावित्यर्थः। तेनैवापवर्त्तनः क्षेपोऽपि दृढ़क्षेपसंज्ञकः स्यात्। तौ भाज्यहारौ मिथः परस्परं तावद् भजेद् यावदिह विभाजेन भाज्यस्थाने रूपमेकमितं शेषं भवति। फलानि परस्पर-भजनेषु लब्धानि भागफलान्यधोऽधो निवेश्यानि। तदधः फलाधः क्षेपो दृढ़क्षेपः स्थाप्यः, ततः क्षेपाधः खं शून्यं स्थापनीयं; एवं वल्ली पंक्तिर्जायते। ततः उपान्तिमेन अन्तरस्य उपरितनाङ्केन स्वोर्द्धे स्वस्यान्तरस्य ऊर्द्ध्वस्थितेऽङ्के हतेऽन्त्येनाङ्केन युते सति तदन्त्यं त्यजेत्। एवं मुहुः कार्य्यम्। इति पुनः पुनः स्वोर्द्धे हतेऽन्त्येनेत्यादिके कृते सति ऊर्द्धाधःस्थं क्रमेण लब्धि-गुणसंज्ञं राशियुग्मं स्यात्। तत्रोर्द्धराशिर्दृढ़ेन विभाज्येन तष्टः शेषोक्तः फलं स्यात्; अधरोऽधोराशिर्दृढ़ेन हरेण तष्टो गुणः स्यात्।

अत्रोपपत्तयः

गुणकः = गु। भाज्यः = भा। हारः = हा।
क्षेपः = क्षे। लब्धिः = ल। $ल = \dfrac{भा \times गु \pm क्षे}{हा}$।

$\therefore हा \times ल = भा \times गु \pm क्षे$

समयोः पक्षयोः समेन गुणने भजने वा समतैव, अत उक्तं भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्त्य इति।

हा·ल=भा·गु±चे । अत्र ल, गु, इति द्वयं निर्णेयम् । भा, हा, चे, इति त्रयं ज्ञातम् । तत्र यदि हार-भाज्यौ अपवर्त्त्येते चेपश्च नापवर्त्त्यते, तदा समत्वासम्भवः । अत उक्तं येनच्छिन्नौ भाज्य-हारा वित्यादि ।

कल्पयतां भाज्यः=क । भाजकः ख ।

क/ख । ख) क (ग । भाज्यः=भाजकः × लब्धिः + चेपः
ख
च) ख (छ ∴ क=ख×ग+च
ज
झ) च (ट ख=च. छ+झ
च=झ. ट+०
च
०

अत्र झ इत्यनेन "च" अपवर्त्त्यते

अतः क, ख इति द्वयमपि झ इत्यनेनापवर्त्तनीयं । झ· इतरस्मादधिक·राशिना च इति नापवर्त्तनीयमतः क, ख इति द्वयमपि नापवर्त्तितव्यं, अतो झ इति सर्व्वेषां महत्तमापवर्त्तनम् । (Greatest common Measure) अतस्तेनापवर्त्तने कृते पुनरन्येनापवर्त्त्येत इति तौ दृढ़संज्ञौ (Prime numbers) भाज्यहारौ । दृढ़भाज्यहारौ पुनरन्येन नापवर्त्तनीयाविति परस्परभजने ऽन्तेऽत्र भाज्ये रूपमेक १ मेव भवति ।

भा. गु ± क्षे = हा. ल । अत्र पक्षाभ्यां । (इष्टाङ्कः × भाज्यः × हारः) इति शोधने भा गु – इ. भा. हा ± क्षे = हा. ल – इ. भा. हा = भा (गु – इ हा) ± क्षे = हा (ल – इ. भा) । गु-इत्यत्र स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येनेत्यादिनागतो गुणोऽधस्थो राशिः । ल-इत्यागता लब्धिरूर्ध्वस्थो राशिः ।

पूर्वमुक्तम् भा गु ± क्षे = हा. ल । ∴ (गु – इ हा) = गु । (ल – इ भा) = ल । अत उक्तं ऊर्ध्वो विभाज्येनेत्यादि

विषमवल्लीषु करणसूत्रं वृत्तम्

एवं तदैवात्र यदा समास्ताः
स्युर्लब्धयश्चेद् विषमातदानीम् ।
यथागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ
स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥ ५ ॥

विषमवल्लीषु विशेषमुपजातिकया निर्दिशति एवमिति । अत्र कुट्टकविधौ एवमनेन प्रकारेणागतो लब्धिगुणौ तदैव ग्राह्यौ, यदा ताः लब्धयः समाः "द्वे, चतस्रः षडित्यादयः" स्युः । चेल्लब्धयोविषमाः "एका तिस्रः पञ्चेत्यादयः" स्युः, तदा यथागतौ यौ लब्धिगुणौ तौ स्वतक्षणाद् विशोध्यौ, लब्धिर्दृढ-

भाज्याद् विशोध्या, गुणश्च दृढ़हाराच्छोध्य इत्यर्थः। शेषमितौ तौ लब्धिगुणौ स्तः।

अत्रोपपत्तिः

भा॰ गु ± क्षे = हा. ल। उभयत्र इ॰ भा. हा इत्यस्य योजने भा (गु + इ. हा) ± क्षे = हा (ल + इ. भा)।

यदा लब्धयो विषमास्तदा गुणलब्ध्योः ऋणत्वं जायते धनर्णयोरन्तरमेव योग इति नियमात्, भा (इहा − गु।) ± क्षे = हा (इ. भा − ल) इत्येवं स्यात्। अत्रेष्टं चेदेकमितं कल्प्यते तदा—

गु = हा − गु। ला = भा − ल। अत उक्तं स्व तक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्त इति।

प्रकाशान्तरे करणसूत्रं वृत्तम्

भवति कुट्टविधेर्युति भाज्ययोः
समपवर्त्तितयोरथवा गुणः।
भवति यो युतिभाजकयोः पुनः
स च भवेदपवर्तनसंगुणः॥ ६॥

भाज्य हार-क्षेपाणां मध्ये हाभ्यामपवर्त्तिताभ्यां गुण-लब्ध-

साधनं द्रुतविलम्बितेनाह भवतीति । अथवा समपवर्त्तितयोर्युतिभाज्ययोरपि कुट्टकविधिः पूर्वोक्त "मिथो भजेत्ता" वित्यादितो गुणो भवति । समपवर्त्तितयोर्युति-भाजकयोः कुट्टकविधेर्यो गुणः आयाति, स पुनरपवर्त्तन-संगुणोऽपवर्त्तनाङ्केन गुणितो वास्तवो गुणः स्यात् ।

---*---

अत्रोपपत्तिः

भा. गु $\pm$ क्षे = हा. ल ।

अत्र यदि भाज्यक्षेपौ केनाप्य पवर्त्त्येते तदा हारस्यापि तेनापवर्त्तनं कार्य्यम् । यदि हारो नापवर्त्त्यते, तर्हि लब्धिरवश्यापवर्त्तनीया यतः पक्षौ तुल्यौ । किन्तु गुणस्य तत्र अविकृतत्वम् । यदि हारक्षेपावपवर्त्तितौ भाज्यो नापवर्त्त्यते, तदा आगत गुणस्याल्पत्वं जातमत स्तत्र यथागतो गुणस्तेनापवर्त्तनाङ्केन गुणितो वास्तवो गुणो भवेत्, लब्धेस्तत्र विकृतत्वम् ।

अत उक्तं भवति कुट्टविधेरित्यादि ।

ऋणक्षेपादौ विशेषार्थं करणसूत्रं वृत्तम्

योगजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे ।
धनभाज्योद्भवे तद्वद् भवेतामृणभाज्यजे ॥

ऋणक्षेपे ऋणभाज्ये च गुणाप्ति-साधनमनुष्टुभाह योगज इति। योगजे धनक्षेपे ये गुणाप्ती गुणलब्धी जाते, ते तक्षणाच्छुद्धे वियोगजे ऋणक्षेपे गुणाप्ती स्तः। तद्वत् धनभाज्योद्भवे ये गुणाप्ती ते तक्षणाच्छुद्धे ऋणभाज्यजे गुणाप्ती भवेताम्।

अत्रोपपत्तिः

भा. गु + क्षे = हा. ल। हा भा इत्यस्मात् पक्षयोः शोधने भा (हा − गु) − क्षे = हा (भा − ल) अतः भाज्यस्य गुणः = हा − गु। लब्धिः = भा − ल।

अत उक्तं क्षेपजे तक्षणाच्छुद्ध इत्यादि।

भाज्यस्य ऋणत्वे लब्धेरपि ऋणत्वं स्यादतस्तत्र धनत्वसम्पादनार्थं ह-भा इत्यस्माद् गुण-लब्ध्योः शोधने तथैव गुणः = हा — गु। लब्धिः = भा — ल। अत उक्तं धनभाज्योद्भवे तद्वदिति।

तक्षणे विशेषसूत्रं सार्द्धं वृत्तम्।

गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम्।
हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् ॥ ८ ॥
क्षेप-तक्षण-लाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता।

तक्षणे विशेषसूत्रं सार्द्धानुष्टुभाह गुणलब्ध्योरिति। धीमता तक्षणे जर्द्धौ विभाज्येन दृढ़ेन तष्ट इत्यादि गुणलब्ध्योः तक्षणे क्रियमाणे उभयत्र समं फलं ग्राह्यं न्यूनाधिकं न ग्राह्यमित्यर्थः। धनक्षेपे हरतष्टे, क्षेपो यदि हरादधिकस्तदा हरेण तष्टे शेषोक्ते क्षेपे पूर्ब्बवद् गुणलब्धी साध्ये। तत्र गुणो यथागत एव ग्राह्यः। लब्धिस्तु क्षेप-तक्षण-लाभाढ्या क्षेपस्य तक्षण-फलेन युक्ता ग्राह्या। शुद्धौ ऋणक्षेपे तु तक्षण-फलेन वर्जिता ग्राह्या।

अत्रोपपत्तिः

भा॰ गु+क्षे=हा. ल। पक्षाभ्यां इ. भा. हा इत्यस्य शोधने भा (गु—इहा) + क्षे=हा (ल—इभा) अतो-भाज्यस्य गुणः=गु—इ. हा। लब्धिः= ल—इभा। अत्रेष्टस्य तक्षण फलस्योभयत्र तुल्यत्वमेव ग्राह्यं यतः पक्षौ समौ।

अत उक्तं गुणलब्ध्योः सममित्यादि।

भा. गु ± क्षे = हा. ल। अत्र यदि क्षे = क्षे—इ. हा इति स्यात् तदा, भा. गु ± (क्षे—इ. हा) हा. ल।

भा. गु ± क्षे = हा (ल ± इ)। अत्र हरादधिके क्षेपे क्षेपस्य तक्षणफलं इष्टसंज्ञम्।

अत उक्तं क्षेप-तक्षण लाभाढ्येत्यादि।

पुनर्विशेषार्थं सूत्रं वृत्तम्

अथवा भागहारेण तष्टयोः क्षेप भाज्ययोः ।
गुणः प्राग्वत्ततो लब्धिर्भाज्याद्धत-युतोद्धृतात् ॥ ९॥
क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्ध्येद्धरोद्धृतः ।
ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम् ॥ १० ॥

कुट्टके पुनर्विशेषमनुष्टुब्द्वयेनाह अथवेति। अथवा भागहारेण तष्टयोः शेषीकृतयोः क्षेप-भाज्ययोः प्राग्वद् गुणः साध्यः। तत्रागता लब्धि र्न ग्राह्या किन्तु भाज्याद्धत युतोद्धृताद्-भाज्याद् गुणेन गुणितात् क्षेपयुक्ताद् हारेण भक्ताद् यत् फलं सा तत्र लब्धिः स्यात्। यत्र क्षेपाभावः अथवा क्षेपो हरोद्धृतः शुद्ध्येद् निःशेषो भवेत्, तत्र शून्यं गुणो ज्ञेयः। क्षेपो हारहृतस्तत्र फलं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः

भा. गु + क्षे = हा. ल। अत्र यदि हारतुल्येनाङ्केन भाज्य-क्षेपयोस्तक्षणं क्रियते, हारसमापवर्तनं न क्रियते, तदा पक्षयोः समलाभावाल्लब्धि र्न वास्तवा। अतो भाज्याद्धत-युतोद्धृतादिति पूर्वोक्तयुक्त-सिद्धप्रकारेण लब्धिरानीयते।

कुट्टकविधौ क्षेपाभावे वक्ष्यां क्षेपस्थाने शून्यं निवेश्य यथोक्तक्रियायां गुणलब्धी ०।० जायते। यत्र क्षेपो हारोद्धृतः

शुद्धेत्तत्रापि क्षेपे हरेण तष्टे शेषः ० शून्यं क्षेपः। अतो-गुणलब्धी ०।०। किन्तु तत्र क्षेप-तक्षण-लाभाढ्या लब्धिः कार्य्येति लब्धेन शून्येन सह तक्षण-फल-योजने तक्षणफलमेव फलं स्यादित्युक्तं क्षेपो हारहृतः फलमित्यादि।

कुट्टके गुणलब्ध्योर्बहुत्वदर्शनाय सूत्रम् वृत्तार्द्धम्।

इष्टाहत स्वस्वहरेण युक्ते
ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती।

बहुधा गुणलब्धिसाधनोपायमुपजातिका पूर्व्वार्द्धेनोपदिशति इष्टाहतेति। ते पूर्व्वं साधिते गुणाप्ती इष्टाहत-स्व-स्व-हरेण युक्ते बहुधा भवेताम्। इष्ट-गुणित-हारो गुणेन युक्तो बहुधा गुणो भवेत्। इष्टगुणित-भाज्यो लब्ध्या युतश्च बहुधा लब्धिः स्यादित्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः

भा. गु $\pm$ क्षे = हा. ल। उभयत्र इ० भा. हा इत्यस्य योजने, भा (गु + इं हा) $\pm$ क्षे = हा (ल + इ. भा)।

अतो भाज्यस्य गुणः = गु + इ. हा, लब्धिः = ल + इ. भा। अत उक्तमिष्टाहतेति।

उदाहरणम्

एकविंशतियुतं शतद्वयं
यद्गुणं गणक पञ्चषष्ठियुक् ।
पञ्चवर्जित–शतद्वयोद्धृतं
शुद्धिमेति गुणकं वदाशु तम् ॥

अत्रोदाहरणं रथोद्धतयाह एके ति। भो गणक ! एकविंशतियुतं शतद्वयं यद्गुणं येन गुणितं पञ्चषष्ठियुक्, पञ्चवर्जित शतद्वयोद्धृतं पञ्च-नवत्यधिक-शतेन भक्तं सत्, शुद्धिं एति निःशेषं भवति, तं गुणकं आशु वद ।

"न्यासः । भाज्यः २२१। क्षेपः ६५। हारः १९५ ।

अत्र परस्परं भाजितयो र्भाज्यभाजकयोः शेषम् १३ । अनेन भाज्यहार-क्षेपा अपवर्त्तिता जाता दृढ़ाः भा १७, क्षे ५, हा १५ । अनयोर्दृढ़-भाज्यहारयोः परस्परं भक्तयोर्लब्धान्यधोऽधस्तदधः क्षेपस्तदधः शून्यं निवेश्यमिति न्यस्ते जाता

वल्ली	१ ७ ५ ०

उपान्तिमेन स्वोर्द्ध्वे हत इत्यादि करणेन जातं राशिद्वयम् $\frac{४०}{३५}$ एतौ दृढ़भाज्य-हाराभ्यामाभ्यां $\frac{१७}{१५}$ तष्टौ शेषमितौ

लब्धिगुणौ $\frac{६}{५}$। अनयोः स्व-तक्षणमिष्टगुणं क्षेप इत्यथवा

लब्धिगुणौ $\frac{२३}{२०}$। वा $\frac{४०}{३५}$ इत्यादि।"

क्रिया प्रदर्श्यते।

१८५) २२१ (१ अपवर्त्तनं १३।
१८५
२६) १८५ (७
१८२
१३) २६ (२
२६

$\frac{२२१}{१३} = १७$। $\frac{६५}{१३} = ५$। $\frac{१८५}{१३} = १५$।

∴ भा १७ क्षे ५ हा १५।

१५) १७ (१
१५
२) १५ (७
१४
१

वल्ली

१	४०
७	३५
५	अन्यत् सुगमम्।
०	

उदाहरणम्

शतं हतं येन युतं नवत्या
विवर्ज्जितं वा विहृतं त्रिषष्ट्या ।
निरग्रकं स्यात् वद मे गुणं तं
स्पष्टं पटीयान् यदि कुट्टकेऽसि ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह शतमिति । यदि त्वं कुट्टके पटीयान् पटुतरोऽसि तर्हि, शतं येनाङ्केन हतं पूरितं नवत्या युतं संयुक्तं वा अथवा नवत्या विवर्ज्जितं त्रिषष्ठ्या विहृतं सन्निरग्रकं निःशेषं स्यात् तं गुणं मे वद ।

न्यासः । भा १०० । हा ६३ । चे ९० ।

अत्र वल्ली	१	उपान्तिमेनेत्यादिना जातं राशिद्वयं
	१	२४३० । पूर्व्ववल्लब्धिगुणौ ३० ।
	१	१५३० १८
	२	अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्त्तितौ
	२	भा १० । हा ६३ । चे ९ ।
एभ्योऽपि	१	पूर्व्ववद्वल्ली
	९०	
	०	

०	उपान्तिमेनेत्यादिना
६	राशिद्वयम् २७
३	१७१
९	
०	

पूर्व्ववज्जातौ लब्धिगुणौ ७ । अत्र लब्धयो-
४५

विषमा इति स्व तक्षणाभ्यामाभ्यां १० । शोधितौ जातौ लब्धि-

६२

गुणौ २ । अत्र लब्धि नं ग्राह्या । गुणघ्न भाज्ये क्षेपयुते हरभक्ते
१८

लब्धिश्च ३० ग्राह्या । अथवा भाज्यक्षेपापवर्त्तनेन १० ।
पूर्व्वानीता लब्धि २ गुणिता जाता सैव लब्धिः ३० ।

अथवा हारक्षेपौ नवभिरपवर्त्तितौ भा १०० । हा ७ ।
क्षे १० ।

पूर्व्ववद्वल्ली, जातं ३० / २ हारक्षेपापवर्त्तनेन	१४ २ १० ०	जातं राशिद्वयं ४३० तक्षणे ३० / ८ गुणं संगुण्य जातौ लब्धि-गुणौ तावेव ३० । अथवा १८

भाज्यक्षेपौ हरक्षेपौ चापवर्त्य, न्यासः । भा १० हा ७ क्षे १ ।

अत्र जाता वल्ली	१ २ १ ०	पूर्व्ववज्जातं राशिद्वयम् ३ / २ भाज्यक्षेप-हारक्षेपापवर्तनेन

क्रमेण लब्धिगुणौ गुणितौ जातौ तावेव ३० । गुणलब्धयोः
१८ ।

स्वहारौ क्षेपावितरथवा लब्धिगुणौ १३० वा २३० इत्यादि ।
८१ १४४

योगजे गुणाप्ती १८ । स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां ६३ शुद्धे जाते नवति-
                    ३०   १००

शुद्धौ गुणाप्ती ४५ वा १०८ वा १७१ इत्यादि ।'
                    ७०   १७०   २७०

उदाहरणम् ।

यद्गुणा क्षयग षष्टिरन्विता
वर्जिता च यदि वा त्रिभिस्ततः ।
स्यात् त्रयोदशहृता निरग्रका
तं गुणं गणक मे पृथग् वद ॥

अन्यदुदाहरणं रथोद्धतयाह यद्गुणेति । भो गणक ! क्षयग-षष्टि र्यद्गुणा येन गुणिता, ततो यदि त्रिभि र्युक्ता अन्विता वा वर्जिता वियुक्ता, त्रयोदशहृता त्रयोदशभिर्विभक्ता-सती निरग्रका निःशेषा स्यात् तं गुणं मे पृथक् पृथग् वद ।

"न्यासः । भा० ६०॑ हा १३ क्षे ३ ।

प्राग्वज्जाते धन भाज्ये धन क्षेपे गुणाप्ती ११ । एते स्व-
                                                              ५१

तक्षणाभ्यामाभ्यां १३ । शुद्धे जाते ऋण भाज्ये धन क्षेपे । २
                                                              ८ ।
                    ६०

अत्र भाज्यभाजकयो र्विजातीययो र्भागहारेऽपि चैवं निरुक्त-

मितुरक्तत्वाल्लब्धेः ऋणत्वं ज्ञेयम् २। पुन रेते स्वतक्षणाभ्या-
८
माभ्यां १३। शुद्धे जाते ऋणभाज्ये ऋणक्षेपे गुणाप्ती ११।
६० ५१

ऋणभाज्ये ऋणक्षेपे धनभाज्य विधिर्भवेत्।
तद्वत्क्षेपे ऋणगते व्यस्तं स्यादृण भाज्यके॥

धन भाज्योद्भवे तद्भवेता ऋणभाज्यज इति मन्दावबोधार्थं मयोक्तम्। अन्यथा "योगजे तक्षणाच्छुद्ध" इत्यादिनैव सिद्धं यतः ऋण-धन योगो वियोग एव। अतो भाज्य-भाजक-क्षेपाणां धनत्वमेव प्रकल्प्य गुणाप्ती साध्ये। ते योगजे भवतः। ते स्वतक्षणाभ्यां शुद्धे वियोगजे कार्ये। भाज्ये भाजके वा ऋणगते परस्परभजनाल्लब्धयः ऋणगताः स्थाप्या इति किं तेन प्रयासेन तथा कृते सति भाज्य-भाजकयो रेकस्मिन् ऋणगते गुणाप्तो "द्वौ राशी क्षिपेत्तत्रेत्यादिना परीक्षा-सूत्रेण लब्धौ व्यभिचारः स्यात्।

उदाहरणम्

अष्टादश हताः केन दशाढ्या वा दशोनिताः।
शुद्धं भागं प्रयच्छन्ति क्षयगैकादशोद्धृता॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह अष्टादशेति। अष्टादश केन गुणिता

हता दशाढ्या दशभिर्युक्ता वा दशोनिता दशभिर्हीनाः क्षयगैका-दशोद्धृताः ऋणगतैकादशभिर्भक्ताः शुद्धं शेषशून्यं भागं प्रयच्छन्ति, निःशेषाः भवन्ति। तं गुणं वद।

"न्यासः। भा १८ हा ११। क्षे १०।

अत्र भाजकस्य धनत्वं प्रकल्प्य साधितौ लब्धिगुणौ १४।
८

एतावेव ऋण भाजके, किन्तु लब्धेः पूर्व्ववदृणत्वं ज्ञेयं तथा क्षेपे जातौ लब्धिगुणौ १४। ऋणक्षेपे तु योगजे तक्षणाच्छुद्ध-
८

इत्यादिना लब्धिगुणौ ४। भाजकस्य धनत्वे वा लब्धिगुणा-
३

वेतावेव, परन्तु भाजके भाज्ये वा ऋणगते लब्धेः ऋणत्वं सर्व्वत्र ज्ञेयम्।'

——

उदाहरणम्

"येन संगुणिताः पञ्च त्रयोविंशति संयुताः।
वर्जिता वा त्रिभिर्भक्ता निरग्राः स्युः स को गुणः॥

अत्रोदाहरणमनुष्टभाह येनेति। पञ्च येन गुणेन संगुणिताः पूरिताः, त्रयोविंशति संयुताः वा त्रयोविंशतया वर्जिता हीनाः त्रिभिर्भक्ता हृता निरग्राः निःशेषाः स्युः स गुणः कः ? इति वद।

"न्यासः। भा ५। हा ३। क्षे २३।

अत्र वल्ली भाज्यहाराभ्यां	१ १ २२ ०	पूर्ववज्जातं राशिद्वयं ४६ २३। एतयो- स्तक्षणेऽधो राशौ सप्त लभ्यन्ते, ऊर्द्ध- राशौ तु नव लभ्यन्ते। ते नव न

ग्राह्याः। गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमितरतः सप्तैव ग्राह्या इति जातौ लब्धिगुणौ ११ । वियोगजे एतौ स्वस्व-
२

तक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ ऋणक्षेपे ६ । इष्टाहतः स्वस्वहरेण
१।

युक्ताविति द्विगुणितौ स्वस्व हारौ क्षेप्यौ यथा धनलब्धिः स्यादिति कृते जातौ लब्धिगुणौ ४। एवं सर्वं ज्ञेयम्। अथवा हरतष्टे
७

धनक्षेप इति न्यासः। भा ५। हा ३। क्षे २। पूर्ववज्जातौ लब्धिगुणौ योगजौ ४। एतौ स्वतक्षणाभ्यां शुद्धौ १। जातौ
२ १

वियोगजौ। क्षेप-तक्षणलाभाढ्या लब्धिरिति क्षेप-तक्षण-लाभेन ७। योगज लब्धिर्युता ११। जाता योगजा लब्धिः, शुद्धौ तु वर्जितेति तक्षण लाभेन ७। लब्धिरियं १। वर्जिता

६ । धनलब्धयश्च द्विगुणे हरे क्षिप्ते जातौ तावेव लब्धिगुणौ ४ ।
७

अथवा भागहारेण तष्टयोरिति न्यासः । भा २ । हा ३ ।
क्षे २ । अत्रापि पूर्ववज्जातं राशिद्वयं २ । अत्रापि जातः
२

पूर्व एव गुणः २ । लब्धिस्तु, भाज्याद्धत युतोद्धृतादिति
गुणः २ । गुणितो भाज्यः १० क्षेप २२ युतो ३२ हर ३ भक्ता–
लब्धिः सैव ११ ।"

उदाहरणम्

येन पञ्च गुणिताः खसंयुताः
पंचषष्ठि सहिताश्च तेऽथवा ।
स्युस्त्रयोदश हृता निरग्रका–
स्तं गुणं गणक कीर्त्तयाशु मे ॥

क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धेजरोऽद्धृत इत्येतयोरुदा-
हरणं रथोद्धतयाह येन पञ्चेति । भो गणक ! पञ्च येन गुण-
केन गुणिताः, खसंयुताः शून्ययुताः त्रयोदशहृताः, अथवा
ते पञ्च येन गुणिताः पञ्चषष्टिसहिताः, उभयत्रैव त्रयोदश-
भक्ताः, निरग्रकाः निःशेषाः स्युः, तं गुणं मे आशु कीर्त्तय वद ।

"न्यासः । भा ५ हा १३ क्षे ० क्षेपाभावे गुणाप्तौः । इष्टाहत स्वस्व हरेणेति वा लब्धिगुणौ ५ अथवा १० इत्यादि ।
१३ २६

द्वितीयोदाहरणे न्यासः । भा ५ हा १३ क्षे ६५

क्षेपः शुद्धेऽद्रोद्धृतः स्याद्यः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फल"मिति लब्धिगुणौ ० । वा १० इत्यादि ।"
५ १३

अथ स्थिर कुट्टके सूत्रं वृत्तम्

CONSTANT (Steady) PULVERIZER

क्षेपं विशुद्धिं परिकल्प्य रूपं
पृथक् तयो र्यें गुणकारलब्धी ॥ १० ॥
अभीप्सित क्षेप विशुद्धिं निघ्नौ
स्वहारतष्ठे भवतस्तयो स्ते ॥

नियत क्रियानिर्व्वाहार्थं ग्रहगणिते महदुपयोगिनं स्थिरकुट्टकमुपजातुरुत्तरार्द्धेनान्योपजाति-पूर्व्वार्द्धेनचोपदिशति क्षेपमिति । रूपमेकमितं क्षेपं धनक्षेपं विशुद्धिं ऋणक्षेपं वा परिकल्प्य तयोःरूपमित धनक्षेपणक्षेपयोः पृथग् ये गुणकारलब्धी स्यातां ते अभीप्सितेन प्रश्नोद्दिष्टेन धनक्षेपेण ऋण-क्षेपेण

सा निघ्नौ गुणिते स्वहारतष्टे स्वहारेण शेषीकृते च तयोः भाज्यहारयोः गुणकार लब्धी भवतः ।

—०—

अत्रोपपत्तिः

कुट्टकार्थं सम्भवे सति भाज्यो हारः क्षेपश्चापवर्त्तनीयाः । यतः भा. गु ± क्षे = हा. ल इति पक्षौ तुल्यौ । अत्र यदि क्षेप संख्यया केवलं क्षेपमपवर्त्य भाज्यहारावनपवर्त्त्य च रूपतुल्येन धनक्षेपेण ऋणक्षेपेण वा कुट्टकोक्त विधिना गुणलब्धी साध्येते तदा क्षेपतुल्येनापवर्त्तनाङ्केन गुणलब्धि-रूपौ क्रमशो-भाज्यहारयोः गुणौ अवश्यमेव गुण्यौ, यतः पक्षौ समौ । अत-उक्तमभीप्सित क्षेप इत्यादि ।

'प्रथमोदाहरणे दृढ-भाज्यहारयोः रूपक्षेपस्य च न्यासः । भा १७ हा १५ क्षे १ । अतोक्तवद्गुणाप्ती ७ एते अभीष्ट-
८
क्षेपेण पञ्चकेन गुणिते स्वहारतष्टे जाते त एव ५ । अथ रूप-

शुद्धौ गुणाप्ती ८ । एते पञ्चक गुणे स्वहारतष्टे जाते १० । एवं
९ ११
सर्वत्र । अस्य गणितस्य ग्रहगणिते महानुपयोगः । तदर्थं किञ्चिदुच्यते ।

———

कल्प्याथ शुद्धिर्विकलावशेषं
षष्टिश्च भाज्यः कुदिनानि हारः ॥ ११ ॥

तज्जं फलं स्युर्विकला गुणस्तु
लिप्ताग्रमस्माच्च कला लवाग्रम्।
एवं तदूर्ध्वञ्च तथाधिमासा-
वमाग्रकाभ्यां दिवसा रवीन्द्वोः ॥ १२ ॥

ग्रहस्य विकलावशेषाद् ग्रहाहर्गणयोरानयनोपायं सार्द्धोप-जातिकयाह कल्प्याथ शुद्धिरिति। एतदाचार्येणैव व्याख्यातम्।

"ग्रहस्य विकलावशेषाद् ग्रहाहर्गणयोरानयनम् तद् यथा—षष्टिर्भाज्यः कुदिनानि हारः, विकलावशेषं शुद्धिरिति प्रकल्प्य साध्ये गुणाप्ती। तत्र लब्धिर्विकलाः स्युर्गुणस्तु कलावशेषम्।

एवं कलावशेषं शुद्धिः, षष्टिर्भाज्यः, कुदिनानि हारः, फलं कलाः, गुणोऽंशशेषम्।

एवमंशशेषं शुद्धिस्त्रिंशद्भाज्यः, कुदिनानि हारः, फलं भागाः, गुणो राशिशेषम्।

एवं राशिशेषं शुद्धिर्द्वादश भाज्यः, कुदिनानि हारः, फलं गतराशयः गुणो भगणशेषम्।

एवं कल्पभगणाः भाज्यः, कुदिनानि हारः, भगणशेषं शुद्धिः, फलं गतभगणाः, गुणोऽहर्गणः स्यादिति।

अस्योदाहरणानि त्रिप्रश्नाध्याये ।

एवं कल्पाधिमासा भाज्यो, रविदिनानि हारोऽधिमासशेषं शुद्धिः, फलं गताधिमासाः, गुणो गतरविदिवसाः ।

एवं युगावमानि भाज्यश्चन्द्रदिवसा हारोऽवमशेषं शुद्धिः, फलं गतावमानि, गुणो गत-चन्द्रदिवसा इति ।"

अत्र विशेषः

अत्र कल्पयाथ शुद्धिर्विकलावशेषमित्यादिना कुट्टके क्रियमाणे यत्र भाज्य-हार-क्षेपा नापवर्त्तन्ते तत्र तदा यथागतो लब्धिगुणा-वेकविधावेव भवतः । तत्रेष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिनाऽगतयो-र्बुधा लब्धिगुणयो र्यौ राशी स्वस्व हराभ्यामल्पौ तावेव ग्राह्यौ । यत्र तेषामपवर्त्तनं सम्भवेत्तत्र स्वस्व-हरतोऽल्पयोरपि लब्धिगुण-योरनेकविधत्वं स्यात् । एवमनेकासु-लब्धिषु ययालब्धाऽहर्गणा-न्तं सर्व्वं कर्म्म सिद्ध्येत्तदन्वेषणमतीव श्रमसाध्यमतस्तत्र कल्प-कुदिनानि भाज्यं विकलाशेषं क्षेपं चक्रविकलाश्च हरं प्रकल्प्य कुट्टकेन सक्षेपौ लब्धिगुणौ साध्यौ । तत्र भगणशेषं लब्धिः विक-लात्मको ग्रहस्य गुणः । ततो ग्रहभगणा भाज्यः सक्षेपं भगण-शेषं शुद्धिः कल्प-कुदिनानि च हारः कल्पाः, ततो यथोक्तक्रियया गुणोऽहर्गणः स्यादिति ।

अथ संश्लिष्ट कुट्टके करणसूत्रं वृत्तम्

CONJUNCT PULVERIZER

एकोहरश्चेद् गुणकौ विभिन्नौ

तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम्।

अग्रैक्यमग्रं कृत उक्तवद् यः

संश्लिष्ट संज्ञः स्फुट कुट्टकोऽसौ ॥ १३ ॥

एकस्मिन् गुणके कुट्टकविधानेन राशिज्ञानमभिधायेदानीं बहुषु गुणेषु राशिज्ञानमुपजात्याह, एकोहरश्चेदिति। चेद् यदि एकः हरः, गुणकौ विभिन्नौ, तदा गुणैक्यं गुणयोर्गुणानां वा ऐक्यं योगं भाज्यं परिकल्प्य, अग्रैक्यं अग्रयोः अग्राणां वा ऐक्यं अग्रं शेषं ऋणक्षेपमिति परिकल्प्य, च उक्तव न्मिथो-भजेत्ता"वित्यादिना कुट्टकविधिना यो गुणः कृतो निर्णीतः, असौ संश्लिष्टसंज्ञः स्फुट-कुट्टकः स्यात्, संश्लिष्टानामेकीभूतानां बहूनामग्राणां विषयीभूतः कुट्टको जायत इति संश्लिष्टसंज्ञः। अन्वर्थ नामायम् कुट्टकः।

अत्रोपपत्तिः

$$\frac{\text{भाज्यः} \times \text{गुणः}}{\text{हारः}} = \text{लब्धिः तत्र शेषश्च अतएव}$$

भा. प्रगु = हा. प्रल + प्रशे। $\therefore$ भा. प्रगु — प्रशे = हा. प्रल।

एवं हि भा. द्विगु = हा. द्विल + द्विशे । ∴ भा·द्विगु − द्विशे = हा· द्विल । ∴ भा (प्रगु + द्विगु) − (प्रशे + द्विशे)

= हा (प्रल + द्विल) अत्र यदि गुण्यो गुणकः कल्प्यते, गुणको गुण्यश्च तदापि न क्षतिः । अथच कुट्टकेन गुणको· निर्णीयते ; अत एवात्र भा इति साध्यम् ।

अत उक्तं एको हरश्चेदित्यादि ।

उदाहरणम्

कः पञ्च निघ्नो विहृतस्त्रिषष्ट्या
सप्तावशेषोऽथ स एव राशिः ।
दशाहतः स्याद्विहृत स्त्रिषष्ट्या
चतुर्दशाग्रो वद राशिमेनम् ॥

संश्लिष्ट–कुट्टकोदाहरणमुपजात्याह कः पञ्चेति । कः राशिः पञ्चनिघ्नः त्रिषष्ट्या विहृतः सप्तावशेषः स्यात्, अथ स एव राशिः दशाहतः त्रिषष्ट्या विहृतः चतुर्दशाग्रः चतुर्दशमित· शेषः स्यात्, एनं राशिं वद ।

"अत्र गुणैक्यं भाज्यः अयमेव राशिः । अग्रैक्यं शुद्धिरिति न्यासः । भा १५, हा· ६३, क्षेपः २१ ।

पूर्ववज्जातो गुणः ७ । फलं ५ । एतौ स्वतक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ वियोगजौ लब्धिगुणौ २।१४ । अत्र राशिः १४ ।"

अत्र विशेषः

भा. प्रगु—प्रशे = हा·प्रल ।

भा. द्विगु—द्विशे = हा. द्विल ।

अत्र प्रथमौ पचौ "द्विगु" इत्यनेन, द्वितीयौ पचौ च "प्रगु" इत्यनेन गुणितौ—

भा.प्रगु. द्विगु—प्रशे. द्विगु = हा. प्रल. द्विगु
भा.द्विगु. प्रगु—द्विशे.प्रगु = हा. द्विल. प्रगु } पक्षयोरन्तरे

हा (प्रल·द्विगु—द्विल·प्रगु) = प्रशे·द्विगु—द्विशे·प्रगु ।

इत्यनेनेदमवगम्यते यत्र (प्रशे·द्विगु—द्विशे·प्रगु) अयं हार भक्तो निःशेषः स्यात्तत्र सदुद्दिष्टमन्यथा दुष्टमिति ।

अतएव मदुक्तं सूत्रम्

अन्योन्यशेष·हतयोर्गुणयोर्वियोगो-
भक्तो हरेण खलु यत्र निरग्रकः स्यात् ।
संश्लिष्ट·कुट्टक उदाहृतिरेव तत्र
साध्वी भवेद् गुणकमानमतः प्रसाध्यम् ॥

अत्रोदाहरणे प्रथमपक्षे गुणः ५ द्वितीयपक्षे शेषः १४ गुणफलं ७० । द्वितीयपक्षे गुणः १० प्रथमपक्षे शेषः ७ गुणफलं ७० । गुणफलयोरन्तरं ० हर ६३ भक्तं निःशेषं स्यादित्युद्दिष्टं सदिति ।

"इति वीजगणिते कुट्टकाध्यायः ।"

अथ वर्ग प्रकृतिः

तत्र रूपक्षेप पदार्थं तावत् करणसूत्राणि

सार्द्ध षट्वृत्तानि

इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या-
क्षुण्णो युक्तो वर्जितो वा स येन ।
मूलं दद्यात् क्षेपकं तं धनर्णं
मूलं तत्र ज्येष्ठमूलं वदन्ति ॥ १ ॥

ह्रस्वज्येष्ठक्षेपकान्न्यस्य तेषां
तानन्यान् वाऽधो निवेश्य क्रमेण ।
साध्यान्येभ्यो भावनाभिर्बहूनि
मूलान्येषां भावना प्रोच्यतेऽतः ॥ २ ॥

वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोस्तदैक्यं
ह्रस्वं लघ्वो राहतिश्च प्रकृत्या ।
क्षुण्णा ज्येष्ठाभ्यास युग् ज्येष्ठमूलं
तत्राभ्यासः क्षेपयोः क्षेपकः स्यात् ॥ ३ ॥

ह्रस्वं वज्राभ्यासयो रन्तरं वा
लघ्वोर्घातो यः प्रकृत्या विनिघ्नः ।
घातो यश्च ज्येष्ठयो स्तद्वियोगो
ज्येष्ठं क्षेपोऽत्रापि च क्षेपघातः ॥ ४ ॥

अथ वर्गप्रकृतिं शालिनी-चतुष्टयेनोपदिशति इष्टं ह्रस्व-मिति । इष्टं अङ्कं अभिलषितं राशिं ह्रस्वं कनिष्ठपदं प्रकल्प्य विधाय, तस्य ह्रस्वस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्णो गुणितः कार्यः । स येन राशिना युतो वर्जितो वा मूलं दद्यात् तं क्षेपं क्रमेण धनर्णं क्षेपकं धनक्षेपं ऋणक्षेपं वा वदन्ति । तत्र मूलं ज्येष्ठमूलमिति वदन्त्याचार्या इति शेषः । अत्रानेकह्रस्व-ज्येष्ठ-पद साधनार्थं प्रथम-साधितान् ह्रस्व ज्येष्ठ क्षेपकान् न्यस्य एकस्यां पंक्तौ विन्यस्य, तेषां अधः पंक्त्यां तान् ह्रस्व ज्येष्ठ-क्षेपकान् अन्यान् अन्य ह्रस्व ज्येष्ठ क्षेपकान् वा क्रमेण पंक्तौ निवेश्य, एभ्यः ज्येष्ठ क्षेपकेभ्यः भावनाभिर्बहूनि मूलानि साध्यानि । अत एषां भावना प्रोच्यते । भावना नाम ह्रस्वादि पदसाधनोपाय-विशेषः । पारिभाषिकोयं संज्ञा । सा हि द्विविधा, योगभावना, अन्तरभावना च । यत्र पदयोर्महत्त्व-मपेक्षितं स्यात्तत्र योगभावना, पुनर्यत्र च पदयोर्लघुत्व मपेक्षितं तत्रैवान्तरभावना भवेदिति । तत्रादौ योगभावनोच्यते । ज्येष्ठलघ्वो र्यौ वज्राभ्यासौ तिर्य्यग्-गुणनज-फलद्वयं तदैक्यं तयो-

र्वज्राभ्यासयोरैक्यं ह्रस्वं ह्रस्वसंज्ञकं स्यात्, लघ्वोः पंक्तिद्वयस्थ-ह्रस्वपदयोः राहतिः प्रकृत्या गुणकेन क्षुण्णा गुणिता, ज्येष्ठाभ्यास-युक्, ज्येष्ठयोरभ्यासेन घातेन युक्ता ज्येष्ठमूलं तत्संज्ञकमूलं स्यात्। तत्र वर्गप्रकृतौ, क्षेपयोरभ्यासो घातः क्षेपकः स्यात्। अथान्तरभावनोच्यते, तत्र वज्राभ्यासयोर्ज्येष्ठलघ्वोस्तिर्य्य गुणनजफलयोरन्तरं वा ह्रस्वं स्यात्। अत्र लघ्वोर्घातः प्रकृत्या विनिघ्नो गुणितः कार्य्यस्तस्य, ज्येष्ठयोः पंक्तिद्वयस्थ ज्येष्ठयो र्यो घातः, तस्य च वियोगः, अर्थात् प्रकृतिगुणितलघ्वोर्योर्घातस्य ज्येष्ठयोर्घातस्य च यद्वियोगफलं तत्, ज्येष्ठं स्यात्। अत्रापि च क्षेपघातः क्षेपयोर्गुणफलं क्षेपः स्यात्।

——

अत्रोपपत्तिः

कल्प्यताम्, कनिष्ठः = क। ज्येष्ठः = ज्ये।

आद्य कनिष्ठः = आक। द्वितीय कनिष्ठः = द्विक। आद्य-ज्येष्ठ = आज्ये। द्वितीय ज्येष्ठः = द्विज्ये। प्रथमक्षेपः = प्रक्षे। द्वितीय क्षेपः = द्विक्षे। प्रकृतिः = प्र।

प्रश्नानुसारेण—

$\text{आज्ये}^2 = \text{आक}^2 \cdot \text{प्र} \pm \text{आक्षे}$। $\therefore \text{आज्ये}^2 - \text{आक}^2 \cdot \text{प्र} = \pm \text{आक्षे}$। $\text{द्विज्ये}^2 = \text{द्विक}^2 \cdot \text{प्र} \pm \text{द्विक्षे}$। $\therefore \text{द्विज्ये}^2 - \text{द्विक}^2 \cdot \text{प्र} =$

±ह्विचे। आचे × ह्विचे = आजेर^2. ह्विजेर^2 — ह्विजेर^2. आक^2. प्र — आजेर^2. ह्विक^2. प्र + ह्विक^2. आक^2. प्र^2 ।

क्षेपो येन युक्तो मूलदः स्यात् स एव प्रकृतिगुणित-कनिष्ठवर्गः। अत्र क्षेपद्वय घाते (ह्विक^2. आजेर^2. प्र + आक^2. ह्विजेर^2. प्र ± २ आजेर. ह्विक. आक. ह्विजेर. प्र.) इत्यस्य योगे समस्य धनखण्डद्वयस्य ऋणखण्डद्वयस्य च नाशे जेष्ठवर्गः = आजेर^2. ह्विजेर^2 + आक^2. ह्विक^2. प्र ± २ आजेर. ह्विक. आक. ह्विजेर. प्र ।

∴ जेष्ठः = आजेर. ह्विजेर ± आक. ह्विक. प्र। पूर्वोक्त-प्रकृतिगुणित कनिष्ठवर्ग समः = ह्विक^2. आजेर^2. प्र + आक^2. ह्विजेर^2. प्र ± २ आजेर. ह्विक. आक. ह्विजेर. प्र = (ह्विक. आजेर ± आक. ह्विजेर)^2 प्र। ∴ कनिष्ठः = ह्विक. आजेर ± आक. ह्विजेर।

अत उक्तं वज्राभ्यासावित्यादि।

इष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादिष्टभाजिते ।
मूले ते स्तोऽथवा क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे ॥५॥

पदयोर्ह्रासप्रकारमनुष्टुभोपदिशति इष्टवर्गेति। यत्र इष्ट-वर्गहृतः इष्टाङ्कस्य वर्गेण निःशेषं भक्तः क्षेपः क्षेपः स्यात् तत्र इष्टभाजिते इष्टांकेन हृते ते पूर्व्वाणीते कनिष्ठ-जेष्ठ मूले क्रमेण वास्तवे ह्रस्व मूलं जेष्ठ मूलं चेति द्वे मूले स्याताम्। अथवा अत्र क्षेपः इष्टवर्गेण क्षुण्णः गुणितः क्षेपः स्यात् तत्र, पदे ह्रस्व जेष्ठमूले इष्टक्षुण्णे इष्टेण गुणिते पदे कनिष्ठ-जेष्ठे स्तः।

अत्रोपपत्तिः

$$\text{क}^2.\text{प्र} \pm \text{क्षे} = \text{जे}^2 = \frac{\text{क}^2\text{-प्र}}{\text{इ}^2} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}^2} = \frac{\text{जे}^2}{\text{इ}^2}$$

$$= \left(\frac{\text{क}}{\text{इ}}\right)^2 \text{प्र} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}^2} = \left(\frac{\text{जे}}{\text{इ}}\right)^2$$

$$\therefore \text{कनिष्टः} = \frac{\text{क}}{\text{इ}} \mid \text{जेष्ठः} = \frac{\text{जे}}{\text{इ}} \mid \text{क्षेपः} = \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}^2} \mid$$

अत उक्तं इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादि।

अथवा।

$\text{क}^2.\text{प्र} \pm \text{क्षे} = \text{जे}^2$। उभयत्र इष्टवर्गेण गुणिते—

$$\text{क}^2.\text{इ}^2.\text{प्र} \pm \text{क्षे}.\text{इ}^2 = \text{जे}^2.\text{इ}^2$$

$= (\text{क. इ})^{२}\ \text{प्र} \pm \text{क्षे. इ}^{२} = (\text{ज्ये. इ})^{२}$

∴ कनिष्ठः = क. इ। ज्येष्ठः = ज्ये. इ। क्षेपः = क्षे. $\text{इ}^{२}$।

अत उक्तं क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे इति।

इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद् विवरं तेन वा भजेत्।
द्विघ्नमिष्टं कनिष्ठं तत् पदं स्यादेकसंयुतौ ॥ ६ ॥
ततो ज्येष्ठमिहानन्त्यं भावनाभिस्तथेष्टतः।

रूपक्षेपे कनिष्ठादि पदसाधनोपायं सार्द्धानुष्टुभा निर्दिशति इष्टवर्गेति। इष्टवर्गस्य प्रकृतेश्च यद् विवरं अन्तरं तेन द्विघ्नं द्विनिघ्नं इष्टं भजेत्, यत् फलं तत् एकसंयुतौ एकमित-क्षेपे वा प्रकारान्तरेण कनिष्ठपदं स्यात्। ततः कनिष्ठपदतः "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्ण"-इत्यादि पूर्व्वोक्त नियमेन ज्येष्ठं साध्यम्। ततः इष्ट वर्गप्रकृतौ विषये, कनिष्ठ-ज्येष्ठयो भावनाभिस्तथा इष्टतश्च अनन्त्यं ज्येष्ठं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः

$\text{क}^{२}.\ \text{प्र} + \text{क्षे} = \text{ज्ये}^{२}$। यदि $\text{ज्ये}^{२} = (\text{क. इ} + \text{क्षे})^{२}$ कल्प्यते

तर्हि $\text{क}^{२}.\ \text{प्र} + \text{क्षे} = \text{ज्ये}^{२} = \text{क}^{२}.\ \text{इ}^{२} + २\ \text{क. इ. क्षे} + \text{क्षे}^{२}$।

अत्र चे = १ । अतः $क^{२} \cdot प्र + १ = क^{२} \cdot इ^{२} + २ क \cdot इ \cdot + १$ ।

$= क^{२} \cdot प्र = क^{२} \cdot इ^{२} + २ क इ$ । "क" इत्यनेनापवर्त्तने

$= क \cdot प्र = क \cdot इ^{२} + २ इ$

तदा $२ इ = क \cdot प्र - क \cdot इ^{२} = (प्र - इ^{२}) क$ ।

$\therefore क = \dfrac{२ इ}{प्र - इ^{२}}$ ।

अत उक्तं इष्टवर्गप्रकृत्योर्यदित्यादि ।

उदाहरणम्

को वर्गोऽष्टहतः सैकः कृतिः स्याद् गणकोच्यताम् ।
एकादश गुणः कोवा वर्गः सैकः कृतिर्भवेत् ॥

वर्गप्रकृत्युदाहरणद्वयमनुष्टुभाह को वर्ग इति । भो गणक ! को वर्गः, कस्य राशेर्वर्गोऽष्टहतोऽष्टगुणितः सैकः एकयुतः कृतिः स्यात् मूलदः स्यादिति उच्यताम् । तथा को वा वर्ग-एकादशगुणः एकादशभिर्गुणितः सैक एकयुतः कृतिर्भवेदित्यपि-चोच्यताम् ।

"प्रथमोदाहरणे न्यासः प्र ८ । चे १ ।

अत्रैकमिष्टं ह्रस्वं प्रकल्प्य जाते मूले सक्षेपे क १ ज्ये ३ क्षे १। एषां भावनार्थं न्यासः। प्र ८।

क १ ज्ये ३ क्षे १।

क १ ज्ये ३ क्षे १।

वज्राभ्यासो ज्येष्ठलघ्वोरित्यादिना प्रथम कनिष्ठ-द्वितीय-ज्येष्ठमूलाभ्यासः ३। द्वितीय कनिष्ठ-प्रथम ज्येष्ठ मूलाभ्यासः ३। अनयोरैक्यं ६ कनिष्ठ पदं स्यात्। कनिष्ठयोराहतिः १ प्रकृति-गुणा ८ ज्येष्ठयोरभ्यासेन ९ अनेन युता १७ ज्येष्ठ पदं स्यात्। क्षेपयोराहतिः क्षेपकः स्यात् १। प्राङ्मूले क्षेपाणामिभिः सह भावनार्थं न्यासः प्र ८।

क १ ज्ये ३ क्ष १।

क ६ ज्ये १७ क्षे १।

भावनया लब्धे मूले क ३५ ज्ये ९९ क्षे १। एवं पदानामानन्त्यम् ज्ञेयं। द्वितीयोदाहरणे रूपमिष्टं कनिष्ठं प्रकल्प्य, तद्वर्गात् प्रकृति गुणात् ११ रूपद्वयमपास्य मूलं ज्येष्ठं ३ तत्र भावनार्थं न्यासः प्र ११।

क १ ज्ये ३ क्षे २̇।

क १ ज्ये ३ क्षे २̇।

प्राग्वल्लब्धे चतुःक्षेप मूले क ६ ज्ये २० क्षे ४। इष्टवर्ग-हृतः क्षेप इत्यादिना रूपद्वये इष्टे कल्पिते जाते रूपक्षेप मूले क ३ ज्ये १० क्षे १। अतस्तुल्य भावनया वा—

क ३   ज्ये १०   क्षे १।
क ३   ज्ये १०   क्षे १।

कनिष्ठ ज्येष्ठ मूले क ६० ज्ये १९९ क्षे १। एवमनन्त-मूलानि जायन्ते।

अथवा रूपं कनिष्ठं प्रकल्प्य जाते पञ्चक्षेप पदे क १ ज्ये ४ क्षे ५। अतस्तुल्यभावनया मूले क ८ ज्ये २७ क्षे २५। इष्ट-वर्गहृत इत्यादिना पञ्चकमिष्टं प्रकल्प्य जाते रूप क्षेप पदे

क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १।

अनयोः पूर्वं मूलाभ्यां सह भावनार्थं न्यासः प्र ११।

क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १।
क ३   ज्ये १०   क्षे १।

भावनया लब्धे मूले—

क $\frac{१६१}{५}$ ज्ये $\frac{५३४}{५}$ क्षे १।

अथवा क्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरमित्यादिना कृतया भाव-नया जाते मूले वा क $\frac{१}{५}$ ज्ये $\frac{६}{५}$ क्षे १। एवमनेकधा।

इष्टवर्ग प्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेदित्यादिना पक्षान्तरेण पदे रूप क्षेपे प्रतिपाद्यते। तत्र प्रथमोदाहरणे रूपत्रयमिष्टं प्रकल्पितं ३। अस्य वर्गः ९। प्रकृतिः ८। अनयोरन्तरं १। अनेन द्विघ्नमिष्टं ६ भक्तं ६। जातं रूप क्षेपे कनिष्ठं पद मतः

पूर्व्व वज्जेष्ठ १७। एवं द्वितीयोदाहरणेऽपि रूपत्रय ३ मिष्टं प्रकल्प्य जाते कनिष्ठ जेष्ठे ३।१०। एवमिष्टवशात् समासान्तर-भावनाभ्यां च पदानामानन्त्यम्।

"इति वर्ग प्रकृतिः।"

अथ चक्रवाले करणसूत्रं वृत्त चतुष्टयम्।

ह्रस्व ज्येष्ठ पदक्षेपान्
भाज्य प्रक्षेप भाजकान् ॥ ७ ॥

कृत्वा कल्प्यो गुणस्तत्र तथा प्रकृतितश्चुते
गुणवर्गे प्रकृत्योनेऽथवाल्पं शेषकं यथा ॥ ८ ॥

तत्तु क्षेपहृतं क्षेपो व्यस्तः प्रकृतितश्चुते।
गुणलब्धिः पदं ह्रस्वं ततो ज्येष्ठमतोऽसकृत् ॥ ९ ॥

त्यक्त्वा पूर्व्वपद क्षेपांश्चक्रवालमिदं जगुः।
चतुर्द्व्येकयुतावेव मभिन्ने भवतः पदे ॥ १० ॥

चतुर्द्विक्षेप मूलाभ्यां रूप क्षेपार्थ भावना।

अथ चक्रवालाख्यं गणितमनुष्टुप् चतुष्टयेनोपदिशति ह्रस्व-ज्येष्ठपद क्षेपानिति। प्रथममिष्टं ह्रस्वमित्यादिना वर्ग प्रकृति-नियमेन ह्रस्व-ज्येष्ठ-क्षेपान् प्रसाध्य तान् क्रमेण भाज्य प्रक्षेप-भाजकान् कृत्वा तत्र चक्रवाले गणिते कुट्टकेन तथा गुणः कल्प्यः यथा गुणवर्गे प्रकृतितश्च्युते, अथवा प्रकृत्यां ऊने, यत्र प्रकृतितः गुणवर्गोऽधिकः तत्र गुणवर्गात् प्रकृतिः शोध्या। यत्र प्रकृति-रधिका तत्र प्रकृतित एव गुणवर्गः शोध्य इति भावः। उभय-त्रापि अल्पं शेषकं स्यात्। तत्तु शेषं क्षेपहृतं सत् क्षेपः स्यात्। गुणवर्गे प्रकृतितश्च्युते सति क्षेपो व्यस्तः स्यात्। धनक्षेप श्चेद् ऋणं, ऋणक्षेपश्चेद् धनक्षेपः स्यादित्यर्थः। गुणलब्धिः. यस्य गुणस्य वर्गेण सह प्रकृतेरन्तरं कृतं तस्य गुणस्य या लब्धिः, तद् ह्रस्वं पदं स्यात्। ततः कनिष्ठाज्ज्येष्ठं साध्यं। पूर्व्वपद क्षेपान् पूर्व्वसाधितह्रस्वज्येष्ठक्षेपान् त्यक्त्वा, अत इदानीं साधितेभ्यो ह्रस्वज्येष्ठक्षेपेभ्यः कुट्टकेन गुणाप्ती प्रसाध्य, ह्रस्व-ज्येष्ठक्षेपाः साध्याः, एवमसकृत् क्रिया कार्य्या, एतद् गणित-माचार्य्या श्चक्रवालमिति जगुः। अथ चक्रवाले चतुर्द्व्येकयुतौ चतुःक्षेपे द्विक्षेपे एकक्षेपे क्वचिदन्यस्मिन् क्षेपे च अभिन्ने पदे ह्रस्व-ज्येष्ठ पदे भवतः युतावित्यत्र क्षेप इत्यर्थं स्तेन धनक्षेपे ऋण-क्षेपे वेति भावः। चतुर्द्विक्षेपमूलाभ्यां चतुःक्षेपे द्विक्षेपे वा ह्रस्वमूल ज्येष्ठमूलाभ्यां रूपक्षेपार्थं एकमितक्षेप करणार्थं भावना कार्य्या। यतस्तत्र इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना रूप क्षेपे पदे स्याताम्।

अत्रोपपत्तिः

कल्प्यताम् कनिष्ठं = १ ।　क्षेपः = इ^{2} − प्र ।

तर्हि क. प्र^{2} = १. प्र = प्र ।　क. प्र^{2} + क्षे = ज्ये^{2} ।

∴ ज्ये^{2} = प्र + क्षे ।　क्षे = इ^{2} − प्र ।

∴ ज्ये^{2} = इ^{2} ।　ज्ये = इ ।

क	ज्ये	क्षे
१	इ	इ^{2} − प्र

भावनया क = क. इ + ज्ये । ज्ये = क. प्र + ज्ये. इ ।

क्षे = क्षे. (इ^{2} − प्र) इष्टवर्गहतः क्षेपः क्षेपः स्यादिति, इष्टवर्गसमे क्षेपे कल्पिते नूतन कनिष्ठम् = $\frac{\text{क. इ + ज्ये}}{\text{क्षे}}$ । नूतनज्येष्ठम् = $\frac{\text{क. प्र + ज्ये. इ}}{\text{क्षे}}$ । नूतनक्षेपः = $\frac{\text{इ}^{2} - \text{प्र}}{\text{क्षे}}$ । नू क = $\frac{\text{क. इ + ज्ये}}{\text{क्षे}}$

अत्र कुट्टकेन गुणः "इ" मानं लब्धिः नूतन कनिष्ठमानं । अत-उक्तं ह्रस्व ज्येष्ठपद क्षेपानिति । अत्र $\frac{\text{इ}^{2} - \text{प्र}}{\text{क्षे}}$ इत्यस्याभिन्नत्वे ह्रस्वज्येष्ठयोरप्यभिन्नत्वं स्यात् । इष्टवर्गात् "प्र" इत्यस्याधिकत्वे

ऋणफलस्याधिकत्वाच्छेषं ऋणं स्यात्, तत्र धनक्षेपेण भक्तो लब्धो नूतनः क्षेपः ऋणं स्यात्। ऋणक्षेपेण च भक्ते स एव क्षेपो धनं स्यादित्युक्तं "व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते,, इति।

उदाहरणम्

का सप्तषष्टिगुणिता कृतिरेक युक्ता
का चैकषष्टिगुणिता च सखे सरूपा।
स्यान्मूलदा यदि कृतिप्रकृतिर्नितान्तं
त्वच्चेतसि प्रवद तात! तता लतावत् ॥

भो तात! त्वच्चेतसि यदि कृतिप्रकृतिर्वर्गप्रकृतिः लतावत् नितान्तमतीव तता विस्तृता अस्ति, तर्हि का कृतिः सप्तषष्टि-गुणिता एक युक्ता मूलदा स्यादिति प्रवद। भो सखे! का कृतिः एकषष्टिगुणिता सरूपा एकयुक्ता सती मूलदा स्यादिति च प्रवद।

"प्रथमोदाहरणे न्यासः। प्र ६७ क्षे १। अत्र रूपं कनिष्ठं त्र्यमृणं क्षेपं च प्रकल्प्य क १ ज्ये ८ क्षे ३। इस्वं भाज्यं ज्येष्ठं प्रक्षेपं क्षेपकं भाजकं च प्रकल्प्य कुट्टकार्थं न्यासः भा १ हा ३ क्षे ८।

अत्र हरतष्ट इति कृते जाता वल्ली | ० | लब्धिगुणौ ०। २ |
उद्ध्र्वं विभाजेन | २ |
अधरो हरेणेति तष्टीकरणे स्वस्व- | ० |

तष्टौ लब्धिर्विषमत्वात् स्वतक्षणाभ्यां १/२ शुद्धौ १/१। क्षेप तक्षण-

लाभाढ्या लब्धिरिति लब्धिगुणौ ३/१। हरस्य च ऋणत्वाल्लब्धेः

ऋणत्वे कृते जातौ मत्क्षेपौ लब्धिगुणौ ३/१। गुणस्य वर्गे १

प्रकृतेः शोधिते शेषं ६६। अल्पकं न जात मतो रूपद्वय २

मृणमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत-स्वस्व-हरेणेत्यादिना जातौ लब्धि-

गुणौ ५/७। अत्र गुण वर्गे ४९ प्रकृते विंशोधिते शेषं १८।

क्षेपेण ३ हृतं लब्धं ६। अयं क्षेपः गुणवर्गे प्रकृते विंशोधिते

व्यस्तः स्यादिति धनं ६। लब्धिः कनिष्ठं पदं ५। अस्य ऋणत्वे

धनत्वेच उत्तरे कर्म्मणि न विशेषोऽस्तीति जातं धनं ५। अस्य

वर्गे प्रकृति-गुणे षड्-युते जातं मूलं जेष्ठं ४१।

पुनरेषां कुट्टकार्थं न्यासः भा ५ हा ६ क्षे ४१

वल्ली | ० | अतो लब्धिगुणौ ११/५। गुणवर्गे २५
| १ |
| ४१ | प्रकृतेस्त्यक्ते शेषं ४२। क्षेपेण ६ हृते ७।
| ० | व्यस्तं प्रकृतितस्त्यक्ते इति जातः क्षेपः

७। लब्धिः कनिष्ठं ११। अतो जेष्ठं ९०।

पुनरेषां कुट्टकार्थं न्यासः भा ११ हा ७̇ क्षे ९०।

अत्र हर तष्टे धनक्षेप इति कृते जातो गुणः ५। लब्धयोर्विषमा इति तक्षण शुद्धे जातो गुणः २। अस्य क्षेपः ७̇ ऋणरूपेण १̇ गुणितं क्षेपं ७ गुणे प्रक्षिप्य जातो गुणः ९। अस्य वर्गे प्रकृत्योने शेषं १४। क्षेपेण ७̇ हृतः जातः क्षेपः २̇। लब्धिः कनिष्ठं २७। अतो ज्येष्ठं २२१।

आभ्यां तुल्यभावनार्थं न्यासः क २७ ज्ये २२१ क्षे २̇
क २७ ज्ये २२१ क्षे २̇

उक्तवन्मूले क ११९३४ ज्ये ९७६८४ क्षे ४। चतुःक्षेपपदे २ अनेन भक्ते जाते रूपक्षेप मूले क ५९६७ ज्ये ४८८४२ क्षे १

द्वितीयोदाहरणे न्यासः प्र ६१ क १ ज्ये ८ क्षे ३

कुट्टकार्थं न्यासः भा १ हा ३ क्षे ८। हरतष्टे धनक्षेपे इति लब्धिगुणौ ३। इष्टाहतेति द्वाभ्यामुत्थाप्य जातौ लब्धिगुणौ ५। गुणवर्गे ४९ प्रकृतेः शोधिते १२। व्यस्त इति ऋणं १२̇। इदं क्षेप ३ हृतं जातः क्षेपः ४̇। अतः प्राग्वज्जाते चतुःक्षेपमूले क ५ ज्ये ३९ क्षे ४̇।

इष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादित्युपपन्न-रूपशुद्धिमूलयोर्भावनार्थं न्यासः। क ५/२ ज्ये ३९/२ क्षे १̇
क ५/२ ज्ये ३९/२ क्षे १̇

अनयोर्जाते रूपक्षेपमूले क $\frac{१९५}{२}$ ज्ये $\frac{१५२३}{२}$ क्षे १।

अनयोः पुना रूपशुद्धि पदाभ्यां भावनार्थं न्यासः।

क $\frac{५}{२}$ ज्ये $\frac{३९}{२}$ क्षे $\overset{\cdot}{१}$

क $\frac{१९५}{२}$ ज्ये $\frac{१५२३}{२}$ क्षे १

अतो जाते रूपशुद्धौ मूले क ३८०५ ज्ये २९७१८ क्षे $\overset{\cdot}{१}$

अनयोः पुनस्तुल्य भावनार्थं न्यासः।

क ३८०५ ज्ये २९७१८ क्षे $\overset{\cdot}{१}$

क ३८०५ ज्ये २९७१८ क्षे $\overset{\cdot}{१}$

जाते रूपक्षेप मूले क २२६१५३९८० ज्ये १७६६३१९०४९ क्षे १।"

अथ रूपशुद्धौ खिलत्व ज्ञान–प्रकारान्तरित–
पदानयनयोः करणसूत्रं वृत्तद्वयम्।

रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टं वर्गयोगो गुणो न चेत्॥ ११॥
अखिले कृतिमूलाभ्यां द्विधा रूपं विभाजितम्।
द्विधा ह्रस्वपदं ज्येष्ठं ततो रूपविशोधने॥ १२॥
पूर्ववद्वा प्रसाध्येते पदे रूपविशोधने।

अथ रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टमखिले ह्रस्व-ज्येष्ठ-पदे चानुष्टुब्-द्वयेन निरूपयति। रूपशुद्धाविति। यत्र रूपशुद्धौ एकमिते ऋणक्षेपे गुणः प्रकृतिः चेद् यदि वर्गयोगः वर्गयो र्योगतुल्यो न भवेत् तर्हि तत्र रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टं दुष्टमुदाहरणमवगन्तव्यं। अखिले वर्गयोगे सति कृतिमूलाभ्यां ययोर्वर्ग राश्योर्योगो गुणतुल्यस्तयोर्मूलाभ्यां रूपं द्विधा स्थानद्वये संस्थाप्य विभाजितं भक्तं कार्य्यं। एवं सति द्विधा ह्रस्व पदं स्यात्। ततस्ताभ्यां ह्रस्वपदाभ्यां रूप विशोधने ऋणरूपक्षेपे, पूर्ववद् "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्येत्यादिना" ज्येष्ठं निरूप्य ततो भावनया "इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना" च रूप-विशोधने पदे ह्रस्वजेष्ठ पदे प्रसाध्येते साधनीये। अनेनैव प्रकारेण वा पूर्व्वोक्तवर्गप्रकृति-नियमेन ह्रस्वजेष्ठादि पदं साधनीयमिति शेषः।

अत्रोपपत्तिः

वर्गप्रकृति नियमेन $प्र.\ क^{2}-१=जे^{2}$। $\therefore प्र.\ क^{2}=जे^{2}+१$

$$तर्हि\ प्र=\frac{जे^{2}+१}{क^{2}}=\left(\frac{जे}{क}\right)^{2}+\left(\frac{१}{क}\right)^{2}।$$

अत उक्तं वर्गयोगो गुणो न चेदित्यादि।

——

उदाहरणम्

त्रयोदशगुणो वर्गो निरेकः कः कृतिर्भवेत् ।
को वाष्टगुणितो वर्गो निरेको मूलदो वद ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह त्रयोदशेति। को वर्गः, त्रयोदश-गुणस्त्रयोदशभिर्गुणितः निरेकः एकहीनः सन् कृतिः वर्गराशिः भवेत्। वा अथवा को वर्गः, अष्टगुणितः अष्टभिः पूरितः, निरेक-एकहीनः सन् मूलदः स्यादिति च वद।

"अत्र प्रकृतिः १३ द्विक त्रिकयो वर्ग ४।९ योग समा।

अतो द्विकेन रूपं १ हृतं रूपशुद्धौ कनिष्ठं पदं स्यात् $\frac{1}{2}$ ।

अस्य वर्गात् प्रकृति गुणादेकोनान्मूलं ज्येष्ठपदं $\frac{3}{2}$ ।

अथवा त्रिकेण रूपं हृतं कनिष्ठं स्यात् $\frac{1}{3}$ । अतो ज्येष्ठं $\frac{2}{3}$ ।

अथवा कनिष्ठं १ । अस्य वर्गात् प्रकृति गुणाच्चतुरूणान्मूलं ज्येष्ठं ३ । क्रमेण न्यासः । क १ ज्ये ३ क्षे ४ "इष्टवर्गहृतः क्षेपः

इत्यादिना" जाते रूपशुद्धौ पदे क $\frac{1}{2}$ ज्ये $\frac{3}{2}$ क्षे १ ।

अथवा प्रकृतेर्नवत्यक्तो वमेव जाते क $\frac{1}{3}$ ज्ये $\frac{2}{3}$ क्षे १ ।

चक्रवालेनाभिन्ने वा एषां ह्रस्वज्येष्ठपदक्षेपाणां भिन्नानां ह्रस्व-ज्येष्ठ-पद-क्षेपानित्यादिना भाज्य-प्रक्षेप हारान् प्रकल्प्य पूर्व-

पदयोः न्यासः । भा $\frac{1}{2}$ हा १ क्षे $\frac{3}{}$ ।

अत्र भाज्य-भाजक क्षेपानर्द्धेनापवर्त्य जाताः भा १ हा २ क्षे ३। हरतष्टे इति कुट्टकेन गुणलब्धी १/२ । अत्रेष्ट-मृण रूपं प्रकल्प्य जातोऽन्यो गुणः ३। गुणवर्गं इत्यादिना क्षेपः ४ लब्धिः २ कनिष्ठं अतो ज्येष्ठं ११।

क्रमेण न्यासः क ३ ज्ये ११ क्षे ४। अतोऽपि पुनर्भाज्य-प्रक्षेप भाजकानित्यादिना चक्रवालेन लब्धो गुणः ३। गुणवर्ग-इत्यादिना रूप शुद्धावभिन्ने पदे क ५ ज्ये १८ क्षे १ इह सर्वत्र पदानां रूप-क्षेप-पदाभ्यां भावनयानन्त्यम्।

एवं द्वितीयोदाहरणे प्रकृतिः ८, प्राग्वज्जाते ह्रस्व-ज्येष्ठ-पदे क १ ज्ये १ क्षे १।"

उदाहरणम्

को वर्गः षड्गुणस्त्र्याढ्यो द्वादशाढ्योऽथवा कृतिः ।
युतो वा पञ्चसप्तत्या त्रिंशत्या वा कृतिर्भवेत् ॥

क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे इत्यस्योदाहरणान्यनुष्टुभा प्रदर्शयति को वर्ग इति। को वर्गः षड्गुणः षड्भिर्गुणितः, त्र्याढ्यः त्रियुतः, अथवा द्वादशाढ्यः द्वादशभिर्युक्तः सन् कृतिः वर्गराशिः स्यात्? वा को वर्गः षड्गुणः पञ्चसप्तत्या युतः वा

त्रिंशत्या शतत्रयेण युतः संयुक्तः सन् कृतिः वर्गराशिर्भवेदिति वद ।

"अत्र रूपं ह्रस्वं कृत्वा न्यासः प्र ६ क १ ज्ये ३ क्षे ३ । अत्र क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे इति द्विगुणिते जाते द्वादशक्षेपे २।६ पञ्चगुणे पञ्चसप्ततिमिते क्षेपे ५।१५ । दशगुणे जाते त्रिशतो क्षेपे १०।३० ।"

अथेष्टच्छयानीत-पदयोः रूपक्षेपपदानयन-दर्शने

सूत्रं सार्द्धवृत्तम्

स्व बुद्ध्यैव पदे ज्ञेये बहुक्षेप विशोधने ॥ १३ ॥

तयोर्भावनयानन्त्यं रूपक्षेप पदोत्थया ।

वर्गछिन्ने गुणे ह्रस्वं तत् पदेन विभाजयेत् ॥ १४ ॥

बहूनां धनक्षेपाणां ऋणक्षेपाणाञ्च कनिष्ठ-ज्येष्ठ पदे स्वबुद्ध्या एव स्वीयबुद्धिमाश्रित्यैव ज्ञेये निर्णेये । ततः तयो र्ह्रस्व-ज्येष्ठयो रूपक्षेप-पदोत्थया एकमितक्षेपोत्पन्नया भावनया आनन्त्यं स्यात् । गुणे वर्गछिन्ने वर्गेण भाजिते सति तत् पदेन तस्य वर्गराशेर्मूलेन ह्रस्वं विभाजयेत् ज्येष्ठन्तु यथास्थितमेव जानीयात् । पूर्वोक्तमेवेत्यर्थः ।

अत्रोपपत्तिः

$\text{वर्गप्रकृत्या प्र.}\ \text{क}^2+\text{क्षे}=\text{जे}^2$

$\text{अत्र कल्प्यताम् प्र}=\text{ग.}\ \text{ख}^2\text{।}\quad \text{क्षे}=१\text{।}$

$\therefore\ \text{ग.}\ \text{ख}^2.\ \text{क}^2+१=\text{जे}^2\text{।}\quad \text{जे}^2-१=\text{ग.}\ \text{ख}^2.\ \text{क}^2\text{।}$

अत्र यदि "ग" प्रकृतिः कल्प्यते तर्हि $\text{ख}^2.\ \text{क}^2$ अयं नूतनः कनिष्ठवर्गः। ∴ कनिष्ठं = ख. क। इदं "ख" भक्तं प्रकृत-कनिष्ठं स्यात्। अत उक्तं वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वमित्यादि।

उदाहरणम्

द्वात्रिंशद् गुणितो वर्गः कः सैको मूलदो वद ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभर्द्धेनाह द्वात्रिंशदिति। को वर्गः, द्वात्रिंशद् गुणितः सैकः एकयुक्तः, मूलदः स्यादिति वद।

न्यासः प्र ३२ अतः प्राग्वत् कनिष्ठ ज्येष्ठे $\frac{१}{२}$ । ३।

अथवा वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वं तत् पदेन विभाजयेदिति प्रकृतिः ३२। चतुश्छिन्ना लब्धं ८। अस्यां प्रकृतौ कनिष्ठ-

ज्येष्ठे १।२। येन वर्गेण ४। प्रकृतिश्छिन्ना तस्य पदेन २।

कनिष्ठे भक्ते जाते ते एव पदे क $\frac{१}{२}$ ज्ये २ क्षे १।"

अथ वर्गरूपायां प्रकृतौ भावनाव्यतिरेकेणानेक-
पदानयने करणसूत्रं वृत्तम्।

इष्टभक्तो द्विधा क्षेप इष्टोनाढ्यो दलीकृत.।
गुणमूलहृतश्चाद्यो ह्रस्वज्येष्ठे क्रमात् पदे ॥ १५ ॥

वर्गरूप प्रकृतौ भावना व्यतिरेकणैव ह्रस्वज्येष्ठपदसाधनोपायमनुष्टुभाह इष्टभक्त इति। क्षेपः इष्टभक्तः द्विधा स्थाप्यः एकत्र इष्टेन ऊनः अन्यत्र इष्टयुतः उभयत्र दलितः अर्द्धितः आद्यः यत्र क्षेपः इष्टोनो दलितस्तत्र गुणमूलहृतः गुणस्य मूलेन भक्तः कार्य्यः। क्रमात् ह्रस्व ज्येष्ठ पदे भवतः।

अत्रोपपत्तिः

कल्पते प्र = ख^{२}। तदा क. ख^{२} + क्षे^{१} = ज्ये^{२}।

∴ ज्ये^{२} − क^{२}. ख^{२} = क्षे।

अत यदि ज्ये − क. ख। इष्टः कल्प्यते तर्हि वर्गान्तरं राशिवियोग भक्तं योग इति नियमेन—

$$\frac{ज्ये^2 - क.ख^2}{ज्ये - क.ख} = \frac{क्षे}{इ} = ज्ये + क.ख ।$$

$$\left.\begin{aligned} ज्ये + क.ख &= \frac{क्षे}{इ} \\ ज्ये - क.ख &= इ \end{aligned}\right\} \text{ योगान्तरे च कृते}$$

$$२\ ज्ये = \frac{क्षे}{इ} + इ । \quad \therefore ज्ये = \left(\frac{क्षे}{इ} + इ\right)\frac{१}{२}$$

$$२\ क.ख = \frac{क्षे}{इ} - इ । \quad \therefore क = \left(\frac{क्षे}{इ} - इ\right)\frac{१}{२ख} ।$$

अत उक्तं इष्टभक्त इत्यादि ।

उदाहरणम्

का कृतिर्नवभिः क्षुण्णा द्विपञ्चाशद् युता कृतिः ।
को वा चतुर्गुणो वर्गः त्रयस्त्रिंशद् युतः कृतिः ॥

अत्रोदाहरणद्वयमनुष्टुभाह का कृतिरिति । का कृतिः वर्गराशिः नवभिः क्षुण्णा गुणिता द्विपञ्चाशद् युता कृतिः मूलदा स्यात् । वा कः वर्गः चतुर्गुणः त्रयस्त्रिंशद् युतः कृतिः स्यात् ।

"अत्र प्रथमोदाहरणे क्षेपः ५२ । द्विकेनेष्टेन हृता २६ । द्विस्थः इष्टोनाढ्यो २४।२८ दलीकृतो जातः १२।१४ । अनयो-राद्यः १२ प्रकृति मूलेन ३ भक्तो ४ । जाते ह्रस्वज्येष्ठे ४।१४ ।

अथवा क्षेपं ५२ चतुर्भिर्विभज्य एवं जाते ह्रस्व ज्येष्ठे $\frac{३}{२}$, $\frac{१७}{२}$ ।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः प्र ४ क्षे ३३ । अत्र क्षेपः एकेनेष्टेन १ भक्तः ३३ । अतोऽयं द्विधा इष्टोनाढ्यः ३२।३४ दलितः १६।१७ आद्यः प्रकृति ४ मूलेन २ भक्तः ८ कनिष्ठं १७ ज्येष्ठम् ।

अथवा क्षेपं ३३ त्रिभिर्विभज्य पूर्ववज्जाते ह्रस्व ज्येष्ठे २।७"

अथ प्रकृतिसमक्षेपे उदाहरणम् ।

त्रयोदशगुणो वर्गस्त्रयोदश विवर्जितः ।
त्रयोदशयुतो वा स्याद् वर्ग एवं निगद्यताम् ॥

प्रकृति-समे क्षेपे उदाहरणमनुष्टुभाह त्रयोदशेति । कोवर्गः, त्रयोदशगुण स्त्रयोदशभि र्गुणितः, त्रयोदशवर्ज्जितो रहितः, वा त्रयोदशयुतः त्रयोदशभिः संयुक्तः, वर्गः मूलद एव स्यादिति निगद्यताम् स्पष्टं कथ्यतामिति शेषः ।

प्रथमोदाहरणे प्रकृतिः १३ । इष्टं १ ह्रस्वं अस्य वर्गः १ प्रकृत्या १३ गुणितः १३ क्षेप १३ वर्ज्जितः ० अस्य मूलं ० जेष्ठम् । इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद् विवरमित्यादिना कल्पितमिष्टं ३ । अस्य वर्गः ९ प्रकृतिः १३ । अनयोरन्तरं ४ अनेन-

द्विगुणितमिष्टं ६ विभज्य $\frac{६}{४}$ द्वाभ्यामपवर्त्य च कनिष्ठं $\frac{३}{२}$ ।
अस्य वर्गः $\frac{९}{४}$ प्रकृत्या १३ गुणितः $\frac{११७}{४}$ रूपयुतः $\frac{१२१}{४}$ मूलं
ज्येष्ठं $\frac{११}{२}$ । क्षेपः १ । एतेषां पूर्व्वमूलैः सह भावनार्थं न्यासः

क १ ज्ये ० क्षे १३

क $\frac{३}{२}$ ज्ये $\frac{११}{२}$ क्षे १

भावनया त्रयोदश ऋणक्षेपे ह्रस्व-ज्येष्ठ मूले $\frac{११}{२}$, $\frac{३९}{२}$ क्षे १३।
वा एषामृणक्षेप पदानां रूपशुद्धिपदाभ्यामाभ्यां $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{२}$ ।
विश्लिष्यमाण भावनया त्रयोदश क्षेप मूले $\frac{३}{२}$, $\frac{१३}{२}$ ।
वा १८।६५ ।"

उदाहरणम् ।

ऋणगैः पञ्चभिः क्षुण्णः कोवर्गः सैकविंशतिः ।
वर्गः स्याद्वद चेद्वेत्सि क्षयग प्रकृतौ विधिम् ॥

ऋण प्रकृतावुदाहरणमनुष्टुभाह ऋणगैरिति । भो गणक ! गणितकुशल ! त्वं क्षयगप्रकृतौ विधिं नियमं वेत्सि जानासि चेत्, तर्हि को वर्गः ऋणगैः क्षयगैः पञ्चभिः क्षुण्णो गुणितः सैक-

विंशतिः एकविंशत्या सहितः वर्गः स्यान्मूलदो भवेत्, तं वर्ग वर्गराशिं वद कथय ।

"न्यासः । प्र ' अत्र रूप १ मिष्टं कनिष्ठं, अस्य वर्गः १ ऋण प्रकृत्या गुणितः ५ क्षेप युतः १६ । अस्य मूलं ज्येष्ठं ४ ।

अथवा रूपद्वय २ मिष्टं प्रकल्प्य जाते मूले २।१ ! पूर्वं रूप-क्षेप-भावनया पदानामानन्त्यम् ।

उक्तं वीजोपयोगीदं संक्षिप्तं गणितं किल ।
अतो वीजं प्रवक्ष्यामि गणकानन्द कारकम् ॥ १६ ॥

वर्गसमीकरणवीज मध्यमाहरणादि-वीजकर्मणां उपका-रकं संकलनादि चक्रवालान्तं इदं वीजोपयोगि गणितं मया किल संक्षिप्तमुक्तं, संक्षेपेण कथितं, अतः अनन्तरं गणकानन्द-कारकम् गाणितिक-तृप्तिदायकं वीजं समीकरणादिवीजं अव-क्ष्यामि ।

"इति श्रीभास्करीय वीजगणिते वर्गप्रकृति-
चक्रवालः समाप्तः ।"

———o———

एकवर्णसमीकरणं वीजम्

SIMPLE EQUATIONS

यावत्तावत् कल्प्यमव्यक्त राशे-
र्मानं तस्मिन् कुर्व्वतोद्दिष्टमेव ।
तुल्यौ पक्षौ साधनीयौ प्रयत्नात्
त्यक्त्वा क्षिप्त्वा वापि संगुण्य भक्त्वा ॥१॥
एकाव्यक्तं शोधयेदन्य पक्षाद्-
रूपाण्यन्यस्येतरस्माच्च पक्षात् ।
शेषाव्यक्तेनोद्धरेद् रूपशेषं
व्यक्तं मानं जायतेऽव्यक्तराशेः ॥२॥
अव्यक्तानां द्व्यादिकानामपीह
यावत्तावद् द्व्यादिनिघ्नं हृतं वा ।
युक्तोनं वा कल्पयेदात्मबुद्ध्या
मानं क्वापि व्यक्तमेवं विदित्वा ॥३॥

अथैकवर्णं समीकरणं वीजं शालिनी-त्रयेणोपदिशति याव-त्तावदिति। एतदाचार्य्येणैव व्याख्यातम् ।

"प्रथममेकवर्णं समीकरणं वीजम् । द्वितीयमनेकवर्णं समी-

करणं वीजम्। यत्र वर्णस्य द्वयोर्वा वर्णयोर्वर्गादि गतानां समीकरणं तन्मध्यमाहरणम्। यत्र भावितस्य तद् भावितमिति वीजचतुष्टयं वदन्त्याचार्य्याः। तत्र प्रथमं तावदुच्यते पृच्छकेन पृष्टे सत्युदाहरणे योऽव्यक्तराशिस्तस्य मानं यावत्तावदेकं द्व्यादिं वा प्रकल्प्य तस्मिन्नव्यक्तराशौ उद्देशकालापवत् सर्व्वं गुणन भजन त्रैराशिक पञ्चराशिक श्रेढ़ीफल क्षेत्रव्यवहारादि गणकेन कार्य्यम्। तथा कुर्व्वता द्वौ पक्षौ प्रयत्नेन समौ कार्य्यौ। यद्यलापे समौ पक्षौ न स्तः, तदैकतरे न्यूने पक्षे किञ्चित् प्रक्षिप्य तमः अधिकपक्षात्तावदेव विशोध्य वा न्यूनं पक्षं केनचित् संगुण्य वाधिकं पक्षं तावतैव भक्त्वा समौ कार्यौं। ततस्तयोरेकस्य पक्षस्याव्यक्तमन्यपक्षस्याव्यक्ताच्छोध्य अव्यक्तवर्गादिकमपि। अन्यपक्षरूपाणि इतरपक्षरूपेभ्यः शोध्यानि। यदि करण्यः सन्ति तदाता-अपि उक्तप्रकारेण शोध्याः, ततोऽव्यक्तराशि-शेषेण रूपशेषे भक्ते यल्लभ्यते तदेकस्याव्यक्तस्य मानं व्यक्तं जायते। तेन कल्पितोऽव्यक्तराशिरुत्थाप्यः। यत्रोदाहरणे द्व्यादयोऽव्यक्तराशयो भवन्ति तदा तस्यैकं यावत्तावत् प्रकल्प्य अन्येषां द्व्यादिभिरिष्टैर्गुणितं भक्तं वा दृष्टैः रूपैरूनं युतं वा यावत्तावदेव कल्प्यम्। अथवा एकस्य यावत्तावदन्येषां व्यक्तान्येव मानानि प्रकल्प्यानि। सर्व्वं विदित्वेति यथा क्रिया निर्व्वहति तथा बुद्धिमता ज्ञात्वा शेषाणामव्यक्तानि च कल्प्यानीत्यर्थः।"

———o———

उदाहरणम्

एकस्य रूपत्रिशती षडश्वा-
अश्वा दशान्यस्य तु तुल्यमूल्याः ।
ऋणं तथा रूपशतञ्च तस्य
तौ तुल्यवित्तौ च किमश्वमूल्यम् ॥

यदाद्यवित्तस्य दलं द्वियुक्तं
तत्तुल्यवित्तो यदि वा द्वितीयः ।
आद्यो धनेन त्रिगुणोऽन्यतो वा
पृथक् पृथङ्मे वद वाजिमौल्यम् ॥

अत्रोदाहरणत्रयमुपजातिद्वयेनाह । एकस्येति । एकस्य वणिजः रूपत्रिशती, षड् अश्वाश्च धनं अस्ति। अन्यस्य वणिजः, धनं तुल्यमूल्याः परस्पर-समानमूल्य-विशिष्टाः दश अश्वाः सन्ति। तस्य रूपशतं ऋणञ्च अस्ति, तौ वणिजौ तुल्यवित्तौ समधनौ उभयोरेव तुल्यानि धनानीत्यर्थः। अश्व-मूल्यं एकस्य अश्वस्य मूल्यं किमिति वद।

वा अथवा यदि द्वितीयो वणिक् आद्यवित्तस्य प्रथम-पद्योक्तधनस्य दलं अर्द्धं द्वियुक्तं द्वाभ्यां युतं यत् स्यात् तत्तुल्य-वित्तः तत्समानधनयुक्तो भवेत्। अथवा आद्यः प्रथम वणिक्

धनेन निजधनेन अन्यतः द्वितीयवणिजः त्रिगुणो भवेत्, तदा मे मह्यं पृथक् पृथग् वाजिमौल्यं प्रतिघोटकमूल्यं वद।

"अत्राश्वमौल्यमज्ञातं तस्य मानं यावत्तावदेकं प्रकल्पितं या १। अत्र त्रैराशिकं, यद्येकस्य यावत्तावन्मूल्यं तदा षण्णां किमिति न्यासः १। या १। ६। फलमिच्छागुणं प्रमाणभक्तं लब्धं षण्णामश्वानां मूल्यं या ६। अत्र रूपशतत्रये प्रक्षिप्ते जातमाद्यस्य धनं या ६ रू ३००। एवं दशानां मौल्यं या १०। अत्र रूपशते च ऋणगते प्रक्षिप्ते जातं द्वितीयस्य धनं या १० रू १०̇०̇।

एतौ तुल्यधनाविति पक्षौ स्वत एव समौ जातौ; अतः समशोधनार्थं न्यासः। या ६ रू ३००।
या १० रू १०̇०̇।

अथ एकाव्यक्तं शोधयेदन्यपक्षादिति आद्यपक्षाव्यक्तेऽन्यपक्षाव्यक्तात्शोधिते शेषं या ४। द्वितीयपक्षरूपेषु आद्यपक्षरूपेभ्य शोधितेषु शेषं रू ४००। अव्यक्तराशिशेषेण या ४। रूपशेषे रू ४००। उद्धृते लब्धमेकस्य यावत्तावतो मानं व्यक्तं १००। यद्येकस्याश्वस्येदं मौल्यं तदा षण्णां किमिति त्रैराशिकेन लब्धं षण्णां मौल्यं ६००। रूप शतत्रय युतं ९००। जातमाद्यस्य धनं एवं द्वितीयस्यापि ९००।

अथ द्वितीयोदाहरणे प्रथम-द्वितीययो स्ते एव धने—

या ६ रू ३००
या १० रू १०̇०̇

अत्राद्यपञ्च-धनार्द्धेन द्वियुक्तेन तुल्यमन्यस्य धनमुदाहृतं। अतः आद्यधनार्द्धे द्वियुते कृते पक्षौ समौ भवत स्तथाकृते शोधनार्थं न्यासः। या २ रू १५२

या १० रू १००̇

शोधनाद्ये कृते (या ७=रू २५२। अतः या=३६) लब्धं यावत्तावन्मानं ३६। अनेन पूर्व्ववदुत्थापने कृते जाते धने ५१६। २६०।

अथवान्यधने द्विघ्नोने द्विगुणे कृते समौ पक्षौ भवतः तथा कृते न्यासः या ६ रू ३००

या २० रू २०४̇

शोधनाद्ये कृते (या १४=रू ५०४। या=३६)। पूर्व्ववदुत्थापने कृते जाते धने ५१६।२६०।

अथ तृतीयोदाहरणे ते एव धने, आद्यधन-त्र्यंशः परधनमिति परं त्रिगुणीकृत्य न्यासः या ६ रू ३००

या ३० रू ३००̇

अतः (या २४=रू ६०० या=२५)। समक्रियया लब्धं यावत्तावन्मानं २५। अनेनोत्थापिते जाते धने ४५०।१५०।"

उदाहरणम्

माणिक्यामलनील-मौक्तिकमितिः
　　　　पञ्चाष्टसप्त क्रमा-
देकस्यान्यतरस्य सप्तनव षट्
　　　　तद्रत्नसंख्या सखे !
रूपाणां नवति र्द्विषष्टिरनयो-
　　　　स्तौ तुल्यवित्तौ तथा।
वीजज्ञ ! प्रतिरत्नजानि सुमते !
　　　　मौल्यानि शीघ्रं वद ॥

अत्राव्यक्तानां बहुत्वे उदाहरणान्तरं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह माणिक्यामलेति। एकस्य वणिजः माणिक्यामल नीलमौक्तिकमितिः माणिक्यं स्वनामप्रसिद्धं रत्नं, अमलं नीलं दोषरहितं नीलनामकरत्नं, मौक्तिकं मुक्ता, तेषां परिमाणं क्रमात् पञ्च, अष्ट, सप्त विद्यन्ते अन्यतरस्य वणिजः तद्रत्नसंख्या माणिक्यामल-नील-मौक्तिक संख्या क्रमात् सप्त, नव, षट, च विद्यन्ते अनयोः क्रमात् रूपाणां नवतिः द्विषष्टिश्च, अस्ति ; तथा सति तौ तुल्यवित्तौ समानधनौ स्तः। हे वीजज्ञ ! सुमते ! सखे ! प्रतिरत्नजानि प्रतिरत्नोद्भवानि मौल्यानि शीघ्रं वद।

"अत्राव्यक्तानां बहुत्वे कल्पितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि या ३ या २ या १ यदि एकस्य रत्नस्य इदं मौल्यं. तदोद्दिष्टानां किमिति लब्धानां

या १५ या १६ या ७

या २१ या १८ या ६

यावत्तावतां योगे स्वस्वरूप युते जातौ पक्षौ

या ३८ रू ८०

या ४५ रू ६२

एतौ अनयोधने इति समशोधने कृते (या ७=रू २८। या=४) लब्धं यावत्तावन्मानं ४। अनेनोत्थापितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १२।८।४ एवं सर्व्वधनं २४२।

अथवा माणिक्यमानं यावत्तावत्, नील-मुक्ताफलयो र्मौल्ये एव कल्पिते ५।३। एवं जातौ पक्षौ—

या ५ रू ६१

या ७ रू ६३

अतो नवति द्विषष्टिभ्यां युतौ जातौ पक्षौ या ५ रू १५१
या ७ रू १२५

अतः समीकरणेन (या २=२६। या=१३) लब्धं यावत्तावन्मानं १३।

अनेनोत्थापिते जातं समधनं २१६। एवं कल्पनावशादनेकधा।"

———

उदाहरणम्

एको ब्रवीति मम देहि शतं धनेन
त्वत्तो भवामि हि सखे ! द्विगुणा स्ततोऽन्यः ।
ब्रूते दशार्पयसि चेन्मम षड्गुणोऽहं
त्वत्तस्तयोर्वद धने मम किं प्रमाणे ॥

अथान्यदुदाहरणं वसन्ततिलकेनाह एको ब्रवीतीति । एकः कोऽपि धनी ब्रवीति मम मह्यं शतं शतमितं धनं देहि, तर्हि तेन धनेन त्वत्तो भवतः द्विगुणः भवामि । ततः तद्वाक्यानन्तरं अन्यो धनो ब्रूते कथयति; चेद् यदि मम मह्यं दश दशमितं धनं अर्पयसि ददासि तदा, अहमपि, त्वत्तो भवतः षड्गुणः भवामि । हे सखे ! तयोर्धनिनोः धने किं प्रमाणे भवतः इति मम मह्यं वद ।

"अत्राद्यान्ययोस्तथा धने कल्पनीये यथै कालापः स्वत एव घटते । तथा कल्पिते आद्यान्य धने या २ रू १००
या १ रू १००

अनयोः परस्य शते गृहीते आद्यो द्विगुणितः स्यादित्ये कालापो घटते । अथाद्याद्दशापनीय दशभिः परधनं युतं षड्गुणं स्यादिति आद्यं षड् गुणीकृत्य न्यासः या १२ रू ६६०
या १ रू ११०

अतः समीकरणेन (या ११ = ७७० । या = ७०)। लब्धं यावत्तावन्मानं ७०। अनेनोत्थापिते जाते धने ४०।१७०।

अथवा द्वितीयालापो यथा घटते तथा धने कल्पिते—

या १ रू १०

या ६ रू १०̇

अत्राद्याद्धनसु गृहीतेषु द्वितीयः स्वतएव षड्गुणो भवेत्।

अथ द्वितीयाच्छतमपनीय आद्ये शतं संयोज्य द्वितीयं द्विगुणीकृत्य च न्यासः या १ रू ११०

या १२ रू २२०̇

शोधने कृते (या ११ = रू २३०। या = ३०)। यावत्तावन्मानं ३० अनेनोत्थापने जाते धने ४०।१७० पूर्वानीततुल्ये एव।"

अत्र वासुदेवोक्तं सूत्रम्

दानैक्ये सैकेन स्वस्व गुणेनाहते निरेकेण।
गुणघातेन हृते स्वे स्यातामन्योन्य दानसंयुते॥

अत्र वासुदेवो व्यक्तरीत्यापि आद्यान्त्य धनज्ञानोपायं गीत्याख्यार्याछन्दसाह दानैक्य इति। दानैक्ये सैकेन स्वस्वगुणेन आहते, निरेकेण एकहीनेन गुणघातेन गुणयोर्वधेन भक्ते हृते अन्योन्यदानसंयुक्ते च स्वे आद्यान्त्ययोर्धने स्याताम्।

तद् यथात्र दानयो १००।१० रैक्यं ११०। स्वस्वगुणकेन २।६ सैकेन ३।७ गुणितं ३३०।७७०। गुण २।६ घातेन १२

निरेकेन ११ भक्तं ३०।७०। अन्योन्य दान १०।१०० संयुताम् प्रथमधनं ४० द्वितीयं १७०।

उदाहरणम्

माणिक्याष्टकमिन्द्रनील दशकं मुक्ताफलानां शतं
यत्ते कर्णविभूषणे समधनं क्रीतं त्वदर्थे मया।
तद्रत्न-त्रयमौल्य-संयुतिमिति स्त्र्यूनं शतार्द्धं प्रिये!
मौल्यं ब्रूहि पृथग् यदीह गणिते
कल्पासि कल्याऽणिनि! ॥

अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह माणिक्याष्टकमिति। हे प्रिये! ते तव कर्णविभूषणे कर्णालङ्कारे श्रोते देयं यद्भूषणं तस्मिन्नेवेत्यर्थः। यन्माणिक्याष्टकं, इन्द्रनील दशकं, मुक्ताफलानां शतं चास्ति, तत् माणिक्यादिकं त्वदर्थे त्वन्निमित्तं तवप्रयोजनायेत्यर्थः। मया समधनं समानेन धनेन, क्रीतं, आनीतम्। यन्माणिक्याष्टकस्य मूल्यं तदेवेन्द्रनील-दशकस्य तदेव च मुक्ताफलानां शतस्य मूल्यमित्यर्थः। तद्रत्न-त्रयसंयुतिमितिः, एकं माणिक्यं एकमिन्द्रनीलं एकं मुक्ताफल-ञ्चेति त्रयाणां मूल्ययोगः त्र्यूनं त्रिभिर्हीनं शतार्द्धं पञ्चाशत्,

सप्तचत्वारिंशदित्यर्थः। हे कल्याणिनि! त्वं यदि इह अस्मिन् गणिते बीजगणिते कलग्राऽसि निपुणाऽसि तर्हि पृथक् मौक्तं माणिक्यादीनां प्रत्येकगत मूल्यं ब्रूहि कथय।

"अत्र समधनं यावत्तावत् १। यद्यष्टानां माणिक्यानामिदं मौल्यं तदेकस्य किमिति, एवं त्रैराशिकेन सर्वत्र मौल्यानि या $\frac{१}{८}$। या $\frac{१}{१०}$। या $\frac{१}{१००}$। एषां योगः या $\frac{४७}{२००}$। सप्तचत्वारिंशता सम इति सम शोधनार्थं न्यासः या $\frac{४७}{२००}$ रू ०

या ० रू ४७

एतो पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे समीकरणेनानेन—

(या $\frac{४७}{२००}$ = रू ४७। ∴ या = २००) लब्धं यावत्तावन्मानं २००। अनेनोत्थापितानि जातानि रत्नमौल्यानि २५।२०।२। समधनं २००। एवं कर्णभूषणे रत्नमौल्यं ६००।

अत्र समच्छेदीकृत्य शोधनार्थं आद्यपक्षेण परपक्षे क्रियमाणे छेदांश-विपर्य्यासे कृते परस्य छेदो गुणोऽंशो हरश्चेति तुल्यत्वात्तयोर्नाशो (या $\frac{४७}{२००}$ = रू ४७। ४७ × $\frac{२००}{४७}$ = २००।) भविष्यतीति छेदगमः क्रियते।"

उदाहरणम्

पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्बमगमत्
त्र्यंशः शिलीन्ध्रं तयो-
र्विश्लेष स्त्रिगुणो मृगाक्षि ! कुटजं
दोलायमानोऽपरः ।

कान्ते ! केतक मालती परिमल-
प्राप्तैककालप्रिया-
दूताहूत इतस्ततो भ्रमति खे
भृंगोऽलिसंख्यां वद ॥

अन्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह पञ्चांश इति। अलीनां भ्रमराणां कुलात् समूहात् पञ्चांशः पञ्चभागैकभाग इत्यर्थः। कदम्बं कदम्ब पुष्पं प्रति अगमत् गतवान्। त्र्यंशः तस्मादलिकुलादेव पुनः त्रिभागैकभागः शिलीन्ध्रं कदलीपुष्पं शिलीन्ध्र नामक वृक्षविशेषस्य पुष्पं वा (शिलीन्ध्र शब्दस्य क्लीवलिङ्गे कदलीपुष्पवाचित्वं पुंलिङ्गे वृक्षविशेषवाचित्वमिति मेदिनीकोषः) अगमत्। तयोः पञ्चांश-त्र्यंशयोः विश्लेषो वियोगः त्रिगुणः त्रिभिर्गुणितः, त्रिगुणितं अन्तरफलं पञ्चांशद्वयमित्यर्थः, कुटजं कुटजपुष्पं अगमत्। केतकमालती

परिमल-प्राप्तैककालप्रिया-दूताहूतः केतक्याः पुष्पं केतकं, मालतीपुष्पं प्रसिद्धं, तयोः परिमलौ गन्धौ, प्राप्तः एककालो याभ्यां तौ प्राप्तैककालौ, प्रिययोः दूतौ प्रियादूतौ, प्राप्तैककालौ च प्रियादूतौ च तौ केतक मालती परिमलौ, प्राप्तैककाल-प्रियादूतौ इवेति, ताभ्यां आहूतः अतएव दोलायमानः कुत्र गन्तव्यमिति निश्चेतुमसमर्थः, यथा कश्चिन्नायको युगपन्नायिका-द्वयाहूतः सन् दोलायमानो भवति तथाभूतः अपरः भृङ्गः खे आकाशे इतस्ततः भ्रमति। हे मृगाक्षि! कान्ते! अलिसंख्यां वद।

"अत्रालिकुलप्रमाणं यावत्तावत् १। कदम्बं प्रति गतम् या $\frac{१}{५}$ शिलीन्ध्रं या $\frac{२}{५}$, कुटजं प्रतिगतम् या $\frac{२}{५}$, अतः कदम्बादि गतालिप्रमाणं यावत्तावत् $\frac{१४}{१५}$। एतद्दृष्टेन भ्रमरेण युतमलिप्रमाणमिति—

न्यासः या $\frac{१४}{१५}$ रू १

या १ रू ०

एतौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे पूर्ववल्लब्धं यावत्तावन्मानं १५। एतदलिप्रमाणम्।

अथान्योक्तमप्युदाहरणं क्रियालाघवार्थं प्रदर्श्यते ।

पञ्चक-शत-दत्तधनात्

फलस्य वर्गं विशोध्य परिशिष्टम् ।

दत्तं दशकशतेन

तुल्यः कालः फलञ्च तयोः ॥

अत्रान्योक्तमप्युदाहरणं क्रियालाघवार्थमार्य्ययाह पञ्चकेति। प्रतिमासं पञ्च वृद्धिर्यस्येति पञ्चकं एवम्बिधेन शतेन शतस्य प्रतिमासं पंञ्च कलान्तर (Interest) मिति प्रमाणेन दत्तधनात् अधमर्नाय दत्तवित्तात् फलस्य प्राप्त-कलान्तरस्य वर्गं विशोध्य ऊनीकृत्य, परिशिष्टं शेषमितं धनं दशकशतेन प्रतिमासं शतस्य दश वृद्धिरिति प्रमाणेन दत्तं, तयोः प्रथम-द्वितीयधनयोः कालः तुल्यः फलं कलान्तरं च तुल्यमिति ते धने वद ।

"अत्र काले यावत्तावत् कल्पिते क्रिया न निर्वहति इत्यतः कल्पिताः पञ्चमासाः मूलधनं यावत्तावत् १। अस्मात् पञ्च-राशिकेन न्यासः

१	५
१००	
	या १
५	०

लब्धं फलं या $\frac{१}{४}$। अस्य वर्गः याव $\frac{१}{१६}$। मूलधनात् समच्छेदेन शोधिते जातं द्वितीय मूलधनं याव $\frac{\dot{१}}{१६}$ या १६।

अत्रापि मासपञ्चकेन पञ्चराशिके	१	५
कृते न्यासः	१००	याव $\frac{\dot{१}}{१६}$ या १६
	१०	०

लब्धं फलं याव $\frac{\dot{१} \text{ या } १६}{३२}$। एतत् पूर्व्वफलस्य या $\frac{१}{४}$ अस्य सममिति पक्षौ यावत्तावतापवर्त्त्य समशोधनाय पक्षयोर्न्यासः—

$$\frac{\text{या } \dot{१} \quad \text{रू } १६}{३२}$$

$$\text{या } ० \quad \text{रू } \frac{१}{४}$$

समच्छेदीकृते $\frac{\text{या } \dot{४} \quad \text{रू } ६४}{१२८}$

या ० $\frac{\text{रू } ३२}{१२८}$

छेदगमे कृते च या $\dot{४}$ रू ६४

या ० रू ३२

(या ४ = ३२। या = ८)

लब्धं यावत्तावन्मानं ८ एतन्मूलधनम्।

अथवा प्रथमप्रमाणफलेन द्वितीयप्रमाणफले विभक्ते

यल्लभ्यते तद्गुणगुणितेन द्वितीय-मूलधनेन तुल्यमेव प्रथम-मूलधनं स्यात्, कथमन्यथा समे काले समं फलं स्यात्? अतो द्वितीयस्यायं गुणः २। एकगुणं द्वितीय मूलधनं एकोन-गुणगुणितं सत् फलवर्गं वर्त्तते, अत एकोनगुणेन इष्टकल्पिते कलान्तरस्य वर्गे भक्ते द्वितीयमूलधनं स्यात्। तत् फल-वर्गयुतं प्रथम मूलधनं स्यात्। अतः कल्पित-फलवर्गः ४। स एकोन-गुणेन १ भक्तो जातं द्वितीय धनं ४। एतत् फल-वर्ग ४ युतं प्रथम मूलधनं ८। फलं २। यदि शतस्य पञ्च-कलान्तरं, तदाष्टानां किमिति लब्धमेकमासेऽष्टानां फलं $\frac{२}{५}$। यद्यनेनैको मासस्तदा द्विकेन २ किमिति लब्धा मासाः ५।

अत्रोपपत्तिः

प्रथमधनं = प्र। द्वितीय धनं = द्वि।

प्रथम प्रमाणेन द्वितीय प्रमाणे भक्ते फलं = गु।

तुल्ये काले तुल्ये फले च प्र = द्वि॰ गु। $प्र - फ^{२} = द्वि$।

अतः $प्र - द्वि = फ^{२}$।

$\therefore फ^{२} = द्वि॰ गु - द्वि = द्वि॰ गु - द्वि॰ १ = द्वि (गु - १)$

अतः $द्वि = \frac{फ^{२}}{गु - १}$।

अत उक्तं एकोन गुणेनेत्यादि।

उदाहरणम्

एकक्रशतदत्तधनात्
फलस्य वर्गं विशोध्य परिशिष्टम् ।
पञ्चकशतेन दत्तं
तुल्यः कालः फलञ्च तयोः ॥

अथवा प्रमाणफलेनेत्यादि पूर्व्वकथितनियमस्यैवात्रदुदाहरणमार्य्ययाह एकक्रशतेति। एककशतदत्तधनात् शतस्य प्रतिमासमेकवृद्धिरिति प्रमाणेनाधमर्णायार्पितधनात् फलस्य वर्गं प्राप्तकलान्तरस्य वर्गकृतिं विशोध्य परिशिष्टं शेषं धनं पञ्चकशतेन दत्तं प्रतिमासं शतस्य पञ्च वृद्धिरिति प्रमाणेन दत्तं, तयोः धनयोः तुल्यः कालः, फलं कालान्तरं च तुल्यं समानं, ततोऽधुना ते प्रथम द्वितीय धने कथयेति शेषः ।

"अत्र गुणकः ५ । एकोनगुणेन ४ इष्टफलस्यास्य वर्गे १६ भक्ते जातं द्वितीय धनं ४ । इदं फलवर्गयुतं जातं प्रथमधनं २० । अतोऽनुपातद्वयेन कालः २० ।

एवं स्वबुद्धयैवेदं सिद्ध्यति किं यावत्तावत्कल्पनया ? अथवा बुद्धिरेव बीजम् ।

तथा च गोले मयोक्तम्

नैव वर्णात्मकं बीजं न बीजानि पृथक्, पृथक् ।
एकमेव मतिर्बीजं मनल्पा कल्पना यतः ॥

उदाहरणम्

माणिक्याष्टक मिन्द्रनील दशकं
मुक्ताफलानां शतं
सद् वज्राणि च पञ्च रत्नवणिजां
येषां चतुर्णां धनम्
संग-स्नेह-वशेन ते निजधनाद्
दत्त्वैकमेकं मिथो-
जातास्तुल्यधनाः पृथग् वद सखे !
तद्रत्नमौल्यानि मे ॥

अथानन्तरमुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह माणिक्याष्टकमिति। येषां चतुर्णां रत्नवणिजां रत्न-व्यवसायिनां क्रमेण माणिक्याष्टकं, इन्द्रनीलदशकं, मुक्ताफलानां शतं, सद्वज्राणि निर्म्मल हीरकाणि च पञ्चेति धनं आसीत् ते वणिजः सङ्गस्नेहवशात् समागमप्रीतिहेतो, मिथः परस्परं निजधनात् स्वीयधनात् एकैकं रत्नं दत्वा परस्परः परस्पराय समर्प्येत्यर्थः समधनाः तुल्यवित्ताः जाताः। हे सखे! तेषां पूर्व्वकथित वणिग्गृहस्थितानां रत्नानां मूल्यानि मे पृथग् वद कथयेति शेषः।

"अत्र यावत्तावदादयो वर्णाः अव्यक्तानां मानानि कल्प्यन्ते इत्युपलक्षणं, अतो वस्तुनामाङ्कितानि चिह्नानि कृत्वा समीकरणमपि कार्य्यं मतिमद्भिः। तद् यथा अन्योन्य मेकैकं रत्नं दत्वा समधना जाता स्तेषां मानानि।

मा ५	नी १	मु १	व १
मा १	नी ७	मु १	व १
मा १	नी १	मु ९७	व १
मा १	नी १	मु १	व २

समानां समक्षेपे समशुद्धौ समतैव स्यादिति एकैकं माणिक्यादिरत्नं पृथक् पृथग्भ्यो विशोध्य शेषानि समान्येवं जातानि मा ४। नी ६। मु ९६। व १। यदेकस्य वज्रस्य मौल्यन्तदेव माणिक्यचतुष्टयस्य, तदेव नीलषट्कस्य तदेव मुक्ताफलानां षण्णवतेश्च। अतः इष्टं समधनं प्रकल्प्य, पृथग्भिः शेषैर्विभज्य, मौल्यानि लभ्यन्ते। तथा कल्पितेष्टेन ९६। जातानि मौल्यानि* माणिक्यादीनां २४।१६।१।९६।"

उदाहरणम्

पंचकशतेन दत्तं मूलं सकलान्तरं गते वर्षे।
द्विगुणं षोडशहीनं लब्धं मूलं सपाचक्ष्व॥

अथान्यदुदाहरणमार्य्ययाह पञ्चकशतेनेति। भो गणक!

---

* लघुतमापवर्त्य-राशिर्यदीष्टः कल्प्यते, तर्हि मानान्यभिन्नानि जायंते।

गणनाकुशल ! पञ्चकशतेन मासि शतस्य पञ्चकलान्तरं लभ्यमिति प्रमाणेन दत्तं यन्मूलं, मूलधनं तद् वर्षे गते सति सकलान्तरं कलान्तरसहितं द्विगुणं षोड़शहीनं जातं। अत्र मूलं मूलधनं कियन्मितमिति समाचक्ष्व वद।

"अत्र मूलधनं यावत्तावत् १। अतः पञ्चराशिकेन

१	१२
१००	या १
५	०

कलान्तरं या ३/५। एतन्मूलयुतं जातं या ८/५। द्विगुण मूलधनस्य षोड़शोनस्य या २ रू १६̇। समिति करणेन

या २ रू १६̇
या ८/५ रू ०

समच्छेदीकृत्य छेदगमे समक्रियया लब्धं मूलधनं ४०। ततोऽनुपातेन लब्धं कलान्तरं २४।"

उदाहरणम्

यत् पंचक द्विक चतुष्क शतेन दत्तं
खण्डैस्त्रिभि र्नवतियुक् त्रिशती धनं तत्।
मासेषु सप्त दश पञ्चसु तुल्यमाप्तं
खण्डत्रयेऽपि हि फलं वद खण्डसंख्याम्॥

अथोदाहरणान्तरे खण्डसंख्यानयनं वसन्ततिलकेन प्रदर्शयति यत् पञ्चकेति। नवतियुक् त्रिशती यद् धनं नवत्यधिकं शतत्रयधनमित्यर्थः। तत् त्रिभिः खण्डैः क्रमेण पञ्चक द्विक-चतुष्क-शतेन प्रमाणेन दत्तं क्रमेण सप्त, दश, पञ्चसु मासेषु गतेषु खण्डत्रयेऽपि तुल्यं फलं सकलान्तर मूलं आप्तं लब्धं; भो गणक! गणितनिपुण ! खण्डसंख्यां वद।

"अत्र सफलस्य खण्डस्य समधनस्य प्रमाणं या १। यद्येकेन मासेन शतस्य पञ्च फलं, तदा मासससकेन किमिति लब्धं शतस्य फलं ३५। एतच्छते प्रक्षिप्य जातं १३५। यद्यस्य फलस्य शतं मूलं तदा यावत्तावन्मितस्य सफलस्य मूलस्य किमिति लब्धं प्रथम खण्डप्रमाणं या $\frac{२०}{२७}$। पुनर्यदि मासेन द्वौ फलं शतस्य, तदा दशभिर्मासैः किमित्याद्युक्तप्रकारेण द्वितीयखण्डं या $\frac{५}{६}$। एवं तृतीयं या $\frac{५}{६}$। एषामैक्यं या $\frac{६५}{२७}$।

सर्वधनस्यास्य ३९० सममिति न्यासः—

या $\frac{६५}{२७}$ रू ०

या ०   रू ३९०

समच्छेदीकृत्य छेदगमे समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं १६२। तेनोत्थापितानि खण्डानि १२०।१३५।१३५। सकलान्तरं सममेतत् १६२।"

उदाहरणम्

पुरप्रवेशे दशदो द्विसंगुणं
विधाय शेषं दशभुक च निर्गमे ।
ददौ दशैवं नगरत्रयेऽभवत्
त्रिनिघ्नमाद्यं वद तत् कियद्धनम् ॥

अथान्यदुदाहरणं वंशस्थविलेनाह पुरप्रवेश इति । पुरप्रवेशे नगरप्रवेशकाले शुल्क प्रदानार्थं दशदः दशमुद्राप्रदानकारी वणिक् शेषं अवशिष्टं धनमवलम्ब्य पुरमध्ये वाणिज्येन द्विसंगुणं द्विगुणं विधाय कृत्वा तत्र नगरमध्ये दशभुक् पुनः निर्गमे च पुनः शुल्कार्थं दश ददौ । नगरत्रये एवं अनेन प्रकारेण आद्यं धनं त्रिनिघ्नं त्रिगुणपरिमितं अभवत्, तत् आद्यं धनं कियत् कियत्-परिमितं इति त्वं कथयेति शेषः ।

"अत्र धनं या १ । अस्यालापवत् सर्व्वं कृत्वा पुरत्रयनिवृत्तौ जातं धनं या ८ रू २८० । एतदाद्यस्य त्रिगुणितस्य या ३ । समं कृत्वाप्तं यावत्तावन्मानं ५६"

क्रियाप्रदर्श्यते

आद्यधनं	या	१
	प्रथम पुरे	
प्रवेशे	या	१ – १०
मध्ये	या	२ – २०
भोजने	या	२ – ३०
निर्गमे	या	२ – ४०

	द्वितीय पुरे	
प्रवेशे	या	२ – ५०
मध्ये	या	४ – १००
भोजने	या	४ – ११०
निर्गमे	या	४ – १२०

तृतीयपुरे

प्रवेशे   या ४ − १३०

मध्ये   या ८ − २६०

भोजने   या ८ − २७०

निर्गमे   या ८ − २८०

∴ या ८—२८० = या ३ । ∴ या ५ = २८० । या = ५६ ।

उदाहरणम्

सार्द्धं तण्डुलमानकत्रय महो·

द्रम्मेण मानाष्टकं

मुद्गानां च यदि त्रयोदशमिता-

एता वणिक् काकिणीः ।

आदायार्पय तण्डुलांशयुगलं

मुद्गैकभागान्वितं

क्षिप्रं क्षिप्रभुजो व्रजेमहि यतः

सार्थोऽग्रतो यास्यति ॥

अथानन्तरुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेन प्रदर्शयति सार्द्धमिति । भो वणिक्! व्यवसायिन्! यदि सार्द्धं अर्द्धसहितं तण्डुल·

मानकत्रयं, तथा मुद्गानां च मानाष्टकं द्रम्मेण लभ्यते, तदा एताः त्रयोदशमिताः काकिणी आदाय, मुद्गैक-भागान्वितं तण्डुलांशयुगलं यथा भवति तथा क्षिप्रं शीघ्रं अपयं मह्यं देहि। वयं क्षिप्रभुजः शीघ्रं भुक्त्वा व्रजेमहि गच्छामः। यतः सार्थः सङ्गी अग्रतः यास्यति गमिष्यति, विलम्बे चेत् दलभ्रष्टः स्यामितिभावः।

'तत्र तण्डुलमानं या २। मुद्गमानं या १। यदि सार्द्धमान-त्रयेणैको द्रम्मो लभ्यते तदानेन या २ किमिति, लब्धं तण्डुल मौल्यं या $\frac{४}{७}$। यदि मानाष्टकेनैको द्रम्म स्तदानेन या १ किमिति लब्धं मुद्गमौल्यं या $\frac{१}{८}$। अनयोर्योगः या $\frac{३९}{५६}$। त्रयोदश काकिणी समा इति द्रम्मजात्या $\frac{१३}{६४}$। साम्यकरणा-ल्लब्धं यावत्तावन्मानं $\frac{७}{२४}$। अनेनोत्थापिते तण्डुलमुद्गमूल्ये $\frac{१}{६}$, $\frac{७}{१९२}$। तण्डुल मुद्गमानभागाश्च $\frac{७}{१२}$, $\frac{७}{२४}$।

उदाहरणम्

स्वार्द्ध पञ्चांशनवमैर्युक्ताः के स्युः समास्त्रयः।
अन्यांशद्वय-हीनाश्च षष्टिशेषाश्च तान् वद॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह स्वार्द्धपञ्चांशेति। के त्रयः राशयः क्रमेण स्वार्द्ध-पञ्चांश-नवमैः युक्ताः, आद्यः स्वकीयार्द्धेन युक्तः, द्वितीयः स्वपञ्चांशेन, तयोयश्च स्वनवमांशेन युक्तः, सर्व्वे एव समाः समानाः स्युः। अथवा ते राशयः अन्यांशद्वयहीनाः सन्तः षष्टिशेषाः स्युः एकतमो राशिरन्ययोरंशद्वयेन रहितः सन् षष्टिमिता भवेदित्यर्थः एवम्विधान् तान् त्रीन् राशीन् वद।

"अत्र समराशिमानं या १। अतो विलोम-विधिना अथ स्वांशाधिकोन इत्यादिना राशयः या $\frac{२}{३}$, या $\frac{५}{६}$, या $\frac{९}{१०}$।

एते अन्यभागद्वयेनोनाः सर्व्वेऽप्येवं शेषाः स्युः या $\frac{२}{५}$। एतत् षष्टिसमं कृत्वाप्त-यावत्तावन्मानेन १५० उत्थापिताः जाता-राशयः १००।१२५।१३५।"

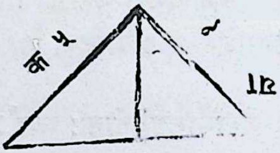
उदाहरणम्

त्रयोदश तथा पंच करण्यो भुजयोर्मिती।
भूरज्ञाता च चत्वारः फलं भूमिं वदाशु मे॥

अथ त्रिभुजविषयक समीकरणोदाहरणमनुष्टुभाह त्रयोदशेति। यत्र त्रिभुजे त्रिभुजक्षेत्रे भुजयोः मिती परिमाणे त्रयोदश तथा पञ्चकरण्यः। एकस्य मानं त्रयोदश-करण्यः

अन्यस्य पञ्चकरण्य इति यावत्। भूः अज्ञाता। फलं त्रिभुजस्य क्षेत्रफलं चत्वारः। तत्र भूमिं मे मह्यं आशु वद।

"अत्र त्र्यस्रे भूमिर्यावत्तावत् कल्पने क्रिया प्रसरतीति स्वेच्छया क १३ त्रयोदश मितो भुजएव भूमिः कल्प्यते, फल विशेषाभावात्। अतोऽत्र कल्पितं त्र्यस्रं। अत्र लम्बगुणं भूम्यर्द्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवतीति
व्यत्ययेन फलाल्लम्बो जातः
क $\frac{६४}{१३}$। एतद्वर्गं रू $\frac{६४}{१३}$।
भुज करणी ५ वर्गात् रू ५



क १३

अपास्य रू $\frac{१}{१३}$। मूलं जाताबाधा क $\frac{१}{१३}$। इमां भूमिरपास्य योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्येति जातान्याबाधा क $\frac{१४४}{१३}$।
अस्या वर्गात् रू $\frac{१४४}{१३}$ लम्बवर्ग रू $\frac{६४}{१३}$ युताद् रू $\frac{२०८}{१३}$
(रू $\frac{२०८}{१३}$ = १६) मूलं जातो भुजः ४ इयमेव भूमिः।*

अव्यक्त भूमिमानेन क्रियाप्रदर्शनम्

भूमिर्मानं यावत्तावत् कल्पने मध्यमाहरण बीजेन भूमानं साध्यते, तद् यथा भू=या १। भुजयो वर्गान्तरं आबाधा·

* अन्तर्लम्बक्रिययेदं भूमिमानं बहिर्लम्बक्रियया तु भूमिमानं विंशतिकरणीतुल्यमायाति।

वर्गान्तरसममिति लीलावत्यां त्रिभुजे भुजयोयोग इत्यादिना आबाधा साधनोपपत्तौ मया प्रतिपादितं। अतः आबाधा-वर्गान्तरं $क^{२} १३ - क^{२} ५ = १३ - ५ = ८$। वर्गान्तरं योगान्तर-घातसममत्र आबाधा योगो हि भूमिः।

अत आबाधान्तरं $= \frac{८}{या १}$। अतो लघ्वाबाधा

$= \frac{या^{२} - ८}{या २}$। आबाधा-भुजयोर्वर्गान्तर-तुल्यो लम्बवर्ग-

इति लम्बवर्गः $= क^{२} ५ - \left(\frac{या^{२} - ८}{या २}\right)^{२}$

$$५ = - \frac{(या^{४} - या^{२} १६ + ६४)}{या^{२} ४} = \frac{या^{२} २० + या^{२} १६ - या^{४} - ६४}{या^{२} ४}$$

$$= \frac{या^{२} ३६ - या^{४} - ६४}{या^{२} ४}।$$

$\frac{लम्बः \times भूमिः}{२} = फलं$। अतः $\frac{ल^{२} \cdot या^{२}}{४} = फ^{२}$।

इदमुद्दिष्टफलवर्ग सममिति न्यासः

$$\frac{(या^{२} ३६ - या^{४} - ६४) या^{२}}{या^{२} १६} = १६$$ समच्छेदीकृत्य छेदगमे

पक्षयोर्यावत्तावद्वर्गयोर्नाशे च,

$या^{२} ३६ - या^{४} - ६४ = २५६$

$= या^{२} ३६ - या^{४} = ३२०$ । ऋणरूपेणैकेन गुणने अष्टादशवर्गं योजने च—

$या^{४} - या^{२} ३६ + ३२४ = ४$ मूले गृहीते—

$या^{२} - १८ = २$ । अव्यक्त-मूलर्णग-रूपतोऽल्पमित्यादिना द्विविधमव्यक्तमानं स्यादिति—

$या^{२} = २०$ अथवा १६ । अतः या = रू ४ अथवा करणी २० । एवमत्र क्रियागौरवं हित्वाचार्य्येण लाघवार्थं स्वेच्छया भूमिः कल्पिता ।

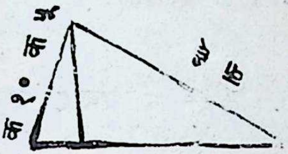
उदाहरणम्

दश-पंच-करण्यन्तर मेको बाहुः परश्च षट्करणी ।
भूरष्टादशकरणी रूपोना लम्बमानमाचक्ष्व ॥

त्रिभुजे लम्बज्ञानरूपमन्यदुदाहरणमार्य्ययाह दश-पञ्च-करण्यन्तरमिति । यत्र त्रिभुजे दश-पञ्च-करण्यन्तरं दशकरणी-पञ्चकरण्यो रन्तरेण तुल्यं एको बाहुः, परो बाहुश्च षट्

करणी, भूः रूपोना अष्टादश करणी तत्र लम्बमानं आचक्ष्व वद ।

न्यासः



"अत्राबाधा स्थाने लम्बस्थानमिति । लघ्वाबाधा या १ । एतदूना भूरन्याबाधा या १ क १८ रू १ । स्वाबाधा वर्गं स्वभुज वर्गादपास्य लम्बवर्गः ।

(तत्र करणीवर्गं नियमतः भुजस्य क १० क ५ वर्गः रू १५ क २०० । लघ्वाबाधा वर्गः याव १ । अन्तरे लम्बवर्गः) याव १ रू १५ क २०० । द्वितीयाबाधा वर्ग याव १ याक ७२ या २ रू १९ क ७२ । स्वभुजवर्गाद् रू ६ । अपास्य जातो द्वितीयो लम्बवर्गः याव १ या २ याक ७२ रू १३ क ७२ ।एतौ समाविति समशोधने प्रथमपक्षस्य करण्योर्योगे च कृते जातौ पक्षौ

रू २८   क ५१२
या २   याक ७२

अत्र यद्यस्याव्यक्त शेषस्य या २ याक ७२ मितस्य रू २ क ५१२ एतन्मितं व्यक्तमानं लभ्यते, तदा यावत्तावतः किमिति भाज्यभाजकयो र्यावत्तावतोर्नाशः स्यादिति भाजकस्याव्यक्तशेषस्य याकारस्य प्रयोजनाभावादपगमे कृते भाज्यभाजकौ जातौ भाज्यः रू २८ क ५१२   भाजकः रू २ क ७२ ।

अत्र धनर्णता व्यत्ययमीप्सितायाश्छेदे करण्या असकृद् विधायेति द्विसङ्गमित् करण्या धनत्वं प्रकल्प्य क ४ क ७२ अनया भाज्ये गुणिते जातं क २६८६४ क २१२६ क ५६४४८ क २०४८। एतास्वेतयोः क २६८६४ क २१२६ मूले १८२। ५६। अनयोर्योगः १३६।

शेषकरण्योरनयोः क ५६४४८। क २०४८ अन्तरं योग-इति जातो योगः क ३६९९८।

भाजके च क ४६२४। अनया भाज्ये हृते लब्धं यावत्तावन्मानं रू २ क ८। इयमेव लघ्वाबाधा। एतदूना भू रू क १८ रन्याबाधा रू १ क २। यावत्तावन्मानेन लम्बवर्गावुत्थाप्य स्वाबाधा वर्गं स्वभुजवर्गादपास्य वा जातो लम्बवर्गः रू ३ क ८ एतस्य करणीतुल्यरूपाणि विशोधयेद्रूपकृतेः पदेनेत्यादिना मूलं सममेव क २ क १ अत्र ऋणात्मिकेका सुधिया वगमेऽत्यल्पायाः करण्या ऋणत्वकल्पने एकमितायाः करण्या मूले च। लम्बमानं रू १ क २।"

उदाहरणम्

असमान समच्छेदान् राशींस्तांश्चतुरो वद।
यदैक्यं यद्‌घनैक्यं वा येषां वर्गैक्यसम्मितम्॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह असमानिति। यदैक्यं येषामेकता, यद् घनैक्यं येषां घनानाञ्चैक्यं वा, येषां राशीनां वर्गैक्यसम्मितं वर्गाणां योगतुल्यं स्यात् एवम्विधान् तान् असमानान् अपि समच्छेदान् चतुरो राशीन् वद।

"अत्र राशयः या १। या २। या ३। या ४। एषां योगः या १०। वर्गयोगेनानेन याव ३० सम इति पक्षौ यावत्तावतापवर्त्य न्यासः या ३० रू ०
या ० रू १०

समशोधनादिना प्राग्वलब्ध-यावत्तावन्मानेनोत्थापिता राशयः
१/३, २/३, ३/३, ४/३।

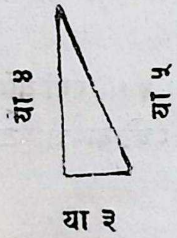
अथ द्वितीयोदाहरणे राशयः या १। या २। या ३। या ४। एषां घनैक्यं याघ १००। एतद्वर्गैक्यमानेन याव ३०। सममिति पक्षौ यावत्तावद् वर्गेणापवर्त्य प्राग्वल्लब्ध-यावत्तावन्मानेनोत्थापिता जाताः राशयः ३/१०, ६/१०, ९/१०, १२/१०।

उदाहरणम्

त्र्यस्रक्षेत्रस्य यस्य स्यात् फलं कर्णेन सम्मितम्।
दोःकोटिश्रुतिघातेन समं यस्य च तद्वद॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह त्र्यस्रक्षेत्रस्येति। यस्य त्र्यस्र-

क्षेत्रस्य फलं क्षेत्रफलं कर्णेन सम्मितं कर्णसमं, अथवा यस्य च फलं दोः-कोटि श्रुति घातेन समं तत् क्षेत्रं वद।



“अत्रेष्टक्षेत्रभुजकोटि कर्णानां यावत्तावद् गुणितानां क्रमेण न्यासः। या ३ या ४ या ५। अत्र च भुज-कोटिघातार्द्धं फलं याव ६। एतत् कर्णेनानेन या ५। सममिति पक्षौ यावत्तावतापवर्त्य प्राग्वल्लब्धेन यावत्तावन्माने $\frac{५}{६}$ नोत्थापिता जाता भुजकोटिकर्णाः, $\frac{५}{२}$, $\frac{१०}{३}$, $\frac{२५}{६}$। एवमिष्टवशादन्येऽपि।

अथ द्वितीयोदाहरणे कल्पितं तदेव त्र्यस्रं क्षेत्रं। अस्य फलं याव ६। एतद्दोः कोटि-कर्णघातेनानेन याघ ६०। सममिति पक्षौ यावद्वर्गेणापवर्त्य समीकरणलब्धेन यावत्तावन्मानेन $\frac{१}{१०}$ गुणिता जाता दोः कोटिकर्णाः $\frac{३}{१०}$, $\frac{२}{५}$, $\frac{१}{२}$। एवमिष्टवशादन्येऽपि।”

उदाहरणम्

युतौ वर्गोऽन्तरे वर्गो ययोर्घाते घनो भवेत्।
तौ राशी शीघ्रमाचक्ष्व दक्षोऽसि गणिते यदि॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह युताविति । भो गणक ! यदि त्वं गणिते दक्षोऽसि तर्हि, ययोः राश्योः युतौ योगे वर्गः स्यात्, अन्तरे च वर्गः स्यात्, घाते च घनो भवेत्, तौ राशी शीघ्रं आचक्ष्व वद ।

"अत्र राशी याव ५ याव ४ । योगेऽन्तरे च यथा वर्गः स्यात्तथा कल्पितौ । अत्रानयोर्घातः यावव २० । एष घन इति इष्ट यावत्तावद्घनकस्य घनेन समीकरणे कृते यावत्तावद्घनेनापवर्त्य प्राग्वल्लब्धेन यावत्तावन्मानेनो ५० त्थापितौ राशी १०००० १२५०० ।"

उदाहरणम्

घनैक्यं जायते वर्गो वर्गैक्यं च ययोर्घनः ।
तौ चेद् वेत्सि तदाहं त्वां मन्ये बीजविदाम्वरम् ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति घनैक्यमिति । भो गणक ! ययोः राश्योः घनैक्यं वर्गः कृतिः स्यात्, वर्गैक्यं च घनः घनराशिः जायते, तौ तादृशौ राशी, चेद् यदि त्वं वेत्सि जानासि तदा त्वां बीजविदां बीजज्ञानां बीजक्रिया-कुशलानां पण्डितानामित्यर्थः । मध्ये वरं श्रेष्ठं मन्ये सम्भावयामि ।

"अत्र कल्पितौ राशी याव १ । याव २ । अनयोर्घनयोगः याव घ ८ । एष स्वयमेव वर्गो जातः । अस्य मूलं याघ ३ । ननु यावत्तावद् वर्गघनोऽयं राशि र्न घनवर्गः कथमस्य घना-

त्मकं मूलमिति चेदुच्यते, यावानेव घनवर्गः स्तावानेव वर्गघनः स्यादित्यत एव द्विगत-चतुर्गत-षड्गताष्टगताः वर्गाः स्युः; एषां एकाद्वित्रिचतुर्गतानि मूलानि यथाक्रमं स्युः। एवं त्रिषस्य वर्गता घनाः एकद्वित्रिगतानि तेषां मूलानि। एवं सर्व्वत्र ज्ञातव्यम्।

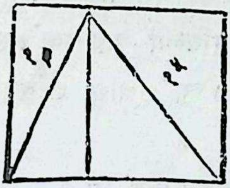
अथ राश्योर्वर्गयोगः यावव ५। अयं घन इति। इष्ट-यावत्तावत् पञ्चघन समं कृत्वा पक्षौ यावत्तावद् घनेनापवर्त्त्य प्रागवज्जातौ राशी ६२५। १२५०। एवमव्यक्तापवर्त्तनं यथा सम्भवति तथा चिन्त्यम्।"

उदाहरणम्

यत्र त्र्यस्रक्षेत्रे धात्री मनुसम्मिता सखे बाहू।
एकः पंचदशान्य स्त्रयोदश वदावलम्बकं तत्र ॥

उदाहरणान्तरं गीतिछन्दसाह यत्र त्र्यस्रेति। हे सखे! यत्र त्र्यस्रक्षेत्रे त्रिभुजे धात्री भूमिः मनुसम्मिता चतुर्द्दश-मिता बाहू भुजद्वयं एकः पञ्चदश अन्यः त्रयोदश तादृशे तत्र त्र्यस्रे अवलम्बकं लम्बमानं वद कथयेतिशेषः।

"अबाधा ज्ञाने सति लम्बज्ञानमिति लम्बाबाधा याव-त्तावन्मिता कल्पिता या १। एतदूना चतुर्द्दशान्याबाधा या १ रू १४।



स्वाबाधा वर्गोनौ स्वभुजवर्गौ तौ लम्बवर्गौ समाविति समशोधनार्थं न्यासः—

याव १̇ या ० रू १९६
याव १̇ या २८ रू २९

या १ या १̇ रू १४

अनयोः सम-वर्ग-गमे लब्धं यावत्तावन्मानं ५। अनेनोत्थापिते जाते आबाधे ५। ९। लम्बवर्गयोस्तोत्थापितयोरुभयतः सम एव लम्बः १२। अत्रोत्थापनं वर्गस्य वर्गेण, घनस्य घनेनैवेति सुधिया ज्ञातव्यम्।"

उदाहरणम्

यदि समभुवि वेणुर्द्वित्रिपाणि प्रमाणो-
गणक ! पवनवेगादेकदेशे स भग्नः ।
भुवि नृपमितहस्तेष्वंगलग्नं तदग्र
कथय कतिषु मूलादेष भग्नः करेषु ॥

कर्णकोटि-योगे भुजे च ज्ञाते, समीकरणेन पृथक् कर्णकोटि-ज्ञानोदाहरणं मालिन्याह यदि समभुवीति। सम भुवि समायां भूमौ निखातः द्वित्रि-पाणि प्रमाणः द्वात्रिंशद्धस्तमितः यः वेणुः वंशः वर्त्तते, स पवनवेगाद् वायुवेगवशाद् एकदेशे

भग्नः। तेन भग्नेन तदग्रं तस्य वेणोरग्रभागः मूलात् द्वादशमित-हस्तेषु षोड़शमित-हस्तेषु भुवि पृथिव्यां अङ्गलग्नं पृथिव्यां पतितमित्यर्थः। भो गणक! एषः वेणुः मूलात् कतिषु करेषु हस्तेषु भग्न इति कथय।

"अत्र वंशाधर खण्डं कोटि स्तत्प्रमाणं या १। एतदूना द्वात्रिंशदूर्ध्व खण्डं या १̇ रू ३२ कर्णः। मूलाग्रयोरन्तरं भुजः

चेतद्दर्शनम्

रू १६। भुज-कोटिवर्गयोगः याव १ रू २५६। कर्णवर्गस्यास्य याव १ या ६४̇ रू १०२४ सम इति सम वर्गं गमि प्राग्वदाप्त यावत्तावन्मानेन १२। उत्थापितौ कोटिकर्णौ १२।२० एवं भुज कर्ण-युतावपि।"

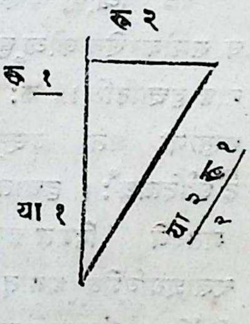
अत्र कोटिकर्णान्तरे भुजे च ज्ञाते उदाहरणम्

चक्र क्रौञ्चाकुलित सलिले क्वापि दृष्टं तडागे
तोयादूर्द्धं कमलकलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणम्।
मन्दं मन्दं चलितमनिलेनाहतं हस्तयुग्मे
तस्मिन् मग्नं गणक! कथय क्षिप्र-मंभः प्रमाणम्॥

अत्र कोटिकर्णान्तरे भुजे च ज्ञाते समीकरणेन पृथक् कोटि-कर्णसाधनोदाहरणं मन्दाक्रान्तयाह चक्रक्रौञ्चेति । चक्राः चक्रवाक-पक्षिणः क्रौञ्चाः जलबकाः तैः आकुलितं आन्दोलितं उद्वेलीकृतं सलिलं जलं यस्मिन् तथाविधे क्वापि तड़ागे कुत्रापि अनिर्दिष्ट नामधेये जलाशये तोयादूर्ध्वं जलादुपरिगतं वितस्तिप्रमाणं हस्तार्द्धमितं कमल-कलिकाग्रं दृष्टम् । तत् कमलकलिकाग्रं अनिलेन वायुना आहतं मन्दं मन्दं यथास्यात्तथा चलितं इतस्ततो गच्छत् सत्, हस्तयुग्मे हस्तद्वयान्तरे तस्मिन् जले मग्नम् निमज्जितं , एवं सति भो गणक ! अम्भः प्रमाणं जलगाम्भीर्यं क्षिप्रं शीघ्रं कथय ।

“अत्र जलप्रमाणं जलगाम्भीर्यमिति तत् प्रमाणं या १ । इयं कोटिः, सा कलिका-मान-युता जातः कर्णः $\frac{\text{या २ रू १}}{\text{२}}$ ।

हस्तद्वयं भुजः रू २ । अत्रापि दोः-कोटि-वर्गयोगं कर्णवर्ग-समं कृत्वा लब्धं जलगाम्भीर्यं $\frac{\text{१५}}{\text{४}}$ । कर्णमानं $\frac{\text{१७}}{\text{४}}$ ।”



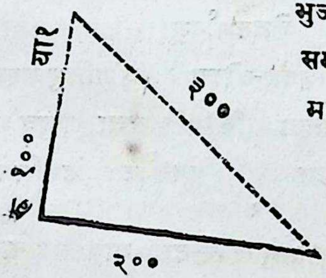
उदाहरणम्

वृक्षाद्धस्तशतोच्छ्रयाच्छतयुगे
वापीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्य्याथ परोद्रुतं श्रुतिपथात्
प्रोड्डीय किंचिद् द्रुमात्।
जातैवं समता तयोर्यदि गता-
वुड्डीयमाने कियद्-
विद्वांश्चेत् सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते
क्षिप्रं तदा चक्ष्व मे ॥

अत्र कोट्यूर्ध्वखण्ड युत-कर्णमाने कोट्यधःखण्ड भुजयोर्मानि च समीकरणेन कोट्यूर्ध्वखण्ड-मानोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह वृक्षादिति। क: अपि कपिः वानर: हस्तशतोच्छ्रयात् हस्तानां शतं उच्छ्रयो यस्य तथाविधात् शतहस्तमित-दैर्घ्यादित्यर्थः। वृक्षात् वृक्षाग्रभागाद् उत्तीर्य्य वृक्षमूलमवतीर्य्य शतयुगे द्विशत-हस्तमित-स्थानान्तरे वर्त्तमानां वापीं जलाशयविशेषं अगात्। अथ परः अन्यः कपिः द्रुमाद् वृक्षात् किंचित् अल्पमित-स्थानं प्रोड्डीय श्रुतिपथात् श्रुतिपथं कर्णपथमाश्रित्य (यवर्थे पञ्चमी) द्रुतं शीघ्रं तां वापीं

अगात्। एवं तयोः वानरयोः गतौ गमने समता जाता द्वौ वानरावेव तुल्यस्थानमतिक्रम्य वापीं गतवन्तावित्यर्थः। भो विद्वन्! गणिते चेत् तव सुपरिश्रमो अस्ति तदा, उड्डीयमानं कियदिति क्षिप्रं मे आचक्ष्व वद।

"अत्र समगतिः ३००। उड्डीयमानं या १। एतद् युतो-वृक्षोच्छ्रायः कोटिः या १ रू १००, यावत्ताऽदूना समगतिः कर्णः या १ रू ३००, तत्कराप्यन्तरं भुजः २००। अत्र क्षेत्र-दर्शनम्—



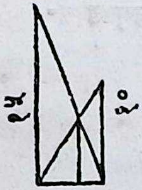
भुज कोटि-वर्गैक्यं कर्णवर्ग-समं कृत्वा लब्धमुड्डीय-मानं ५०।"

उदाहरणम्

पंचदश दशकरोच्छ्रय-
वेणवोरज्ञात मध्यभूमिकयोः।
इतरेतरमूलाग्र-
सूत्र युतेर्लम्बमान माचक्ष्व ॥

अथान्यत् क्षेत्रव्यवहार-विषयक-समीकरणोदाहरण माख्य-याह पञ्चदशेति। अज्ञात-मध्य-भूमिकयोः—भूमिरेव भूमिका, अज्ञाता मध्यभूमिका, उभयो र्मध्यदेशमित्यर्थः। ययोः एवम्विधयोः पञ्चदश दशकरोच्छ्रय-वेण्वोः एकस्य पञ्चदश-हस्तमितस्य वंशस्यान्यस्य, दशहस्तमितदैर्घ्य वंशस्य च, इतरेतर मूलाग्रग-सूत्रयुतेः लम्बमानं परस्पर-मूलाग्रगतयोः सूत्रयोः संयोग-स्थानात् पातित-लम्बस्य परिमाणं आचक्ष्व वद।

"अत्र क्रियावतरणार्थं इष्टं वेणवन्तरभूमानं कल्पितं २०। सूत्र-सम्पातात्लम्बमानं या १। क्षेत्रदर्शनम्—



२०

यदि पञ्चदश-कोट्या विंशतिर्भुजस्तदा यावत्तावन्मितया किमिति लब्धा लघुवंशाश्रिताबाधा या $\frac{४}{३}$। पुनर्यदि दशमित-कोट्या विंशतिर्भुज स्तदा यावत्तावन्मित-कोट्या किमिति लब्धा बृहद्वंशाश्रिताबाधा या २। अनयोर्योगं $\frac{१०}{३}$ विंशति समं कृत्वा लब्धो लम्बः ६। उत्थापनेनाबाधे च ८।१२।

अथवा वंशसम्बन्धेनाबाधे तद् युतिभूमिरिति। यदि वंशद्वय योगेनानेन २५ आबाधा योगो २० लभ्यते तदा वंशाभ्यां १५।१० किमिति जाते आबाधे ८।१२। अत्रानुपातात् सम-मेव लम्बः ६। किं यावत्तावत् कल्पनया।

अथवा वर्णयोर्वधो योगहतो यत्र कुत्रापि वर्णान्तरे लब्धः स्यादिति किं भूमिकल्पनयापि ।

एतद्भवि सूत्राणि प्रसार्य्य बुद्धिमतोह्यम् ।"

"इति श्रीभास्करीय वीजगणिते एकवर्ण-समीकरणं समाप्तम् ।"

अथाऽव्यक्तवर्गादि समीकरणम् ।

QUADRATIC EQUATION.

"तत्र मध्यमाहरणमिति व्यावर्णयन्त्याचार्य्याः । यतोऽत्र-वर्गराशौ एकस्य मध्यमस्याहरणमिति । तत्र सूत्रं वृत्त-त्रयम् ।"

अव्यक्त वर्गादि यदावशेषं
पक्षौ तदेष्टेन निहत्य किञ्चित् ।
क्षेप्यन्तयो र्येन पदप्रदः स्या-
दव्यक्तपक्षोऽस्य पदेन भूयः ॥१॥
व्यक्तस्य मूलस्य समक्रियैव-
मव्यक्तमानं खलु लभ्यते तत् ।

न निर्व्वहश्चेद् घनवर्गवर्गे-
ष्वेवं तदा ज्ञेय मिदं स्वबुद्ध्या ॥२॥
अव्यक्तमूलर्णगरूपतोऽल्पं
व्यक्तस्य पक्षस्य पदं यदि स्यात् ।
ऋणं धनं तच्च विधाय साध्य-
मव्यक्तमानं द्विविधं क्वचित् स्यात् ॥३॥

अथाव्यक्तवर्गादि-समीकरणमिन्द्रवज्रोपजातिद्वयेन चोप-दिशति अव्यक्तवर्गादीति। एतत् समीकरणमाचार्य्या मध्यमाहरणमिति कथयन्ति, यतोऽत्र वर्गराशावव्यक्त पक्षस्य मध्यमस्य राशे राहरणं नाशः स्यादेतदाचार्य्येणैव व्याख्यातम्।

"यत्र पक्षयोः समशोधने सत्येकस्मिन् पक्षे ऽव्यक्त वर्गादिकं स्यादन्यपक्षे रूपाण्येव। तत्र द्वावपि पक्षौ केनचिदेकेनेष्टेन तथा गुण्यौ भाज्यौ वा तथा किंचित् समं क्षेप्यं शोध्यं वा यथाव्यक्तपक्षो मूलदः स्यात्। तस्मिन् पक्षे मूलदे इतरपक्षेणापि मूलदेन भवितव्यं, यतः समौ पक्षौ। समयोः समयोगादौ समतैवेति। अत स्तत् पदयोः पुनः समीकरणेनाव्यक्तस्य मानं स्यात्। अथ यद्येवं कृते घन-वर्ग वर्गादिषु सत्सु कथञ्चिदव्यपक्ष-मूलाभावात् क्रिया न निर्व्वहति; तदा बुद्ध्या व्यक्तमानं ज्ञेयम्। यतो बुद्धिरेव पारमार्थिकं वीजम्। अथ यद्यव्यक्तपक्ष-मूले यानि ऋणरूपाणि तेभ्योऽल्पानि व्यक्त-

पक्ष-मूलरूपाणि स्यु स्तदा तानि ऋणगतानि धनगतानि च कृत्वाऽव्यक्तमितिः साध्या सा चैवं द्विधा भवति।"

अत्रोपपत्तिः

कल्प्यतां अव्यक्तराशिः = अ। अव्यक्तवर्गस्य गुणक = वगु। अव्यक्त गुणः = गु।

व्यक्तराशिः = व्य। $\text{अ}^{२}.\ \text{वगु} + \text{अ}.\ \text{गु} = \text{व्य}$। पक्षयोः वगु तुल्येन भजने $\text{अ}^{२} + \text{अ}.\ \dfrac{\text{गु}}{\text{वगु}} = \dfrac{\text{व्य}}{\text{वगु}}$। उभयत्र $\dfrac{\text{गु}}{\text{२ वगु}}$ अस्यवर्गः $\dfrac{\text{गु}^{२}}{\text{४ वगु}^{२}}$

इत्यस्य योगे द्विगुणाद्येन मूलमित्याद्दिना मूलं स्यादिति—

$$\text{अ}^{२} + \text{अ}.\ \frac{\text{गु}}{\text{व}} \quad \frac{\text{गु}^{१}}{\text{४ वगु}^{२}} = \frac{\text{व्य}}{\text{वगु}} + \frac{\text{गु}^{२}}{\text{४ वगु}^{२}}$$

$$= \text{अ}^{२} + \text{अ}\ \frac{\text{गु}}{\text{वगु}} + \left(\frac{\text{गु}}{\text{२ वगु}}\right)^{२} = \frac{\text{व्य}}{\text{वगु}} + \left(\frac{\text{गु}}{\text{२वगु}}\right)^{२}$$

अथवा $\left(\dfrac{\text{गु}}{\text{२ व}}\right)^{२} = \left\{\dfrac{\text{गु}}{\dfrac{\text{वगु}}{\text{२}}}\right\}^{२}$

$$\text{अतः } अ^2 + \frac{अ \cdot गु}{वगु} + \left\{\left(\frac{\frac{गु}{वगु}}{2}\right)\right\}^2$$

$$= \frac{व्य}{वगु} + \left\{\left(\frac{\frac{गु}{वगु}}{2}\right)\right\}^2$$

अत्र मूलग्रहणे वर्गमूल नियमतो मध्यराशे $\left(\frac{अ \cdot गु}{वगु}\right)$

इत्यस्य नाशः स्यादित्येतत् मध्यमाहरणमिति कथ्यते। तथा "अ"-इत्यस्य गुणकस्य $\frac{गु}{वगु}$ अस्यार्द्धस्य वर्गयोजने मूलं स्यादित्युदाहरणे भास्करेण बहुत्र प्रदर्शितम्।

अथ श्रीधराचार्य्यं सूत्रम्

चतुराहतवर्गसमैरूपैः पक्षद्वयं गुणयेत्।
अव्यक्त वर्गरूपैर्युक्तौ पक्षौ ततो मूलम्।

अत्राव्यक्त वर्गादि समीकरणे श्रीधराचार्य्योक्त सूत्रं भास्करः प्रदर्शयति। श्रीधराचार्य्य उपगीत्याह चतुराहतेति। चतुराहत-वर्गसमैरूपैः अव्यक्त-वर्गस्य गुणको यो रूपराशि स्तेन चतुर्भिर्गुणितेन पक्षद्वयं अव्यक्तपक्षं व्यक्तपक्षं च गुणयेत्, अव्यक्तवर्गरूपैः अव्यक्तस्य गुणको यो रूपराशि स्तस्य वर्ग-तुल्यैः रूपैश्च पक्षौ युक्तौ कार्य्यौ ततः मूलं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः

पूर्वोक्तम् $\text{अ}^{२} + \frac{\text{अ. गु}}{\text{वगु}} + \frac{\text{गु}^{२}}{\text{४ वगु}^{२}} = \frac{\text{व्य}}{\text{वगु}} + \frac{\text{गु}^{२}}{\text{४ वगु}^{२}}$

उभौ वर्गराशी एव तौ वर्गेण गुणितौ वर्गत्वं न त्यजतः।

अतः पक्षौ $\text{४ वगु}^{२}$ इत्यनेन गुणितौ जातौ-

$\text{४ वगु}^{२}\text{. अ}^{२} + \text{४ वगु. अ. गु} + \text{गु}^{२} = \text{४ वगु. व्य} + \text{गु}^{२}$

$\text{४ वगु (वगु. अ}^{२} + \text{अ. गु)} + \text{गु}^{२} = \text{४ वगु. व्य} + \text{गु}^{२}$

अत उक्तं चतुराहतेति।

स्वमूले धनर्णे इति वर्गमूलसाधन-नियमात् व्यक्त-पक्षस्य मूलं धनं ऋणं चेति द्विविधं ग्राह्यं। अव्यक्तपक्ष-रूपाणामृणत्वे व्यक्तपक्षस्य धनत्वे च समीकरणे क्रियमाणे संशोध्यमानं ऋणं धनं स्यादिति द्वयोर्योगे फलं धनं स्यात्। व्यक्तपक्षस्यापि ऋणत्वे अव्यक्तपक्षादल्पत्वे च धनर्णयोरन्तरमेव योगइति नियमादन्तरे कृतेऽपि धनफलसाधनार्थमुक्तं अव्यक्तमूलर्णगरूपतोऽल्पमित्यादि।

उदाहरणम्

अलिकुलदलमूलं मालतीं यातमष्टौ
निखिलनवमभागाश्चालिनी भृंगमेकम् ।
निशि परिमललुब्धं पद्ममध्ये निरुद्धं
प्रतिरणति रणन्तं ब्रूहि कान्तेऽलिसंख्याम् ॥

अत्रोदाहरणं मालिन्याह अलिकुलदल मूलमिति । अलिकुलस्य भ्रमरसमूहस्य यद्दलं अर्द्धं तस्य मूलं मालतीं स्वनामप्रसिद्धं पुष्पविशेषं प्रति यातं, निखिलस्य समूहस्यालिकुलस्य अष्टौ नवमभागश्च मालतीं याता । एका अलिनी भ्रमरजातीयस्त्री निशि रात्रौ परिमललुब्धं सुगन्धलोलुपं अतएव पद्ममध्ये निरुद्धं रात्रौ पद्मिन्याः संकोचात् तत्रावद्धं रणन्तं शब्दायमानं एकं भृङ्गं भ्रमरं प्रति रणति शब्दायते एवं सति अये ! कान्ते ! अलिसंख्यां वद ।

"अत्रालिकुलप्रमाणं याव २ । एतदर्द्धस्य मूलं या १ । निखिलनवमभागा अष्टौ याव $\frac{१६}{९}$ । मूलभागैक्यं दृष्टालियुगलयुतं राशिसममिति पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे न्यासः । याव १८ या ० रू ०

याव १६ या ९ रू १८

शोधने कृते जातौ पक्षौ याव २ या ९ रू ०

याव ० या ० रू १८

एतावष्टभिः संगुण्य तयोरेकाशीति रूपाणि प्रक्षिप्य मूले गृहीत्वा तयोः साम्यकरणार्थं न्यासः या ४ रू ९
या ० रू १५

प्राग्वल्लब्धं यावत्तावन्मानं ६। अस्य वर्गेणोत्थापिता जाताऽलिकुलसंख्या ७२।"

उदाहरणम्

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे सन्दधे
तस्यार्द्धेन निवार्य्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान्।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रिभिरपि—
छत्रं ध्वजं कार्म्मुकं
चिच्छेदास्य शिरः शरेण कति ते
यानर्ज्जुनः संदधे॥

अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह पार्थः कर्णवधा॰येति। पार्थः अर्ज्जुनः रणे संग्रामे क्रुद्धः सन् कर्णवधाय कर्णस्य विनाशाय मार्गणगणं बाणसमूहं संदधे धृतवान्। तस्य बाण-समूहस्य अर्द्धेन तच्छरगणं कर्णनिक्षिप्त-शरजालं निवार्य, मूले बाणसंख्याया मूले चतुर्भिर्गुणितैः चतुर्गुणितमूलै-रित्यर्थः। हयान् वाजिनः कर्णस्य घोटकानित्यर्थः

चिच्छेद। षड्भिः बाणैः शल्यं शल्यनामकं कौरवपक्षीयं राजानं चिच्छेद विनाशयामास। त्रिभिः इषुभिः शरैः क्रमेण कर्णस्य छत्रं, ध्वजं पताकां, कार्मुकं च धनुश्च चिच्छेद खण्डितवान्। एकेन शरेण बाणेन अस्य कर्णस्य शिरः मस्तकमपि चिच्छेद द्विधाकृतः। एवं सति यान् शरान् अर्जुनः संदधे गृहीतवान् ते बाणाः कतीति वद।

"अत्र बाणसंख्या याव १। अस्यार्द्धं याव $\frac{१}{२}$। मूलं चतुर्गुणितं या ४। व्यक्तमार्गणगणं रू १०। एषामैक्यं याव १ सममिति न्यासः याव $\frac{१}{२}$ या ४ रू १०

याव १ या ० रू ०

पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे न्यासः

याव १ या ८ रू २०

याव २ या ० रू ०

समशोधनात् पक्षौ याव १ या ८ रू ०

याव ० या ० रू २०

अव्यक्त गुणका ८ र्द्धस्य ४ वर्गं १६ पक्षयोः प्रक्षिप्य * मूले

या १ रू ४̇

या ० रू ६

समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं १०। उत्थापिता जाता बाणसंख्या १००"

---

* चतुराहतेति नियमेनापि बाणसंख्या तुल्यैव स्यात्।

उदाहरणम्

व्येकस्य गच्छस्य दलं किलादि-
रादेर्दलं तत् प्रचयः फलञ्च ।
चयादिगच्छाभिहतिः स्वसप्त-
भागाधिका ब्रूहि चयादिगच्छान् ॥

अथान्यदुदाहरणमुपजातिकयाह व्येकस्येति । व्येकस्य एकरहितस्य गच्छस्य श्रेढीपदस्य दलमर्द्धं किल आदिः प्रथमः । आदेः दलमर्द्धं तत् प्रचयः तत्र चयः दैनन्दिनवृद्धिरित्यर्थः । चयादिगच्छाभिहतिः चयस्यादिश्च गच्छस्येति त्रयाणां अभिहतिर्घातः स्वसप्तभागाधिका स्वकीयस्य सप्तभागेनाधिका सतो यत्र यस्मिन् प्रश्ने फलं श्रेढ्याः सर्व्वंधनं स्यात्, तत्र तस्मिन् प्रश्ने चयादि-गच्छान् ब्रूहि ।

"अत्र कल्पितो गच्छः या ४ रू १ । अत आदिः या २ । प्रचयः या १ । एषां घातः स्वसप्तभागाधिकः याघ $\frac{६४}{७}$ याव $\frac{१६}{७}$ ।

फलमिदं वर्गैकपदघ्न चय इति श्रेढी गणितस्यास्य याघ ८ याव १० या २ सममिति पक्षौ यावत्तावतापवर्त्य समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधने च कृते जातौ पक्षौ ।

याव ८ या ५ रू ०
याव ० या ० रू १४

एतयोरष्टगुणयोः सप्तविंशतिवर्ग ७२८ युतयोर्मूले

या ८ रू २७

या ० रू २८

पुनरनयोः समीकरणेनाप्त-यावत्तावन्मानेनो ७ त्थापिताः क्रमेणाद्युत्तर गच्छाः १४ ७।२८ ।"

क्रियाप्रदश्यंते

४ या + १ = गच्छः

$\frac{\text{२ या}}{\text{२}}$ = आदिः

८ या + २ या = गच्छादि घातः ।

$\frac{\text{या}}{\text{३}}$ $\frac{}{\text{२}}$ = चयः

८ या + २ या = चयादि गच्छानां घातः

३ २ ३ २

८ या + २ या + $\frac{\text{८ या}}{\text{७}}$ + $\frac{\text{२ या}}{\text{७}}$ = सप्तभागाधिकः

३ २ ३ २

$= \frac{\text{५६ या + १४ या + ८ या + २ या}}{\text{७}}$

३ २

$= \frac{\text{६४ या + १६ या}}{\text{७}}$

स ध = $\left\{ \frac{\text{(प − १) च + २ मु}}{\text{२}} \right\}$ प

$$\text{सध} = \left\{ \frac{(\text{या } ४+१-१)\text{ या } १+२\text{या}+२\text{ या}}{२} \right\} \text{या } ४+१।$$

$= ८ \text{ या}^{३} + १० \text{ या}^{२} + २ \text{ या}।$

$८ \text{ या}^{३} + १० \text{ या}^{२} + २ \text{ या} = \frac{६४ \text{ या}^{३} + १६ \text{ या}^{२}}{७}$

$= ५६ \text{ या}^{३} + ७० \text{ या}^{२} + १४ \text{ या} = ६४ \text{ या}^{३} + १६ \text{ या}^{२}$

$= ५६ \text{ या}^{२} + ७० \text{ या} + १४ = ६४ \text{ या}^{२} + १६ \text{ या}$

$= ८ \text{ या}^{२} - ५४ \text{ या} = १४। = ४ \text{ या}^{२} - \text{या } २७ = ७$ चतुराहतेति नियमेन $६४ \text{ या}^{२} - \text{या } ४३२ + ७२९ = ८४१।$ मूले गृहीते

$८ \text{ या} - २७ = २९। \; ८ \text{ या} = ५६। \; \text{या} = ७।$

अथवा $४ \text{ या}^{२} - \text{या } २७ = ७।$ चतुर्भिरपवर्त्त्य

$\text{या}^{२} - \text{या } \frac{२७}{४} = \frac{७}{४}। \; \frac{२७}{४}$ अस्यार्धस्य वर्गयोजने—

$$\text{या}^{२} - \text{या } \frac{२७}{४} + \left(\frac{२७}{८}\right)^{२} = \frac{७}{४} + \left(\frac{२७}{८}\right)^{२}$$

$\text{मूले} = \text{या} - \frac{२७}{८} = \frac{२९}{८}।$

$\text{या} = \frac{२७}{८} + \frac{२९}{८} = \frac{५६}{८} = ७।$

उदाहरणम्

क: खेन विहृतो राशिराद्ययुक्तो नवोनित: ।
वर्गित: स्वपदेनाढ्य: खगुणो नव तिर्भवेत् ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह क: खेनेति । क: राशि: खेन शून्येन विहृत: आद्ययुत्त: आद्येन सहितो नवोनितो नवभी-रहितो वर्गित: स्वपदेन आढ्यो युक्त: खगुण: शून्येन गुणित: सन् नवतिर्भवेत् ?

"अत्र राशि: या १ । अयं खहृत: या $\frac{१}{०}$ । अस्य खहरत्वं कल्पितमेव । आद्येन या १ युक्तोजात: या २ । नवो-नित: या २ रू ९ । वर्गित: याव ४ या ३६ रू ८१ । स्व पदेन या २ रू ९ । युतो याव ४ या ३४ रू ७२ । अयं शून्य गुणो नवति सम इति शून्येन गुणने प्राप्ते शून्ये गुणके जाते खं हारस्येदिति पूर्वं शून्यो हर: इदानीं गुण स्तस्मादुभयोर्गुण-हरयोर्नाश: एवं पक्षौ याव ४ या ३४ रू ७२

याव ० या ० रू ९०

समशोधनात् पक्षशेषे याव ४ या ३४ रू ०

याव ० या ० रू १८

एतौ पक्षौ षोड़शभि: संगुण्य चतुस्त्रिंशद् वर्गतुल्यानि रूपाणि प्रक्षिप्य मूले गृहीत्वा पक्षयो: शोधनार्थं न्यास:

या ८   रू २४
या ०   रू ३८

उक्तवज्जातो राशिः ९।

अथवाव्ययुक्तोऽथवोनित इति पाठे राशिः या १। खहृतः $\frac{१}{०}$। आद्येन या १। युक्तोनो करणाय खहरत्वात् समच्छेदो करणेन शून्येनैव युक्तोनितः स एव या $\frac{१}{०}$। वर्गितः याव $\frac{१}{०}$। स्वपदेनाढ्यः याव $\frac{१}{०}$। या $\frac{१}{०}$। अयं खगुणः पूर्वं खहरत्वाद् गुणहरयोर्नाशे कृते जातः याव १ या १। अयं नवतिसम इति समशोधनाय न्यासः याव १ या १ रू ०
याव ० या ० रू ९०

समशोधने कृते पक्षाविमौ चतुर्भिः संगुण्य एकं क्षिप्त्वा मूले या २ रू १
या ० रू १९

अत्र समशोधनाज्जातः प्राग्वद्राशिः ९।

कोट्यायुक्तोऽथवोनित इति पाठे राशिः या १। खहृतः या $\frac{१}{०}$ कोट्या समच्छेदेन युक्तो रहितो वा यथास्थित एव या $\frac{१}{०}$। वर्गितः स्वपदेन युक्तः याव $\frac{१}{०}$ या $\frac{१}{०}$ खगुणत्वाद्गुणहरयोर्नाशे याव १ या १। अयं नवतिसम इति प्राग्वद्राशिः ९।"

उदाहरणम्

क: स्वार्द्धसहितो राशि: खगुणो वर्ज्जितो युत: ।
स्वपदाभ्यां खभक्तश्च जात: पञ्चदशोच्यताम् ॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह क: स्वार्द्धेति । क: राशि: स्वार्द्ध-सहित: स्वकीयार्द्धेन युक्त:, खगुण: शून्यगुणित:, वर्गित:, स्वपदाभ्यां द्विगुणितेन स्वपदेन युत:, खभक्तश्च शून्यविहृतश्च, पञ्चदश पञ्चदशमित: जात: स राशि: क इत्युच्यताम् ।

"अत्र राशि: या १ । अयं स्वार्द्धयुत: या $\frac{३}{२}$ । खगुण: खं न कार्य्यं किन्तु खगुण एव चिन्त्य: शेषविधौ कर्त्तव्य । या $\frac{३}{२}$ वर्गित: याव $\frac{९}{४}$ । स्वपदाभ्यां या $\frac{६}{२}$ युतो जात: $\frac{\text{याव } ९ \text{ या } १२}{४}$ । अयं खभक्त: । अत्रापि प्राग्वद् गुणहरयोस्तुल्यत्वान्नाशे कृतेऽविकृतो राशि: । तं पञ्चदश समं कृत्वा समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधनाज्जातौ पक्षौ—

याव ९	या १२	रू ०
याव ०	या ०	रू ६०

पक्षौ चतुर्युतौ कृत्वा मूले गृहीत्वा पुन: समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं २ । तथाचास्मत् पाटीगणिते—

खहरः स्यात् खगुणः खं खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ ।
शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत् पुनस्तथा राशिः ।
अविकृत एव चिन्त्यः सर्व्वत्रैवं विपश्चिद्भिः ॥

उदाहरणम्

राशिर्द्वादशनिघ्नो-
राशि घनाढ्यश्च कः समो यः स्यात् ।
राशिकृतिः षड्गुणिता
पञ्चत्रिंशद् युता विद्वन् ॥

अथोदाहरणान्तरमार्य्ययाह राशिर्द्वादशनिघ्न इति । कः राशिः द्वादशनिघ्नः राशिघनाढ्यो राशिघनेन युक्तो यो- राशिः स्यात् सः, राशिकृतिः राशिवर्गः षड्गुणिता पञ्चत्रिंशद्- युता च या संख्या भवेत् तस्याः समः स्यात् भो विद्वन्! तं राशिं वद ।

अत्र राशिः या १ । अयं द्वादशगुणितो राशिघनाढ्यश्च याघ १ या १२ । अयं याव. ६ रु ३५ सम इति शोधने कृते

जातमाद्यपक्षे याघ १ याव ६ या १२। अन्यपक्षे रू २५।

अनयोः ऋणरूपाष्टकं प्रक्षिप्य घन मूले या १ रू २

या ० रू ३

पुनरनयोः समीकरणेन जातो राशिः ५।"

उदाहरणम्

को राशिर्द्विशतीक्षुण्णो राशिवर्गयुतो हतः।

द्वाभ्यां तेनोनितो राशिवर्गवर्गोऽयुतं भवेत्॥

रूपोनं वद तं राशिं वेत्सि बीजक्रियां यदि॥

ज्ञेयमिदं खबुद्धेरति सुतस्य-वराप्ति-दर्शनार्थमुदाहरणं सार्वानुष्टुभाह को राशिरिति भो गणक! यदि त्वं बीजक्रियां वेत्सि, तर्हि कः राशिः द्विशती-क्षुणः शतद्वयेन गुणितः राशिवर्ग युतः द्वाभ्यां हतः यः स्यात्, तेन ऊनितः राशि-वर्ग-वर्गः रूपोनं अयुतं भवेत् तं राशिं वद।

"अत्र राशिः या १! द्विशतीक्षुस्सः या २०० । राशि-वर्गयुतो जातः याव १ या २००। अयं द्वाभ्यां गुणितो याव २ या ४००। अनेनायं राशि वर्गवर्गः यावव १ जनितो जातो-यावव १ याव २ या ४००। अयं रूपोनाऽयुत सम इति सम-

शोधने कृते जातौ पक्षौ यावव १ याव २ं या ४०० रू ०
याव ० याव ० या ० रू ९९९९

अत्राद्यपक्षे किल यावत्तावच्चतुश्शतीं रूपाधिकां प्रक्षिप्य मूलं लभ्यते, परं तावति क्षिप्ते नान्यपक्षस्य मूलमस्ति एवं क्रिया न निर्व्वहति। अतोऽत्र स्वबुद्धिः। इह पक्षयोर्यावत्तावद् वर्ग-चतुष्टयं यावत्तावच्चतुश्शतीं रूपञ्च प्रक्षिप्य मूले—

याव १ रू १।
या २ रू १००।

पुनरनयोः समीकरणेन याव १ या २ं रू १
याव ० या ० रू १००

मूले गृहीते या १ रू १
या ० रू १०

प्राग्वल्लब्धं यावत्तावन्मानं ११। इत्यादि बुद्धिमता ज्ञेयम्"

उदाहरणम्

वनान्तराले प्लवगाष्टभागः
संवर्गितो वल्गति जातरागः।
फुत्कारनादप्रतिनादहृष्टा
दृष्टा गिरौ द्वादश ते कियन्तः॥

"अव्यक्तमूलर्णग रूपतोऽल्प मित्यस्य व्याप्तिदर्शनार्थमुदाहरणमुपजातिकयाह वनान्तराल इति। वनान्तराले वनमध्ये ये प्लवगाः वानराः संति, तेषां अष्टभागः संवर्गितः समेनाङ्केन गुणितः जातरागः सन् वल्गति आनन्दसूचकं शब्दं करोति। फुत्कारनाद-प्रतिनाद-हृष्टाः फुत्कारनादः अनुकरण शब्द-विशेषः तस्य प्रतिनादेन प्रतिध्वनिना आनन्दिताः अष्टादश प्लवगाः गिरौ पर्व्वते दृष्टाः, पर्व्वते प्रतिध्वनेराधिक्यं स्यादतो-गिरौ इति पदोपादानमिति भावः। एवं सति ते सर्व्वे कियंतः इति वद।

"अत्र कपियुथं या १। अस्याष्टांश या $\frac{१}{८}$ वर्गो याव $\frac{१}{६४}$

समच्छेदेन द्वादशभियुंतो युयसम इति पक्षौ—

$$\frac{\text{याव १ या ० रू ७६८}}{६४}$$

याव ० या १ रू ०

अनयोः समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधने च कृते जातौ पक्षौ—

याव १ या ६४ं रू ०

याव ० या ० रू ७६८ं

इह पक्षयोर्द्वात्रिंशद्वर्ग १०२४ प्रक्षिप्य मूले

या १ रू ३२ं

या ० रू १६

अत्राव्यक्त पत्तयो रूपेभ्योऽल्पानि व्यक्तरूपाणि सन्ति, अतो-धनमृणञ्च कृत्वा लब्धं द्विविधं यावत्तावन्मानं ४८।१६ ।"*

उदाहरणम्

यूथात् पञ्चांशकस्त्र्यूनो वर्गितो गह्वरं गतः ।
दृष्टः शाखामृगः शाखामारूढो वद ते कति ॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह यूथादिति। यूथात् वानर-समूहात् पञ्चांशकः, त्र्यूनः त्रिभिरूनः, वर्गितस्य यः स्यात् तन्मितः, गह्वरं पर्व्वत गुहां गतः एकः शाखामृगः वानरः शाखां आरूढः दृष्टः ते वानराः कतीति वद ।

"अथ यूथप्रमाणं या १ । अस्य पञ्चांशक या १ / ५ । त्र्यूनः

या १ रू १५ वर्गितः याव १ या ३०ं रू २२५ / २५ एतद्दृष्टेन

रू १ समच्छेदेन युतो याव १ या ३०ं रू २५० / २५

यूथ या १ सम इति पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधने च कृते जातौ पक्षौ—

---

* चतुराहतेति नियमेनापि कपि संख्या तुल्यैव स्यात् ।

याव १ या ५५̇ रू ०
याव ० या ० रू २५̇०

चतुर्भिः संगुण्य पञ्चपञ्चाशद्वर्गं ३०२५ प्रक्षिप्य मूले—

या २ रू ५̇५
या ० रू ४५

अत्रापि प्राग्वल्लब्धं द्विविधमानं ५०।५ द्वितीयमत्र न ग्राह्य-मनुपपन्नत्वात्। नहि व्यक्ते ऋणगते लोकस्य प्रतीतिरस्तीति।"

उदाहरणम्

कर्णस्य त्रिलवेनोना द्वादशांगुलशंकुभा।
चतुर्दशांगुला जाता गणक ब्रूहि तां द्रुतम्॥

अव्यक्तमूलर्णगेति द्विविधमानयोः कादाचित्क ग्रहणमिति-प्रदर्शनार्थमन्यदुदाहरणमनुष्टुमाह कर्णस्येति। द्वादशाङ्गुल-शङ्कुभा द्वादशाङ्गुलस्य शङ्कोश्छाया कर्णस्य छायाकर्णस्य त्रिल-वेन त्र्यंशेन ऊना सती चतुर्दशाङ्गुला जाता; भो गणक! तां शङ्कुभां द्रुतं ब्रूहि।

"अत्र छाया या १। इयं कर्णत्र्यंशोना चतुर्दशाङ्गुला जाता। अतो वैपरीत्येनास्याश्चतुर्दश विशोध्य शेषं कर्णत्र्यंशः

या १ रू १̇४ । अयं त्रिगुणो जातः कर्णः या ३ रू ४̇२ । अस्य वर्गः याव ९ या २५̇२ रू १७६४ । कर्णवर्गेनानेन याव १ रू १४४ । सम इति सम शोधने कृते जातौ पक्षौ—

याव ८ या २५̇२ रू ०
याव ० या ० रू १६̇२०

एतौ पक्षौ द्वाभ्यां संगुण्य ऋण त्रिषष्टि वर्गं प्रक्षिप्य * मूले—

या ४ रू ६̇३
या ० रू २७

पक्षयोः पुनः समीकरणं कृत्वा प्राग्वल्लब्धं द्विविधं यावत्तावन्मानं $\frac{४४}{२}$ । ९ । उत्थापिते छाये च $\frac{४५}{२}$ । ९ । द्वितीयच्छाया चतुर्दशभ्यो न्यूनाऽतोऽनुपपन्नत्वान्न ग्राह्या, अत उक्तं द्विविधं क्वचिदिति ।

अत्र पद्मनाभबीजे

व्यक्तपक्षस्य चेन्मूल मन्यपक्षर्ण रूपतः ।
अल्पं धनर्णगं कृत्वा द्विविधोत्पद्यते मितिः ॥
"इति यत् परिभाषितं तस्य व्यभिचारोऽयम् ।"

---

* पक्षौ चतुर्भिरपवर्त्य चतुराहतेति कृते यत् फलं, तदेव द्वाभ्यां संगुण्य त्रिषष्टिवर्गयोजने च स्यात् ।

उदाहरणम्

चत्वारो राशयः के ते मूलदा ये द्विसंयुताः ।
द्वयोर्द्वयोर्यथासन्नघाताश्चाष्टादशान्विताः ॥
मूलदाः सर्वमूलैक्यादेकादशयुतात् पदम् ।
त्रयोदश सखे ! जातं बीजज्ञ ! वद तान्मम ॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुब्द्वयेन प्रदर्शयति चत्वार इति । ते चत्वारः राशयः के ? ये द्विसंयुताः सन्तः सर्वे एव मूलदाः भवन्ति । द्वयोर्द्वयोर्यथासन्नघाताः प्रथमद्वितीययोर्घातः, द्वितीय-तृतीययोर्घातः, तृतीयचतुर्थयोर्घातश्च एते अष्टादशान्विताः सर्वे एव मूलदाः स्युः । सर्वमूलैक्यात् मूल सप्तक-योगाद् एकादश युतात् च पदं मूलं त्रयोदश जातं हे बीजज्ञ ! सखे ! तान् चतुरो राशीन् मम मां प्रति वद ।

"यत्र राशिर्येन युतो मूलदो भवति स किल राशिक्षेपः । मूलयोरन्तर वर्गेण हतो राशिक्षेपो वधक्षेपो भवति । तयो-राश्योर्वधस्तेन युतोऽवश्यं मूलदः स्यादित्यर्थः । राशिमूलानां यथासन्नं द्वयोर्द्वयोर्वधाः, राशिक्षेपोनाः, राशि-वध-मूलानि भवंति । अत्रोदाहरणे राशिक्षेपा २ द्ववक्षेपो १८ नवगुणः, नवानां मूलं त्रयः, अतस्त्र्युत्तराणि राशिमूलानि कल्पानि —

या १ रू ०
या १ रू ३
या १ रू ६
या १ रू ८

एषां द्वयोर्द्वयोर्वधाः राशिक्षेपोनाः सन्तः राशि वधाना-मष्टादश युतानां मूलानि भवंति। अत उक्तवद्वधमूलानि—

याव १ या ३ रू २
याव १ या ८ रू १६
याव १ या १५ रू ५२

एषां पूर्व्वमूलानाञ्च सर्व्वेषां योगः याव २ या ३१ रू ८४।
इदमेकादशयुतं त्रयोदशवर्गं समं कृत्वा—

याव २ या ३१ रू ८५
याव ० या ० रू १६९

पक्षयो शेषं द्वादशभिः संगुणय तयोरेकत्रिंश ३१ द्वर्ग निःक्षिप्य मूले या ६ रू ३१

या ० रू ४३

पुनरनयोः समीकरणेन लब्ध-यावत्तावन्मानं २ नीत्यापितानि राशि मूलानि २।५।८।११।

एषां वर्गाः क्षेपोनाः जाता राशयः २।२३।६२।११९।"

अत्राद्य परिभाषा

राशिक्षेपाद्वधक्षेपो यद्गुणस्तत् पदोत्तरम् ।
अव्यक्ता राशयः कल्प्या वर्गिता क्षेपवर्जिताः ॥

"इयं कल्पना गणिते अतिपरिचितस्य स्यात् ।"

अत्राव्यक्त-कल्पनोपायमनुष्टुभाह राशिक्षेपादिति । राशिक्षेपाद् वधक्षेपः यद् गुणः, तत् पदोत्तरं यथा स्यात्तथा अव्यक्ता-राशयः कल्प्याः । ते कल्पिता राशयः वर्गिताः क्षेपवर्जिताः सन्तः वास्तव-राशयः स्युः ।

अत्रोपपत्तिः

अत्र राशिर्येन युतो मूलदो भवति स किल राशिक्षेपः = क्षे ।

$\sqrt{\text{प्ररा} + \text{क्षे}} = \text{प्रमू} = \text{क}$ ।

$\sqrt{\text{द्विरा} + \text{क्षे}} = \text{द्विमू} = \text{ख}$ ।

अतः कल्पितः प्रथमराशिः $\text{क}^{२} - \text{क्षे}$ । एवं द्वितीय राशिः $\text{ख}^{२} - \text{क्षे}$ । राश्योर्घातो येन युतो मूलदो भवति स वधक्षेपः = वक्षे ।

अत्र राश्योर्घातः $\text{क}^{२} . \text{ख}^{२} + \text{क्षे}^{२} - (\text{क}^{२} + \text{ख}^{२})\, \text{क्षे}$ ।

राश्योरन्तर·वर्गेण द्विघ्नघात·युते तयोरित्यादिना·

$क^{२}\cdot ख^{२}+क्षे^{२} - \{(क-ख)^{२}+२\ क\ ख\}\ क्षे$ ।

$क^{२}\cdot ख^{२}+क्षे^{२}-(क-ख)^{२}\times क्षे - २\ क्षे.\ क.\ ख.$ ।

अत्र यदि $(क-ख)^{२}\times क्षे$ अयं क्षिप्यते तदा·

$क^{२}\cdot ख^{२}+क्षे^{२}-२\ क्षे\cdot क\cdot ख$ अयं मूलदः स्यात् ।

अस्य मूलम् क·ख − क्षे । इदं हि राश्योर्वधमूलम् ।

अतो वधक्षेपः $=(क-ख)^{२}\times क्षे$ ।

$\therefore (क-ख)^{२} = \frac{वधक्षेपः}{क्षे}$

$(क-ख)=\sqrt{\frac{व\ क्षे}{क्षे}}$ ।

अत्रोदाहरणे वधक्षेपः = १८ । राशिक्षेपः = २ ।

प्रमू—द्विमू $=\sqrt{\frac{१८}{२}}=\sqrt{९}=३$ ।

अत्र प्रथमराशिमूलं = या ।

$\therefore$ द्विमू = या + ३ । इत्यादि ।

अत्र स्पष्टमेवोपलभ्यते राशिक्षेपेण वधक्षेपे भक्ते, तन्मूल-परिमितं प्रथममूलाद्द्वितीयमूलमधिकम् । एवं तन्मितमेव द्वितीयात् तृतीयं तृतीयाच्चतुर्थं मूलमधिकं स्यात् । पृथक्-

पृथक् कल्पितमूलचतुष्टयस्य वर्गात् क्षेपं वियोज्य शेषमितं राशि-चतुष्टयं कल्प्यम्'

अत उक्तं राशि क्षेपाद्वध क्षेप इत्यादि ।

अत्र वापुदेवशास्त्रिकृतं सूत्रम् ।

राशिक्षेपाद्वधक्षेपो यद्गुणस्तत् पदं पदम् ।
मुखाख्यं व्येकराशिः स्यात् तद्राशिक्षेपसंगुणम् ॥
द्व्यश्रवर्गयुतं क्षेपेणोनमब्धि मुखाहतम् ।
योऽब्ध्यूनो मुखवर्गः स्याद्धतो मुखपदाहतिः ॥
वर्गत्र्यंशेन तेनोनं राशिवर्गयुतात्ततः ।
मूलं राशिविहीनं तद् द्विनिघ्नमुखभाजितम् ॥
मुखार्द्धघ्नपदेनोनं राशिस्थानेषु विन्यसेत् ।
शून्याद्येकोत्तराभ्यस्त पदेन सहितं तु तत् ।
भवेयू राशिमूलानि तानि वर्गीकृतानि तु ।
राशिक्षेपोनितानि स्युः राशयः क्रिययाल्पया ॥

अत्र वापुदेवो व्यक्तेनैव राशिसाधनोपायमनुष्टुप् पद्यकेनाह राशिक्षेपादिति । राशिक्षेपाद् वधक्षेपो यद् गुणस्तत् पदं पदं पदसंज्ञं । व्येकराशिः यावन्मिता राशयस्ते एकोना मुखाख्यं स्यात् । तन्मुखं राशिक्षेपेण संगुणं द्व्यश्र-वर्गयुतं क्षेपोनं अब्धि-मुखाहतं अब्धिभिश्चतुर्भिर्मुखेन च आहतं स्थाप्यं अब्धिभि-श्चतुर्भिरूनो यो मुखवर्गः सः मुखस्य पदस्य च घातेन गेन

गुणनीय स्तस्य पुनः त्र्यंशेन पूर्वं स्थाप्यं होनं कार्य्यं, तस्मात् राशिवर्गयुतात् मूलं, राशि-विहीनं द्विनिघ्नमुखेन भाजितं मुखार्द्धगुणित पदेन ऊनं कार्य्यं; तत् राशिस्थानेषु, यावन्तो-राशय स्तावत्सु स्थानेषु विन्यसेत्। तत्, क्रमेण शून्येन, पदेन, द्विगुणित-पदेन, त्रिगुणित-पदेन इत्यादिना शून्याद्येकोत्तरा-भ्यस्त-पदेन सहितं, पृथग्, राशिमूलानि भवेयुः; तानि वर्गी-कृतानि राशिक्षेपेणोनितानि च अल्पया क्रियया व्यक्तक्रियया एव राशयः स्युः।

अत्र भास्करोक्तोदाहरणे न्यासः। राशयः ४। राशिक्षेपः २। वधक्षेपः १८। क्षेपः ११। दृश्यम् १३।

$\sqrt{\frac{१८}{२}} = ३$ पदम्। $४-१=३$ मुखम्।

$$(३\times२+१३^{२}-११)\,४\times३=१९६८।$$

$$\frac{१}{३}\times(३\times३)^{२}(३^{२}-४)=१३५।$$

$$\sqrt{१९६८-१३५+४^{२}}=४३।$$

$$\frac{४३-४}{२+३}-\frac{३}{२}\times३=२$$

$२\frac{०}{२}$ $३\frac{३}{५}$ $२\frac{६}{८}$ $२\frac{८}{११}$ शून्याद्येकोत्तराः

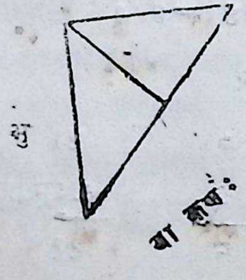
४	२५	६४	१२१	वर्गाः।
२	२	२	२	
२	२३	६२	११९	राशयः

उदाहरणम्

क्षेत्रे तिथिनखैस्तुल्ये
दोः कोटी तत्र का श्रुतिः।
उपपत्तिश्च रूढाऽस्य गणितस्याऽस्य कथ्यताम् ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह क्षेत्रे तिथिनखैरिति। यत्र क्षेत्रे दोः कोटी क्रमेण तिथिनखैस्तुल्ये, तत्र श्रुतिः का? अस्य रूढस्य प्रसिद्धस्य तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण इति प्रसिद्धस्य गणितस्य उपपत्तिश्च कथ्यताम्।

"अत्र कर्णः या १। एतत् त्र्यस्रं परिवर्त्य यावत्तावत् कर्णो भूः कल्पिता। भुज-कोटी तु भुजौ, तत्र यो लम्बस्तदुभयतो ये त्र्यस्रे तयोरपि भुजकोटी पूर्वरूपे भवतः। अतक्षेत्रदर्शनम्



स्त्रैराशिकम्। यदि यावत्तावत् कर्णे अयं १५ भुजस्तदा भुज १५ तुल्ये कर्णे क इति लब्धं मानं भुजः स्यात्, सा भुजाश्रिताबाधा रू $\frac{२२५}{या १}$

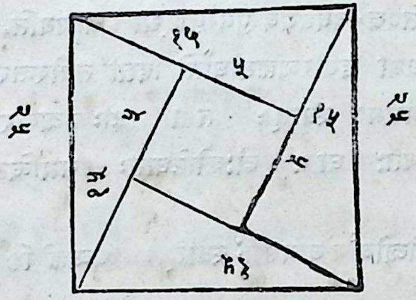
पुनर्यदि यावत्तावति कर्णे द्वयं २० कोटिस्तदा कोटि २० तुल्ये कर्णे केति जाता कोट्याश्रिताबाधा रू $\frac{४००}{या १}$ ।

आबाधा युतिर्यावत्तावत् कर्णसमिति यावत् समीकरणं क्रियते, तावद् भुज कोटिवर्गयोगस्य पदं कर्णमानमुत्पद्यते २५ । अनेनोत्थापिते जाते आबाधे ८।१६ । अतो लम्बः १२ ।

अथान्यथा वा कथ्यते कर्णः या १ । दोः कोटिघातार्द्धं त्र्यस्र-क्षेत्रस्य फलं १५० ।

एतद्विषम त्र्यस्र चतुष्टयेन कर्णसमं चतुर्भुजं क्षेत्रमन्यत् कर्णज्ञानार्थं कल्पितम् ।

२५



२५

एवं मध्ये चतुर्भुजमुत्पन्नं, अत्र कोटिभुजान्तर समं भुजमानं ५ । अस्य फलं २५ । भुजकोटिवधो द्विगुणः, त्र्यस्राणां चतुर्णां फलं ६०० । एतद् योगः बृहत् क्षेत्रस्य

फलं ६२५। एतद् यावत्तावद् वर्गसमं कृत्वा लब्धं कर्ण-
मानं २५। यत्र व्यक्तस्य न पदं तत्र करणीगतः कर्णः।"

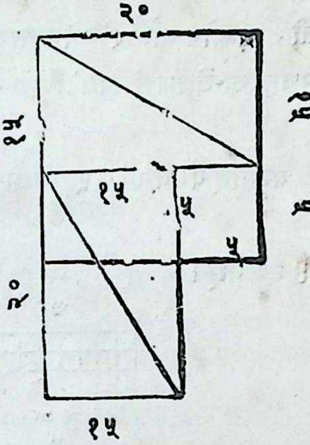
एतत् करणसूत्रं वृत्तम्

दोःकोट्यन्तरवर्गेण द्विघ्नो घातः समन्वितः।
वर्गयोगसमः स स्याद् द्वयोरव्यक्तयोर्यथा॥

पूर्वं प्रतिपन्न-विषयमेव पुनरनुष्टुभा प्रकाशयति, दोः कोट्यन्तरेति। यथा द्वयोरव्यक्तयोर्घातो द्विघ्नो तयोरन्तरवर्गेण युक्तः सन् वर्गयोगसमः स्यात्; तथा दोःकोट्यन्तरवर्गेन सह द्विघ्नः द्विगुणितः घातः दोःकोटिघातः समन्वितः युक्तः सन् तयोः दोकोट्योर्वर्गयोगसमः स्यात्। अव्यक्ते हि $(\text{क}-\text{ख})^2$ $=\text{क}^2+\text{ख}^2-२\ \text{कख}$। अतः $(\text{क}-\text{ख})^2+२\ \text{कख}$।

$=\text{क}^2+\text{ख}^2-२\ \text{कख}+२\ \text{कख}=\text{क}^2+\text{ख}^2$ एवं क्षेत्रेऽपि स्यादिति।

"अतो लाघवार्थं दोः कोटि-वर्गयोगपदं कर्ण इत्युपपन्नम्। तत्र तान्यपि क्षेत्रस्य खण्डानि अन्यथा विन्यस्य दर्शनम्।"



उदाहरणम्

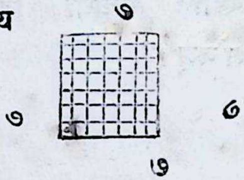
भुजात् त्र्यूनात् पदं व्येकं कोटिकर्णान्तरं सखे।
यत्र तत्र वद क्षेत्रे दोः कोटिश्रवणान्मम॥

अथ जात्यत्र्यस्रविषयकमन्यदुदाहरणमनुष्टुभा दर्शयति भुजादिति। हे सखे! यत्र क्षेत्रे त्र्यूनात् भुजाद् यत् पदं लब्धं तत्, वेत्रकं एकरहितं कोटिकर्णान्तरं स्यात्; तत्र क्षेत्रे दोः कोटिश्रवणान् मम वद।

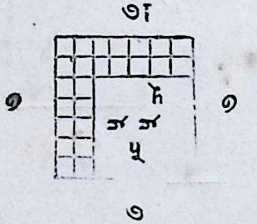
"अत्र कोटिकर्णान्तरमिष्टं २ अतो विलोमेन भुजः १२। तद् यथा—कल्पितमिष्टं २। अस्य सरूपस्य ३. वर्गः ९

त्रियुतः १२। अस्य वर्गः १४४। तत् कोटि-कर्ण-वर्गान्तरम्। यतो राश्योर्वर्गान्तरं योगान्तर-घातसमं स्यात्। वर्गो हि समचतुरस्र-क्षेत्रफलं अयं किल सप्तवर्गः ४९।

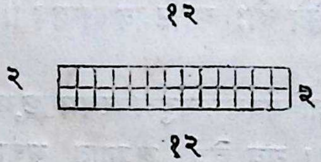
न्यासः



अस्मात् पञ्चवर्गं २५ विशोध्य शेषस्य २४ दर्शनम्। न्यस



इष्टान्तरं द्वौ २। योगो द्वादश १२। योगान्तरघात सम-कोष्ठका वर्त्तन्ते २४। तद्दर्शनम्।



इत्युपपन्नं वर्गान्तरं योगान्तरघात-सममिति। अत-इदं वर्गान्तरं १४४। कल्पित-कोटि-कर्णान्तरेण २ भक्तं जातं ७२। अयं योगो, द्विधान्तरेणोन-युतोऽर्द्धितः, इति संक्रमणेन जातौ कोटिकर्णौ ३५।३७। एवमेकेन भुज कोटि-

कर्णाः ७।२४।२५। त्रिभिः १८। $\frac{१७६}{२}$। $\frac{१८५}{२}$। चतुर्भिर्वा २८।९६।१००। एवमनेकधा, एवं सर्व्वत्र।"

अस्य सूत्रम् वृत्तम्

वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम्।
द्विघ्नघातसमानं स्याद् द्वयोरव्यक्तयोर्यथा॥

अथाव्यक्तोपयोगे नान्यत् क्षेत्रविषयकं सूत्रमनुष्टुभाह, वर्गयोगस्येति। यथा अव्यक्तयोः राश्योः वर्गयोगस्य तयोर्युतिवर्गस्य च यदन्तरं, तत् तयोर्द्विघ्नघात-समानं स्यात्तथा क्षेत्रेऽपि दोः-कोट्योर्वर्गयोगस्य तयोर्युति-वर्गस्य च यदन्तरं तद्, द्विगुणेन दोः कोटिघातेन समानं स्यात्।

उपपत्तिः।

अव्यक्तौ हि कल्पितौ राशी क, ख।

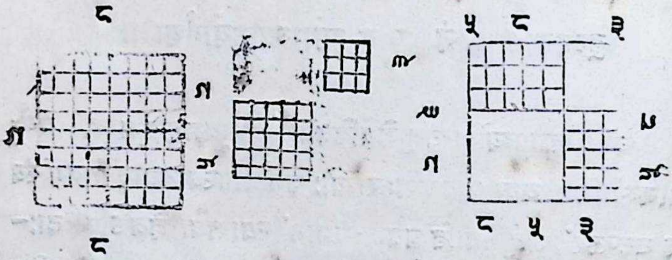
$(क+ख)^२ = क^२ + ख^२ + २ कख$। वर्गयोगः $= क^२ + ख^२$।

$(क+ख)^२ - (क^२ + ख^२) = क^२ + ख^२ + २ कख - क^२ - ख^२ = २कख$।

एवं क्षेत्रेऽपि स्यात्, तत्र युक्तिराचार्य्येणैव क्षेत्रेण प्रदर्शिता।

"अत्र राशी ३।५। अनयोर्युतिवर्गः ६४। तयोर्वर्गौ ९।२५। अनयोर्योगः ३४। एतयो ६४।३४ रन्तरं ३०। इदं राश्योर्घातेन १५ द्विघ्नेन ३० समं भवतीत्युपपन्नं। तेषां स्वरूपाणि यथा--"

न्यासः



अन्यत् करणसूत्रं वृत्तम्

चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम्।
राश्यन्तरकृतेस्तुल्यं द्वयोरव्यक्तयोर्यथा॥

क्षेत्रविषयकमन्यत् सूत्रमनुष्टभाह चतुर्गुणस्येति। यथा द्वयोः अव्यक्तयोः घातस्य चतुर्गुणस्य, तयोर्युतिवर्गस्य च यदन्तरं तत् राश्यन्तरकृतेः तुल्यं तथा क्षेत्रेऽपि स्यादिति।

उपपत्तिः

$$(\text{क}+\text{ख})^{२}=\text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+२\ \text{कख}।$$

$$(\text{क}-\text{ख})^{२}=\text{क}^{२}+\text{ख}^{२}-२\ \text{कख}।$$

$$(\text{क}+\text{ख})^{२}-(\text{क}-\text{ख})^{२}=\text{क}^{२}+\text{ख}^{२}+२\ \text{कख}$$

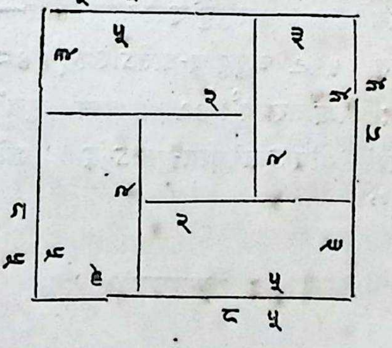
$$-(\text{क}^{२}+\text{ख}^{२}-२\ \text{कख})=४\text{कख}।$$

$$=(\text{क}+\text{ख})^{२}-(\text{क}-\text{ख})^{२}=४\ \text{कख}।$$

$\therefore (\text{क}+\text{ख})^{२}-४\ \text{कख}=(\text{क}-\text{ख})^{२}$ एवं यथाऽव्यक्तयुक्त्या सिद्धं ; तथा क्षेत्रेऽपि स्यादेतदाचार्य्येणैव क्षेत्रयुक्त्या प्रदर्शितम्।

"अत्र राशी ३।५। अनयोर्युतिवर्गात् चतुर्षु कोणेषु घातचतुष्टयेऽपनीते मध्ये राश्यन्तर वर्गसमाः कोष्ठका दृश्यन्ते इत्युपपन्नम्।"

तद्दर्शनम्



उदाहरणम्

चत्वारिंशद् युतिर्येषां दोःकोटिश्रवसां वद ।
भुजकोटिवधो येषु शतं विंशतिसंयुतम् ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह चत्वारिंशदिति । येषां दोःकोटिश्रवसां युतिः चत्वारिंशत्, येषु दोःकोटि-श्रवःसुः मध्ये भुजकोटिवधः विंशति संयुतम् शतं तत्र तेषां मानानि पृथग् वद ।

"अत्र किल भुजकोट्योर्वधो द्विगुणः २४० । तद् युतिवर्गस्य वर्गयोगस्य चान्तरं । यो हि भुजकोट्योर्वर्गयोगः सएव कर्णवर्गः । अतो भुजकोटियुतिवर्गस्य कर्णवर्गस्य चान्तरमिदं २४० योगान्तर घातसमं स्यात् अत इदमन्तरं योगेनानेन ४० भक्तं जातं भुजकोटियुतिकर्णान्तरं ६ । योगोऽन्तरेणोन-युतोऽर्द्धित इत्यादिना संक्रमणेन जातो भुजकोटियोगः २३ कर्णः १७ । चतुर्गुणस्य घातस्येति— भुजकोटियुतिवर्गादस्मात् ५२९ चतुर्गुण-घातेऽस्मिन् ४८० शोधिते शेषं जातो दोःकोट्यन्तरवर्गः ४९ । अस्य मूलं ७ । इदं दोःकोटि विवरं योगोऽन्तरेणोन-युतोऽर्द्धित इति जाते भुजकोटी ८।१५ ।"

उदाहरणम्

योगो दोःकोटिकर्णानां
षट्पञ्चाशद् वधस्तथा ।
षट्शती सप्तभिः क्षुण्णा ४२००
येषां तान्मे पृथग् वद ॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह योग इति । जात्यत्रास्रे दोः कोटिकर्णानां योगः षट्पञ्चाशत्, तथा येषां दोः कोटिकर्णानां वधः गुणनजफलं सप्तभिः क्षुण्णा गुणिता षट्शती भवेत् तान् दोः कोटिकर्णान् पृथक् मे वद ।

"अत्र कर्णः या १ । अस्य वर्गः याव १ । स एव भुजकोटिवर्गयोगः । अत्र दोःकोटिकर्णयोगे कर्णोने जाता भुजकोटियोगः या १ रू ५६ । तथा त्रयाणां घाते कर्णभक्ते जातो भुजकोटिवधः रू $\frac{४२००}{या १}$

अथ वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरं द्विघ्नघातसमानं स्यादिति वर्गयोगः याव १ । युतिवर्गः याव १ या ११२ रू ३१३६ । अनयोरन्तरं या ११२ रू ३१३६ । एतद्द्विघ्नघातस्यास्य रू $\frac{८४००}{या १}$ समभिति समच्छेदीकृत्य छेदगमे जातो पक्षौ

याव ११२ या ३१३६ रू ०।

याव ० या ० रू ८४००।

एतौ द्वादशाधिक-शतेनापवर्त्य शोधितौ जातौ—

याव १ या २८ रू ०

याव ० या ० रू ७५

एतौ ऋणरूपेण संगुण्य चतुर्द्दश वर्गसम-रूपाणि प्रक्षिप्य

मूले या १ रू १४

या ० रू ११

उक्तवच्छोधने कृते लब्धं यावत्तावन्मानं २५। अत्र विकल्पेन द्वितीयं कर्णमानमुत्पद्यते ३। एतदनुपपन्नत्वान्न ग्राह्यम्। अत्र त्रयाणां घातः ४२००। कर्ण २५ भक्तो जातो भुजकोटिवधः १६८। तथेयं भुजकोटियुतिः ३१। चतुर्गुणस्य घातस्येत्यादिना जातं दोःकोट्यन्तरं १७। योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्द्धित इत्यादिना जाते भुजकोटी ७।२४ एवं सर्वत्र, क्रियोपसंहारं कृत्वा मतिमद्भिः क्वापि युक्त्यैवोदाहरणमानीयते। अव्यक्तकल्पनया तु महती क्रिया भवति।"

अत्र युक्त्या नियमोऽयं सिद्ध्यति। भुजकोटिकर्णानां वधात्तेषां योगेन भक्ताद् यत् फलं, तेन वर्जितात् योगचतुर्थांशस्य वर्गात् पदं योग चतुर्थांशेन युक्तं कर्णः स्यात्।

अत्र मदुक्त सूत्रम्

दोः कोटि-कर्णाभिहतेश्च तेषां

योगाप्तकेनैव फलेन हीनात्।

योगाङ्घ्रि वर्गाम्मूलकं श्रुतिः स्याद्-
योगाङ्घ्रियुक्तं क्रिययाल्पयैव ॥

अत्रोदाहरणे दोः कोटि कर्णघातः ४२००। तेषां योगः ५६। भागफलं ७५। योगचतुर्थांशः १४ अस्य वर्गः १९६। १९६−७५=√१२१=११। १४+११=२५ कर्णमानं।

"इति भास्करीये वीजगणिते एकवर्ण सम्बन्धि-
मध्यमाहरणं समाप्तम्"

अथानेकवर्णं समीकरणं वीजम्।
यत्र सूत्रं सार्द्धवृत्तत्रयम्।

SIMULTANEOUS EQUATION

आद्यं वर्णं शोधयेदन्यपक्षा-
दन्यान् रूपाण्यन्यतश्चाद्यभक्ते।
पक्षेऽन्यस्मिन्नाद्य वर्णोन्मितिः स्याद्-
वर्णस्यैकस्योन्मितीनां बहुत्वे ॥१॥
समीकृतच्छेदगमे तु ताभ्य-
स्तदन्यवर्णोन्मितयः प्रसाध्याः।

अन्त्योन्मितौ कुट्टविधे र्गुणाप्ती
ते भाज्यतद्भाजकवर्णमाने ॥२॥
अनेयऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णा-
स्तन्मानमिष्टं परिकल्पय साध्ये ।
विलोमकोत्थापनतोऽन्यवर्णा-
मानानि भिन्नं यदि मानमेवम् ॥३॥
भूयः कार्य्यः कुट्टकोऽत्रान्त्यवर्णा
तेनोत्थाप्योत्थापयेद् व्यस्तमाद्यान् ।

अथानेकवर्ण-समीकरणं वीजं शालिन्योपजातिद्वयेन शालिनी-पूर्व्वार्द्धेनचोपदिशति । एतदाचार्य्येणैव सम्यग्-व्याख्यातमतोनास्माभिः कृतोयत्नः ।

इदमनेकवर्णसमीकरणं वीजं । यत्रोदाहरणे द्वित्रा-द्योऽव्यक्तराशयो भवन्ति, तेषां यावत्तावदादयो वर्णाः मानेषु कल्प्या स्तेऽत्र पूर्व्वाचार्य्यैः कल्पिताः । यावत्तावत्-कालक-नीलक--पीतक--लोहितक--हरितक-श्वेतक--चित्रक--कपिलक-पिङ्गलक-धूम्रक-पाटलक-शवलक-श्यामलक-मेचक इत्यादि । अथवा कादीन्यक्षराणि अव्यक्तानां संज्ञाः असङ्करार्थं कल्प्याः । अतः प्राग्वदुद्देशकालापवद् विधिं कुर्व्वता गणकेन पक्षौ समौ कार्य्यौ पक्षा वा समाः कार्य्याः । ततः सूत्रावतारोऽयं । तयोः

समयोरेकस्मात् पक्षादितर पक्षस्याद्यं वर्णं शोधयेत्। तदन्य-वर्णान् रूपाणि च इतरपक्षाच्छोधयेत्। तत आद्यवर्णशेषेणे-तरपक्षे भक्ते भाजकवर्णोन्मितिः। बहुषु पक्षेषु ययोर्ययोः साम्यमस्ति तयोरेवं कृते सति अन्या उन्मितयः स्युः। तत-स्तासून्मितिषु एकवर्णोन्मितयो यद्यनेकधा भवन्ति, ततस्तासां मध्ये द्वयोर्द्वयोः समीकृतच्छेदगमेनाद्यं वर्णं शोधयेदित्यादि-नान्यवर्णोन्मितयः स्युः। एवं यावत्तावत् सम्भवस्ततोऽन्त्यो-न्मितौ भाज्यवर्णे योऽङ्कः स भाज्यराशिः, यो भाजके स भाजकः रूपाणि क्षेपः। अतः कुट्टकविधिना यो गुण उत्पद्यते, तद्-भाज्यवर्णमानं, या लब्धिस्तद् भाजकवर्णमानं, तयोर्मानयो-र्दृढ भाज्य भाजकाविष्टेन वर्णेन गुणितौ क्षेपकौ कल्प्यौ। ततः स्वस्वमानेन सक्षेपेण पूर्ववर्णोन्मितौ वर्णावुत्थाप्य स्वच्छेदेन हरणे यल्लभ्यते तत् पूर्ववर्णस्य मानं, एवं विलोमकोत्थापन-तोऽन्यवर्णमानानि भवन्ति। यदि तु अन्त्योन्मितौ द्व्यादयो-वर्णा भवन्ति, तदा तेषामिष्टानि मानानि कृत्वा स्वस्वमानै-स्तानुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य कुट्टकः कार्यः। अथ यदि विलोम-कोत्थापने क्रियमाणे पूर्ववर्णोन्मितौ तन्मितिर्भिन्ना लभ्यते, तदा कुट्टकविधिना यो गुण उत्पद्यते स क्षेपः स भाज्यवर्ण-मानं, तेनान्तरवर्णमानेषु तं वर्णमुत्थाप्य पूर्वोन्मितिषु विलोम कोत्थापन-प्रकारेणान्यवर्ण-मानानि साध्यानि। इह यस्य वर्णस्य यन्मानमागतं व्यक्तमव्यक्तं व्यक्ताव्यक्तं वा तस्य मानस्य व्यक्ताङ्केन गुणने कृते तद्वर्णाक्षरस्य निरसनमुत्थापनमुच्यते।

उदाहरणानि

माणिक्यामलनीलमौक्तिकमितिरिति ॥१॥

"अत्र माणिक्यादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य, तद् गुण-रत्न संख्यां च कृत्वा रूपाणि च प्रक्षिप्य, समशोधनार्थं

न्यासः या ५ का ८ नो ७ रू ९०
या ७ का ९ नो ६ रू ६२

आद्यं वर्णं शोधयेदित्यादिना जाता यावत्तावदुन्मितिः ।

$$\frac{\text{का } \dot{१} \text{ नी } १ \text{ रू } २८}{\text{या } २}$$

इयमेकैव एकत्वादियमेवान्तराऽतोऽत्र कुट्टकः कार्यः । इह आद्ये वर्णद्वयं वर्त्ततेऽतो नीलकमानमिष्टं रूपं १ । कल्पितं अनेन नीलकमुत्थाप्य जातं $\frac{\text{का } \dot{१} \text{ रू } २६}{\text{या } २}$

अतः कुट्टक विधिना हरतष्टे धनक्षेपे इत्यादिना गुणाप्ती

क्षेपे पी २ रू १
पी $\dot{१}$ रू २४

अत्र शून्येन पीतकमुत्थाप्य जातानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १४।१।१ अथवैकेन पीतकेन १३।३।१ द्वाभ्यां वा १२।५।१ त्रिभिर्वा ११।७।१ एवमिष्टवशादानन्त्यम् ।

उदाहरणम्

एकोन्नवीति सम देहि शतमिति ॥२॥

"अत्र धने या १। का १। परधनाच्छतमपास्य पूर्व्वधने शतं प्रक्षिप्य जातं या १ रू १००। का १ रू १००। परधनादाद्यं द्विगुणमिति परधनेन द्विगुणेन समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः $\frac{\text{का २ रू ३००}}{\text{या १}}$।

पुनराद्यधनाद्दशस्वपनीतेषु परधने क्षिप्तेषु च जातं या १ रू १०
का १ रू १०

आद्यात् परः षड्गुण इति आद्यं षड्गुणं परसमं कृत्वा लब्धं यावत्तावदुन्मानं $\frac{\text{का १ रू ७०}}{\text{या ६}}$।

अनयोः कृतसमच्छेदयोश्छेदगमे समीकरणं, तत्रानेन वा एकवर्णत्वात् पूर्व्वबीजेनागतं कालकवर्णमानम् १७०। अनेन यावत्तावदुन्मानद्वयेऽपि कालकमुत्थाप्य रूपाणि प्रक्षिप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावदुन्मानं ४०।"

उदाहरणम्

अश्वाः पञ्चगुणाङ्गमङ्गलमिता-
येषां चतुर्णां धना-
न्युष्ट्राश्च द्विमुनिश्रुतिक्षितिमिता-
अष्टद्विभूपावकाः।

तेषामश्वतरा वृषा मुनिमही-
नेत्रेन्दुसंख्याः क्रमात्
सर्व्वे तुल्यधनाश्च ते वद
सपद्यश्वादिमौल्यानि मे ॥

अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह अश्वा इति। येषां चतुर्णां वणिजां क्रमेण पञ्च-गुणाङ्ग-मङ्गल-मिताः अश्वाः सन्ति। प्रथमस्य अश्वाः पञ्च, द्वितीयस्य त्रयः, तृतीयस्य षट्, चतुर्थस्य अष्टौ। तेषां क्रमेण द्वि-मुनि-श्रुति-क्षिति मिताः उष्ट्राः सन्ति; प्रथमस्योष्ट्रौ द्वौ, द्वितीयस्य सप्त, तृतीयस्य चत्वारः, चतुर्थस्य एकः। तथा तेषां अष्ट-द्वि-भू-पावकाः, अश्वतराः सन्ति। प्रथमस्याश्वतराः अष्ट, द्वितीयस्य द्वौ, तृतीयस्यैकः, चतुर्थस्य त्रयः। तेषां क्रमात् मुनि-मही-नेत्रेन्दु संख्याः वृषाश्च सन्ति; प्रथमस्य वृषाः सप्त, द्वितीयस्यैकः, तृतीयस्य द्वौ, चतुर्थस्यैकः। एवं ते सर्व्वे तुल्यधना जाताः तेषां अश्वादि-मौल्यानि मे मम सपदि शीघ्रं वद।

"अत्राश्वादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य तद्-गुण-गुणितायामश्वादि संख्यायां जातानि चतुर्णां धनानि—

या	५	का	२	नी	८	पी	७
या	३	का	७	नी	२	पी	१
या	६	का	४	नी	१	पी	२
या	८	का	१	नी	३	पी	१

एतानि समानीत्येषां प्रथम-द्वितीययोः साम्यकरणाल्लब्धा यावत्तावदुन्मितिः (का ५ नो ६̇ पो ६̇) / (या २) ।

द्वितीय तृतीययोरपि लब्धा यावत्तावदुन्मितिः—

(का ३ नो १ पो १̇) / (या ३) ।

एवं तृतीयचतुर्थयोः (का ३ नो २̇ पो १) / (या २) ।

पुनरासां मध्ये प्रथम द्वितीययोः समीकृत-छेदगमे साम्यकरणेन लब्धा कालकोन्मितिः (नो २० पो १६) / (का ८) ।

एवं द्वितीय तृतीययोरपि (नो ८ पो ५̇) / (का ३) ।

अनयोः समच्छेदीकृतयोः साम्यकरणेन लब्धं नीलकमानं (पो ३१) / (नी ४) ।

अन्त्योन्मितौ कुट्टविधेर्गुणाप्तौ इति कुट्टककरणेन लब्धो गुणकः सक्षेपः लो ४ रू ० एतत् पीतकमानं, लब्धिः लो ३१ रू ० एतन्नीलकमान। * कालकोन्माने (नो २० पो १६) / (का ८) । नीलकपीतकौ स्वस्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं कालकमानं लो ७६ रू ०। अथ यावत्तावन्माने कालकादीन्

---

* क्षेपाभावाल्लब्धिगुणौ ० लोहितकमेकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिना गुणलब्धी क्रमेण पीतक-नीलकमाने भवतः।

स्वस्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावन्मानं लो ८५ रू ०। लोहिते रूपेणेष्टेनोत्थापिते जातानि यावत्तावदादीनां परिमाणानि ८५ । ७६ । ३१ । ४ द्विकेनेष्टेन १७०।१५२।६२।८। त्रिकेण २५५।२२८।९३।१२।

एवमिष्टवशादानन्त्यम्।"

उदाहरणम्

त्रिभिः पारावताः पञ्च पञ्चभिः सप्त सारसाः।
सप्तभिर्नव हंसाश्च नवभिर्बर्हिणां त्रयम् ॥

द्रम्मैरवाप्यते द्रम्मशतेन शतमानय।
एषां पारावतादीनां विनोदार्थं महीपतेः ॥

अत्रोदाहरणान्तरमनुष्टुब् द्वयेनाह, त्रिभिरिति। त्रिभिः द्रम्मैः पञ्च पारावताः पञ्चभिः द्रम्मैः सप्त सारसाः, सप्तभिर्द्रम्मैः नव हंसाश्च अवाप्यन्ते। नवभिर्द्रम्मैः बर्हिणां मयूराणां त्रयं च अवाप्यते। एवं सति द्रम्मशतेन महीपतेर्विनोदार्थं एषां पारावतादीनां शतमानय।

"अत्र पारावतादीनां मौल्यानि मूल्यगुणित-यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य, ततोऽनुपातेन समक्रिया कार्या। तद् यथा

या ३ का ५ नी ७ पी ९। एतानि मौल्यानि शतसमानि कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं का ५̇ नी ७̇ पी ९̇ रू १००
या ३

पुनः या ५ का ७ नी ९ पी ३ एतान् जीवान् शतसमान् कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं का ७̇ नी ९̇ पी ३̇ रू १००
या ५

अनयोः कृतसमच्छेदयोश्छेदगमे न्यासः—

का २५̇ नो ३५̇ पी ४५̇ रू ५००

का २१̇ नी २७̇ पी ९̇ रू ३००

साम्यकरणेनापवर्त्तनेन च लब्धं कालकमानं

नी २̇ पी ९̇ रू ५०
का १

अत्र भाज्ये वर्णद्वयं वर्त्तते इति पीतकमानमिष्टं रूपचतुष्टयं कल्पितं, अनेन पीतकमुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य जातं कालकमानं नी २̇ रू १४
का १

कुट्टकविधिना * लब्धिगुणौ सक्षेपौ लो २̇ रू १४ = का १
लो १ रू ० = नी।

---

* क्षेपः शुद्ध्येद्धरोद्धृतो ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हार-हृतः फलमिति लब्धिगुणौ १४ लोहितकमिष्टं प्रकल्प्य, इष्टाहत-स्वस्वहरेणेति नीलकमानं लो १। कालकमानं लो २̇ रू १४।

यावत्तावदुन्माने $\frac{\text{का ५̇ नी ७̇ पी ६̇ रू १००}}{\text{३}}$ स्वस्वमानेन

कालकादीनुत्थाप्य

$$\left(\frac{\text{लो १० रू ७०̇ लो ७̇ रू २६̇ रू १००}}{\text{३}} = \frac{\text{लो ३ रू ६̇}}{\text{३}} \right)$$

स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावन्मानं लो १ रू २̇। लोहि-तकमिष्टेन रूपत्रयेणोत्थाप्य; जातानि यावत्तावदादीनां मानानि १।८।३।४। एभिर्मौल्यानि जीवास्वोत्थापिताः—

मौल्यानि ३ । ४० । २१ । ३६

पक्षिणः ५ । ५६ । २७ । १२

अथवा चतुष्केणेष्टेन यावत्तावदादीनां मानानि २।६।४। ४

उत्थापिते जातं मौ ६ । ३० । २८ । ३६

प १० । ४२ । ३६ । १२

अथवा पञ्चकेन मानानि ३ । ४ । ५ । ४ ।

एभिरुत्थापने कृते जातं मौ ९ । २० । ३५ । ३६

प १५ । २८ । ४५ । १२

एवमिष्टवशादनेकधा ।"

प्रकारान्तरेण प्रदर्श्यते—

पारावत-सारस-हंस-मयूराणां क्रमेण मौल्यानि या, का, नी, पी । अतोऽनुपातेनैषां संख्याः क्रमेण $\frac{\text{या ५}}{\text{३}}$, $\frac{\text{का ७}}{\text{५}}$, $\frac{\text{नी ९}}{\text{७}}$, $\frac{\text{पी}}{\text{३}}$ । एषां योगः शतमिति न्यासः—

$$\frac{५ \text{ या}}{३} + \frac{७ \text{ का}}{५} + \frac{९ \text{ नो}}{७} + \frac{\text{पो}}{३} = १००$$

$$= \frac{१७५ \text{ या} + १४७ \text{ का} + १३५ \text{ नो} + ३५ \text{ पो}}{१०५} = १००$$

१७५ या = १०५०० − १४७ का − १३५ नो − ३५ पो।

$$\text{या} = \frac{१०५०० - १४७ \text{ का} - १३५ \text{ नो} - ३५ \text{ पो}}{१७५}।$$

मौल्ये च या + का + नो + पो = १००।

या = १०० − का − नो − पो।

$$\therefore \frac{१०५०० - १४७ \text{ का} - १३५ \text{ नो} - ३५ \text{ पो}}{१७५}।$$

= १०० − का − नो − पो।

१०५०० − १४७ का − १३५ नो − ३५ पो

= १७५०० − १७५ का − १७५ नो − १७५ पो।

तर्हि २८ का = − ४० नो − १४० पो + ७०००

७ का = − १० नो − ३५ पो + १७५०

$$\therefore \text{का} = \frac{-१० \text{ नो} - ३५ \text{ पो} + १७५०}{७}।$$

भाज्ये वर्णद्वयमस्तीति पीतकमानं त्रयस्त्रिंशत् समं कल्पितम् अतः $\text{का} = \frac{-१० \text{ नो} - ३५ \times ३३ + १७५०}{७}$

$$= \frac{-१० \text{ नो} - ११५५ + १७५०}{७} = \frac{-१० \text{ नो} + ५९५}{७}.$$

अन्योन्मिती कुट्टकार्थं न्यासः। $\frac{\text{भा} - १० \text{ क्षे } ५९५}{\text{हा } ७}$

यथोक्तक्रियया क्षेपो हारहृतः फलमिति लब्धिगुणौ ८५। इष्टा-

०

हतेत्यादिना लोहितकेनेष्टेन गुणः = ७ लो।

लब्धिः = −१० लो + ८५

∵ नी = ७ लो। का = −१० लो + ८५। पो = ३३।

या = १०० − का − नी − पो। एभिरुत्थापनेन

या = ३ लो − १८

का = −१० लो + ८५

नी = ७ लो

पी = ३३ । लोहितकं ७ सप्तमितं प्रकल्प्य

या = ३। का = १५। नी = ४९। पो = ३३।

३ + १५ + ४९ + ३३ = १०० मौल्यानि।

पारावत संख्या = $\frac{५ \times ३}{३}$ = ५।

सारस संख्या = $\frac{७ \times १५}{५}$ = २१।

हंस संख्या = $\frac{९ \times ४९}{७}$ = ६३।

मयूर संख्या = $\frac{३ \times ३३}{९}$ = ११।

एषां योगः = ५ + २१ + ६३ + ११ = १००।

एवं लोहितक मानस्येष्टवशाद् बहुधा।

उदाहरणम्

षड्भक्तः पञ्चाग्रः पञ्चविभक्तो भवेच्चतुष्काग्रः ।
चतुरुद्धृतस्त्रिकाग्रो द्व्यग्रस्त्रिसमुद्धृतः कः स्यात् ॥

अथ भूयः कार्य्यः कुट्टक इत्यस्योदाहरणमार्य्ययाह षड्भक्त इति । यः राशिः षड्भक्तः पञ्चाग्रः पञ्चशेषः स्यात्, पञ्चविभक्तः चतुष्काग्रः चतुः शेषः भवेत्, चतुरुद्धृतः चतुर्भिर्भक्तः त्रिकाग्रः त्रिशेषः स्यात्, त्रिसमुद्धृतः त्रिभिर्भक्तस्य द्व्यग्रः द्विशेषः स्यात् स राशिः कः ?

"अत्र राशिः या १ । अयं षड्भक्तः पञ्चाग्र इति षड्भिर्भागे क्रियमाणे कालको लभ्यते इति कालकगुणितो हरः स्वाग्रेण पञ्चकेन युतो यावत्तावता सम इति साम्य करणेन यावत्तावदुन्मितिः $\frac{\text{का ६ रू ५}}{\text{या १}}$ । एवं पञ्चादि हरेषु नीलकादयो लभ्यन्त इति जाता यावत्तावदुन्मितयः $\frac{\text{नी ५ रू ४}}{\text{या १}}$ ।

$\frac{\text{पी ४ रू ३}}{\text{या १}}$ । $\frac{\text{लो ३ रू २}}{\text{या १}}$ ।

आसां प्रथमद्वितीययोः समीकरणेन लब्धा कालकोन्मितिः $\frac{\text{नी ५ रू }\dot{\text{१}}}{\text{का ६}}$ ।

एवं द्वितीय तृतीययोः समीकरणेन लब्धा नीलकोन्मितिः $\frac{\text{पी ४ रू }\dot{\text{१}}}{\text{नी ५}}$ ।

एवं तृतीयचतुर्थयोः समीकरणेन लब्धा पीतकोन्मितिः

$\frac{\text{लो ३ रू १}}{\text{पी ४}}$ ।

अतः कुट्टकाल्लब्धे लोहितक पीतकयोर्माने सक्षेपे *

ह ४ रू ३ = लो

ह ३ रू २ = पी

नीलकोन्माने स्वमानेनोत्थाप्य जातं $\frac{\text{ह १२ रू ७}}{\text{नी ५}}$ ।

अत्र स्वच्छेदेन हरणे नीलकमानं भिन्नं लभ्यते। इत्यभिन्नं कर्त्तुं $\frac{\text{ह १२ रू ७}}{\text{नी ५}}$ इत्यस्य भूयः कार्य्यः कुट्टक इति पुनः

कुट्टकात् † सक्षेपो गुणः श्वे ५ रू ४। एतद्धरितकमानम्। अनेन लोहितक-पीतकयोर्माने हरितकमुत्थाप्य जाते लोहितक पीतकयोर्माने—

श्वे २० रू १९ = लो।

श्वे १५ रू १४ = पी।

इदानीं नीलकोन्माने पीतकं स्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं नीलकमानमभिन्नं श्वे १२ रू ११। अनेन कालकमाने नीलकं स्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं कालकमानं श्वे १० रू ९।

---

* लब्धिगुणौ २। हरितकमिष्टं प्रकल्प्येष्टाहतेत्यादिना लब्धिगुणौ साध्यौ। ३

† लब्धिगुणौ ११ श्वेतकमिष्टं प्रकल्प्य, इष्टाहतेत्यादिना लब्धिगुणौ साध्यौ। ४

एभिर्मानैर्यावत्तावदुन्मितिषु कालकादीनुत्थाप्य लब्धं यावत्तावन्मानं श्वे ६० रू ५८।

एवं यावत्तावदादीनां मानानि—

श्वे ६० रू ५८=या

श्वे १० रू ८=का

श्वे १२ रू ११=नी

श्वे १५ रू १४=पी

श्वे २० रू १९=लो

अत्र श्वेतकस्य शून्यं व्यक्तमानं प्रकल्प्य यावत्तावदादीनां क्रमेण मानानि ५८।८।११।१४।१९।

एकेनेष्टेन मानानि ११८।१८।२३।२९।३९।

एवमिष्टवशाद्बहुधा।

अथवा षड्भक्तः पञ्चाग्र इति प्राग्वज्ज्ञातो राशिः का ६ रू ५। अयमेव पञ्च. हृतश्चतुरग्र इति लब्धं नीलकं प्रकल्प्य तद्गुणितहरेण स्वाग्रयुतेन नी ५ रू ४। समीकरणेन जातं $\frac{\text{नी ५ रू १}}{\text{का ६}}$ एतत्कालकमानं भिन्नं लभ्यते इति कुट्टकेना * भिन्नं कालकोन्मानं पी ५ रू ४। अनेन पूर्वराशिं का ६ रू ५ उत्थाप्य जातं पी ३० रू २९। पुनरयं चतुर्भक्तस्त्र्यग्र- इति प्राग्वत् साम्ये कृते जातं $\frac{\text{लो ४ रू २६}}{\text{पी ३०}}$।

---

* लब्धिगुणौ $\frac{४}{५}$ पीतकमिष्टं प्रकल्प्य कालकमानं साध्यम्।

अत्रापि कुट्टकाल्लब्धं * पीतकमानं ह २ रू १। अनेन पी ३० रू २८ पूर्व्वराशौ वुत्थापिते जातो राशिः ह ६० रू ५८। पुन रयं त्रिभक्तो द्व्यग्र इति स्वत एव जातः, शून्यैकद्व्याद्युत्थापनाद्बहुधा।"

अत्र बापुदेवशास्त्रिकृतं सूत्रम्

भाजकानां लघुतमापवर्त्त्यो रूपवर्ज्जितः।
राशिः स्यादिष्टगुणिताऽपवर्त्त्याढ्यस्त्वनेकधा॥

भास्करोदाहरणे न्यासः। भाजकाः ६।५।४।३। एषां लघुतमापवर्त्त्यः ६०। ६०−१=५८ राशिः। वा ५८+६० =११८ वा ११८+६०=१७८ इत्यादि।

अत्र विशेषः

एकोना भाजकाः शेषतुल्यास्तदुक्तवद् विधिः।
इष्टोनाः शेषतुल्याश्चेत् तदा चेष्टेन वर्ज्जितः॥
भाजकानां लघुतमापवर्त्त्यो राशिरीरितः।
शेषाण्येवतु तुल्यानि पृष्टान्युद्देशकेन चेत्॥
राशिर्भवेल्लघुतमापवर्त्त्यः शेषयुक् तदा।
सर्व्वत्रैवेष्ट गुणितापवर्त्त्याढ्यस्त्वनेकधा॥

---

* भाज्यभाजक क्षेपान् द्वाभ्यामपवर्त्त्य, कुट्टकालब्धिगुणौ १। हरितकमिष्टं प्रकल्प्य पीतकमानं साध्यम्।

अत्रोदाहरणे

नवभक्तोऽद्रिशेषो यो गजभक्तः षडग्रकः ।
षड्भक्तश्चतुरग्रः स्यात् कः स राशिर्निगद्यताम् ॥
योऽर्कैर्दशभिरष्टाभिर्नवभिश्च हृतः पृथक् ।
त्र्यग्र एव भवेद् राशिः स क इत्युच्यतां द्रुतम् ॥

अत्र प्रथमोदाहरणे भाजकाः ९ । ८ । ६ इष्टेन हीनाः ७ । ६ । ४ शेषतुल्याः इति भाजकानां लघुतमापवर्त्त्यः ७२ इष्टेन २ हीनः ७० अयं राशिः । वा ७० + ७२ = १४२ । १४२ + ७२ = २१४ । इत्यादि ।

अत्र द्वितीयोदाहरणे भाजकाः १२ । १० । ८ । ९ । तुल्यशेषं ३ । अतः भाजकानां लघुतमापवर्त्त्यः ३६० शेषेण ३ युतः ३६३ अयं राशि । वा ३६३ + ३६० = ७२३ वा ७२३ + ३६० = १०८३ इत्यादि ।

उदाहरणम्

सुराः पञ्चसप्तनवभिः क्षुण्णेषु हृतेषु केषु विंशत्या ।
रूपोत्तराणि शेषाण्यवाप्तयश्चापि शेषसमाः ॥

अथान्यदुदाहरणमार्य्ययाह स्युः पञ्चेति। केषु राशिषु पञ्च-सप्त-नवभिः पृथक् गुणितेषु सर्व्वत्र द्विंशत्या हृतेषु रूपोत्तराणि शेषाणि स्युः। प्रथमशेषाद् द्वितीयमेकाधिकं द्वितीयशेषात्तृतीयं पुनरेकाधिक मितिभावः। तत्र अवाप्तयः लब्धयश्च शेषसमाः इति राशीन् वद।

"अत्र शेषाणि या १। या १ रू १। या १ रू २। एताएव लब्धयः। कल्पितः प्रथमो राशिः का १। अस्मात् पञ्चगुणिताद् राशेर्लब्धि या १ गुणं हर २० मपास्य जातं शेषं का ५ या २॰। एतद् यावत्तावत् समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः $\frac{\text{का ५}}{\text{या २१}}$।

अथ द्वितीयो राशिः नी १। अस्मात् सप्तगुणाल्लब्धिरूपाधिक यावत्तावद् या १ रू १ गुण हर २० मपास्य जातं नी ७ या २॰ रू २॰। एतदस्य या १ रू १ शेषस्य समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः $\frac{\text{नी ७ रू २१}}{\text{या २१}}$।

एवं तृतीयः पो १। अस्मान्नवगुणाल्लब्धि या १ रू २ गुणहर २० मपास्य शेषं पी ८ या २॰ रू ४॰। इदमस्य या १ रू २ समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः $\frac{\text{पी ८ रू ४२}}{\text{या २१}}$।

आसां प्रथमद्वितीययोर्द्वितीयतृतीययोश्च साम्यकरणेन लब्धे कालकनीलकयोरुन्मितो $\frac{\text{नी ७ रू २॰}}{\text{का ५}}$। $\frac{\text{पी ८ रू २१}}{\text{नी ७}}$।

अत्र नीलकोन्मितौ कुट्टकेन* नीलकमानं लो ८ रू ६। पीतकमानं लो ७ रू ७ कृत्वा कालकोन्मितौ नीलकं स्वमानेनोत्थापिते कालकमानं भिन्नं $\frac{६३ \text{ लो रू } २१}{५}$ लभ्यते इति कुट्टकेनाभिन्ने कालक लोहितयोर्माने † ह ६३ रू ४२ = का।
ह ५ रू ३ = लो।

अत्र नीलकपीतकयोर्लोहितके स्वमानेनोत्थापिते जाते तन्माने ह ४५ रू ३३ = नी।
ह ३५ रू २८ = पी।

यथाक्रमेण न्यासः

ह ६३ रू ४२ = का
ह ४५ रू ३३ = नी
ह ३५ रू २८ = पी

अथ यावत्तावदुन्मितिषु कालकादीन् स्वस्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावन्मानं ह १५ रू १०। अत्र शेष समे फले नहि शेषं भागहाराधिकं भवितुमर्हति। अतो-हरितकं शून्येनैवोत्थाप्य जाता राशयः ४२। ३३। २८। अग्राणि च १०। ११। १२ एता एव लब्धयः।"

---

* लब्धिगुणौ ६/० । लोहितकमिष्टं प्रकल्प्य क्रमेण नीलक-पीतकमाने भवतः।

† लब्धिगुणौ ४२/२ । हरितकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहतेत्यादिना लब्धिगुणौ भवेताम्।

उदाहरणम्

एकाग्रो द्विहृतः कः स्याद्
द्विकाग्रस्त्रिसमुद्धृतः ।
त्रिकाग्रः पञ्चभिर्भक्त-
स्तद्वदेव हि लब्धयः ॥

उदाहरणान्तरमनुष्टुभाह एकाग्र इति। कः राशिः द्विहृतः सन् एकाग्रः एकशेषः स्यात्, स एव राशिः त्रि-समुद्धृतः त्रिभिर्भक्तः द्विकाग्रः स्यात्, पञ्चभिर्भक्तः त्रिकाग्रः स्यात्, तत्र लब्धयोऽपि तद्वदेव स्युः ; यत्र राशिर्द्विहृतो एकाग्रः स्यात्, तत्र लब्धिरपि द्विहृता एकाग्रा स्यात्, यत्र त्रिहृतो राशिर्द्विकाग्रो भवेत्, तत्र लब्धिरपि त्रिहृता द्विकाग्रा; यत्र राशिः पञ्चभक्त स्त्रिकाग्रस्तत्र लब्धावपि पञ्चभक्तायां त्रयः शिष्यन्त इत्यर्थः। तं राशिं वदेति भावः।

"अत्र राशिः या १। अयं द्विहृत एकाग्र इति तत्, फलञ्च द्विहृतमेकाग्रमिति फलप्रमाणं का २ रू १। एतद्‌गुणं हरं स्वाग्रेण युतं तस्य या १ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं का ४ रू ३। असंग्रकालापो घटते। पुनरपि त्रिहृतो द्व्यग्र इति तत्फलञ्च नो ३ रू २। एतद्‌गुण-हरमययुतञ्च नो ९ रू ८ इदमस्य का ४ रू ३ सम कृत्वा कालकमानं $\frac{\text{नो ९ रू ५}}{४}$

-मिष्टं कुट्टकेनाभिन्नं* जातं पी ८ रू ८। अनेन कालक-मुत्थाप्य जातो राशिः पी ३६ रू ३५। अस्यालापद्वयं घटते। पुनरयं पञ्चभक्तस्त्र्यग्र इति तत्फलञ्च लो ५ रू ३। इदं हर-गुणमग्रयुतं अस्य पी ३६ रू ३५। समं कृत्वा पीतकमानं भिन्नं $\frac{\text{लो २५ रू १७}}{\text{३६}}$ स्यादित्यभिन्नार्थं कुट्टकेनाभिन्नं† कृत्वा जातं पीतकमानं ह २५ रू ३। अनेन पीतकमुत्थाप्य जातो-राशिः ह ९०० रू १४३। हरितकस्य शून्यादिनोत्थापने-नानेकविधा।"

उदाहरणम्

कौ राशी वद पञ्चषट्कविहृता-
वेकद्विकाग्रौ ययो-
र्द्व्यग्रं त्र्युद्धृतमन्तरं नवहृता
पञ्चाग्रका स्याद् युतिः।

---

* लब्धिगुणौ ८। पीतकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहतेत्यनेन जातं कालकमानं
३

† लब्धिगुणौ ३। हरितकमिष्टं प्रकल्प्य, इष्टाहतेत्यनेन पीतकमानं।
५

घातः सप्तहृतः षड़ग्र इति तौ
षट्काष्टकाभ्यां विना
विद्वन् कुट्टकवेदिकुञ्जरघटा-
संघट्टसिंहोऽसि चेत् ॥

अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह कौ राशीति। अहो विद्वन्! त्वं चेत कुट्टकवेदि-कुञ्जरघटा-संघट्ट-सिंहः असि कुट्टकवेदिनः एव कुञ्जरघटाः हस्तिसमूहाः तेषां संघट्टे संघर्ष-विषये सिंहतुल्योऽसि, तदा कौ राशी पञ्चषट्क विहृतौ क्रमेण एक-द्विकाग्रौ भवतः। ययोः राश्योः अन्तरं त्र्युद्धृतं त्रिभि-र्भक्तं द्वयग्रं द्विशेषं स्यात्। ययोर्युतिः नवहृता एकाग्रका स्यात्। ययोर्घातः सप्तहृतः सन् षड़ग्र इति स्यात्। षट्काष्ट-काभ्यां विना आलापेन प्रसिद्धाभ्यां षट्काऽष्टकाभ्यां विना तौ राशी वद।

"अत्र कल्पितौ राशी पञ्चषट्क विहृताविव-द्विकाग्रौ या ५ रू १। या ६ रू २। अनयोरन्तरं त्रिहृतं द्वयग्रमिति लब्धं कालकः, तद्‌ गुणहरमग्रयुतं अन्तरेणानेन या १ रू १ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं का ३ रू १। अनेनोत्थापितौ जातौ राशी का १५ रू ६। का १८ रू ८। पुनरनयोर्युतिर्न व-हृता पञ्चाग्रेति लब्धं नीलकः। तद्‌ गुणहरमग्रयुतं योगस्यास्य का ३३ रू १४ समं कृत्वा कालकमानं भिन्नं $\frac{\text{नी ८ रू ६}}{\text{का ३३}}$

कुट्टकेनाभिन्नं * जातं पी ३ रू ०। अनेनोत्थापितौ जातौ राशी पी ४५ रू ६। पी ५४ रू ८। पुनरनयोर्घाते वर्गत्वान्मइतो क्रिया भवतीति पोतकमेकेनोत्थाप्य प्रथमो राशिर्व्यक्त-एव कृतः ५१। पुनरनयोः सप्ततष्टयोर्घातः सप्ततष्टः † पी ३ रू २। समं कृत्वा प्राग्वत् कुट्टकेनाप्तं ‡ पीतकमानं ह ७ रू ६। अनेनोत्थापितौ जातौ राशिः ह ३७८ रू ३३२। पूर्व्वं राशेः क्षेपः पी ४५। आसीत् स हरितकेनानेन ह ७ गुणित-स्तस्य क्षेपः ¶ स्यादिति जातः प्रथमो राशिः ह ३१५ रू ५१। हरितकं शून्येनोत्थाप्य जातौ राशो ५१। ३३२।

अथवा प्रथममेकं व्यक्तं प्रकल्प्य द्वितोयः साध्यो वा जातौ राशो रू ५१। स्वे १२६ रू ८०।"

तत्र क्रिया प्रदर्श्यते—

कल्पितौ राशो ५१। या १।

---

* भाज्य हार-क्षेपान् त्रिभिरपवर्त्त्य कुट्टकेन लब्धिगुणौ ०। पीतक इष्टः कल्पितः।
                                                          १

† $$\frac{\text{५१ (५४पी + ८)}}{\text{७}} = \frac{\text{२(५ पी + १)}}{\text{७}} = \frac{\text{३पी + २}}{\text{७}}$$

‡ लब्धिगुणौ ६ हरितकमिष्टं प्रकल्प्य पीतकमानं साध्यम्।
                  २

¶ पी = १ इति कल्पित मिदानीं पी = ७ ह + ६ आगतम्। तत्र + ६ इति पूर्व्वमेव गृहीतं अतः १ : ४५ : ७ ह : ३१५ ह।

∴ ह ३१५ प्रथमराशिक्षेपस्तदा प्रथमराशिः ह ३१५ रू ५१

"या" अयं षड्भक्तो द्व्यग्रस्तत्र लब्धिः कालक इति

या $=$ ६ का $+$ २

राश्योरन्तरम् $=$ ६ का $+$ २ $-$ ५१ $=$ ६ का $-$ ४८ ।

अन्तरं त्रिभक्तं द्व्यग्रं तत्र लब्धिः नो ।

अतः ६ का $-$ ४८ $=$ ३ नो $+$ २ । ६ का $=$ ३ नो $+$ ५१ ।

$\therefore$ का $= \frac{\text{नो} \times १७}{२}$ । कुट्टकेन लब्धिगुणौ $\overset{८}{१}$ । "पो" इष्टं

प्रकल्प्य लब्धिः $=$ पो $+$ ८ । गुणः $=$ २ पो $+$ १ ।

$\therefore$ का $=$ पो $+$ ८ । नो $=$ २ पो $+$ १ ।

पूर्वसिद्धं राश्यन्तरं कालकमानेनोत्थाप्य

६ का $-$ ४८ $=$ ६ पो $+$ ५४ $-$ ४८ $=$ ६ पो $+$ ५ ।

राश्यन्तरं प्रथमराशौ संयुज्य द्वितीयो राशिः स्यादिति

द्वितीयराशिः $=$ ६ पो $+$ ५ $+$ ५१ $=$ ६ पो $+$ ५६ ।

अतो राश्योर्योगः $=$ ६ पो $+$ ५६ $+$ ५१ $=$ ६ पो $+$ १०७ ।

अयं नव भक्तः पञ्चाग्रस्तत्र लब्धिः लो ।

$\therefore$ ६ पो $+$ १०७ $=$ ९ लो $+$ ५

६ पो $=$ ९ लो $-$ १०२ । २ पो $=$ ३ लो $-$ ३४

पो $= \frac{\text{३ लो} - ३४}{२}$ । क्षेपः शुद्धे इरोद्धृत इति कुट्टकाल्लब्धिः

$=$ $-$ १७ । गुणः $=$ ० ।

हरितकमिष्टं प्रकल्प्य—

लब्धिः $=$ पोमानं $=$ ३ ह $-$ १७ । गुणः $=$ लो $=$ २ ह ।

पीतकमानेनोत्थाप्य द्वितीयराशिः $=$ ६ पो $+$ ५६

= ६ (३ ह − १७) + ५६ = १८ ह − ४६ ।

राश्योर्घात: = ५१ (१८ ह − ४६)   लाघवादादावेव सप्तशेषितयो र्घात: कृत इति २ (४ ह − ४) = ८ ह − ८ पुनः सप्त तष्टः १ ह − १ । अयं सप्तभक्त: षड्ग्र: स्तत्र लब्धि: श्वेतक: । ∴ १ ह − १ = ७ श्वे + ६ । ह = ७ श्वे + ७

हरितकमानेन द्वितीयराशिरुत्थाप्य   १८ ह − ४६ = १८ (७ श्वे + ७) − ४६ = १२६ श्वे + ८० । श्वेतकं शून्यं प्रकल्प्य द्वितीयराशि: = ८० । प्रथम: स एव ५१ ।

उदाहरणम्

नवभि: सप्तभि: क्षुण्ण: कोराशि स्त्रिंशता हृत: ।
यदग्रैक्यं फलैक्याढ्यं भवेत् षड्‌विंशतेर्मितम् ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टभाह नवभिरिति । क: राशि: नवभि: सप्तभिश्च पृथक् क्षुण्ण: गुणित:, उभयत्र त्रिंशता हृत:, यदग्रैक्यं जायते तत्, फलैक्याढ्यं फलयोरैक्येन युक्तं सत् षड्‌विंशतेर्मितं भवेत् स राशि: क: ?

"अत्रैकहरत्वाच्छेषयो: फलयोर्युतिदर्शनाच्च गुण-योगो-गुणक: कल्पित: रू १६ । राशि: या १ । लब्धैक्य प्रमाणं कालकस्तद्गुणितं हरं गुण-गुणिताद् राशेरपास्य जातं शेषं या १६ का ३० । एतत् फलेन कालकेन युतं या १६ का २९ ।

षड़्विंशति समं कृत्वा * कुट्टकेन प्रागवज्जातं यावत्तावन्मानं नी २८ रू २७। अत्र लब्ध्यग्र योगस्यैकता-निर्द्दिशात् क्षेपो-न·देय:।"

उदाहरणम्

कस्त्रिसप्तनवक्षुण्णो राशिस्त्रिंशद् विभाजितः।
यदग्रैक्यमपि त्रिंशद्धृतमेकादशाग्रकम्॥

उदाहरणान्तरमनुष्टुभाह कस्त्रिसप्तेति। क: राशि: त्रि-सप्त-नवभि: पृथक् क्षुण्ण: सर्व्वत्र त्रिंशद्विभाजित: यदग्रैक्यं त्रयाणां अग्राणां यदैक्यं योग स्तदपि त्रिंशद्धृतं एकादशाग्रकं स्यादिति तं राशिं वद।

"अत्रापि गुणयागो गुण: प्रागवत् रू १९। राशि: या १। लब्धं कालक: १ एतद्गुणं हरं का ३० गुण गुणिताद् या १९ राशेरपास्य शेषं या १९ का ३०। एतदग्रैक्यं त्रिंशत्तष्टमेव। तत: प्रथमालापे द्वितीयालापस्यान्तर्भूतत्वादिदमेवैकादशसमं कृत्वा प्रागवज्जातो राशि: नी ३० रू २९।". †

---

* या = $\frac{\text{२६ का + २६}}{\text{१६}}$ कुट्टकालब्धिगुणौ २७ नीलकः इष्ट: कल्पित स्तेन $\frac{\text{}}{\text{१४}}$

या = २६नी + २७। का = १६ नी + १४। नी = ० शून्यं मत्वा या = २७। का = १४।

† १६ या — ३० का = ११।

अत: या = $\frac{\text{३०का + ११}}{\text{१६}}$। कुट्टकालब्धिगुणौ २६। नीलकमिष्टं प्रकल्प्य $\frac{\text{}}{\text{१८}}$

लब्धिरूपं यावत्तावन्मानं साध्यम्। स एव राशिरिति नी ३० रू २६।

उदाहरणम्

कस्त्रयोविंशतिघ्नः षष्ट्याऽशीत्या हृतः पृथक् ।
यदग्रैक्यं शतं दृष्टं कुट्टकज्ञ वदाशु तम् ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह, कस्त्रयोविंशतीति । कः राशिः त्रयोविंशति घ्नः पृथक् षष्ट्या अशीत्या च हृतः तत्र यदग्रैक्यं तत् शतं दृष्टं. हे कुट्टकज्ञ ! तं राशिं आशु वद ।

अत्र सूत्रं वृत्तम्

अत्रैकाधिकवर्णस्य भाज्यस्थस्येप्सिता मितिः ।
भागलब्धस्य नो कल्प्या क्रिया व्यभिचरेत्तया ॥

अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मानमिष्टं परिकल्प्य साध्य इत्यस्य व्यभिचार प्रदर्शनार्थं सूत्रमनुष्टुभाह, अत्रैकाधिकेति । अत्र यत्र भाज्ये अन्येऽपि वर्णाः सन्ति एवम्विधे कुट्टके भाज्यस्थस्य एकाधिकवर्णस्य एको योऽधिकवर्णः कुटकोपयुक्त-वर्णादधिकवर्णस्तस्य, भागलब्धस्य च ईप्सिता मितिः अभीष्टं मानं नो कल्प्या, तया मित्या क्रिया व्यभिचरेत् ।

उपपत्तिः

पूर्व्वोक्तोदाहरणेनात्र युक्तिः प्रदर्श्यते—

कल्पितो राशिः या १। प्रश्नतः $\frac{\text{या} \times २३}{६०}$ = का + प्रशे।

∴ या २३ − ६० का = प्रशे। एवं $\frac{\text{या} \times २३}{८०}$ = नी + द्विशे।

∴ या २३ − ८० नी = द्विशे।

प्रशे + द्विशे = १००।

∴ या २३ − ६० का + या २३ − ८० नी = १००।

या ४६ − ६० का − ८० नी = १००।

या ४६ = १०० + ६० का + ८० नी

या २३ = ५० + ३० का + ४० नी।

$$\text{या} = \frac{५० + ३० \text{ का} + ४० \text{ नी}}{२३}।$$

अत्र कुट्टकार्थं अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मान-मिष्टं परिकल्प्य साध्ये इति कालकनीलकयोरेकस्य व्यक्तमान-कल्पने बहुधा यावत्तावन्मानं स्यादित्ययुक्तं यतोऽत्र प्रथम शेष-मानं यदि धनात्मकं स्यात्तदा २३ या इदं ६० अस्मादधिकं अतः या इदं $\frac{६० \text{ का}}{२३}$ अस्मादधिकम्।

अथच शेषं भाजकादल्पमेव स्यादिति या इदं ६० अस्मा-दल्पं, अतो यावत्तावन्मानं नानेकधा युक्तम्।

"अतोऽन्यथा यतितव्यम्—

अत्र स्वस्व भागहारान्यूने शेषे यथा भवतः यथा च खिलं न स्यात्तथा शेषयोगं विभज्य कल्पिते शेषे ४० । ६० । राशिः या १ । एष त्रयोविंशति गुणः षष्टिहृतः फलं कालकस्तद्गुणं हरं शेषयुतमस्य या २३ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं $\frac{\text{का ६० रू ४०}}{\text{या २३}}$

एवमन्यत् $\frac{\text{नी ८० रू ६०}}{\text{या २३}}$ । अनयोः समीकरणे * कुट्टकेन लब्धे कालकनीलकमाने

पी ४ रू ३ = का

पी ३ रू २ = नी

ताभ्यामुत्थापने यावत्तावन्मानं भिन्नं स्यादिति; कुट्टकेनाभिन्नं । जातं लो २४० रू २० ।

अथवा शेषे ३० । ७० आभ्यां राशिः लो २४० रू ९० ।"

क्रिया प्रदश्यते—

$\frac{\text{या} \times \text{२३}}{\text{६०}}$ = का + ३० = या २३ = ६० का + ३० ।

---

* समत्वाच्छेदगमे का६० + ४० = नी८० + ६० । का ६० = नी८० + २० का ३ = नी ४ + १ ∴ का = $\frac{\text{नी ४ + १}}{\text{३}}$ कुट्टकाल्लब्धिगणौ ३ । २ । पी इष्टं प्रकल्प्य लब्धिगणौ क्रमेण कालक नीलकमाने भवतः ।

† लब्धिगणौ २० । १ लोहितक इष्टः कल्पितः ।

$$या = \frac{६० का + ३०}{२३}।$$

$$\frac{या \times २३}{८०} = नी + ७० = या २३ = ८० नी + ७०।$$

$या = \frac{८० नी + ७०}{२३}$। छेदगमे ६० का + ३० = ८० नी + ७०।

६०का = ८०नी + ४०। $का = \frac{८०नी + ४०}{६०}$ विंशत्यापवर्त्य

कुट्टकाल्लब्धिगुणौ २ पीतकमिष्टं प्रकल्प्य, का = ४ पी + २।
१

$या = \frac{६० का + ३०}{२३}$। ∴ $या = \frac{६० (४ पी + २) + ३०}{२३}$

$= \frac{२४० पी + १५०}{२३}$।

कुट्टकाल्लब्धिगुणौ ८०। ८ लोहितकमिष्टं प्रकल्प्य

या = २४० लो + ८०।

लो = ० शून्यं प्रकल्प्य या = ८०। अयं राशिः।

उदाहरणम्

कः पञ्चगुणितो राशिस्त्रयोदशविभाजितः।
यल्लब्धं राशिना युक्तं त्रिंशज्जाता वदाशु तम्॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह कः पञ्चगुणित इति। कः राशिः पञ्चगुणितः त्रयोदश-विभाजितः तत्र यल्लब्धं तत् राशिना युक्तं सत् त्रिंशज्जाता तं राशिं आशु वद।

"अत्र राशिः या १। एष पञ्चगुणस्त्रयोदशहृतः फलं कालकः १। एतत् फलं राशियुक्तं या १ का १। त्रिंशत् समं क्रियते इत्युक्तं, यत इयं क्रिया निराधरा. नात्र गुणो नच हर उपलभ्यते।"

तथाचोक्तं

"निराधारा क्रिया यत्र नियताधारिकाऽपि वा।
न तत्र योजयेत्तां तु कथं सा वा प्रवर्त्तते॥"

अथ भास्करः स्वमतं दृढ़ीकुर्व्वन्नन्योक्तं प्रदर्शयति निराधारेति। अत्रायमर्थः यत्र क्रिया निराराधा गुणहर रहिता वा नियताधारिका नियतमेव गुण-हर-युक्ता अभिन्नमान-साधनानार्ह्या, तत्र तां क्रियां न योजयेत्, सा क्रिया वा भाज्य-भाजकाभावात् कथं प्रवर्त्तते?

"अतोऽत्रान्यथा यतितव्यम्। अत्र किल हरतुल्ये राशौ कल्पिते १३। राशि १३ फल ५ योगेनानेन १८ यदि इदं ५ फलं, तदः त्रिंशता किमिति लब्धं फलं $\frac{२५}{३}$। एतत् त्रिंशतोऽपास्य शेषं जातो राशिः $\frac{६५}{३}$।"

प्रकारान्तरेणापि कालकादिमानं तदेव प्रदर्श्यते—

राशिः = या १ । $\frac{\text{या} \times ५}{१२}$ = का । या ५ = १२ का ।

या = $\frac{\text{का } १२}{५}$ । या + का = ३० । ∴ या = ३० − का ।

∴ $\frac{\text{का } १२}{५}$ = ३० − का । का १२ = १५० − ५ का ।

का १८ = १५० । का = $\frac{१५०}{१८} = \frac{२५}{३}$

या + का = ३० । ∴ या = ३० − $\frac{२५}{३} = \frac{६५}{३}$ ।

अथाद्योदाहरणम् ।

षड़ष्टशतका क्रीत्वा समार्घेण फलानि ये
विक्रीय च पुनः शेष मेकैकं पञ्चभिः पणैः ।
जाताः समपणास्तेषां कः क्रयो विक्रयश्च कः ॥

अथाद्योक्तमुदाहरणं सार्द्धानुष्टुभाह, षड़ष्टशतका इति । ये फल-व्यवसायिनः समार्घेण समसूल्यनियमेन सर्व्वैरेव प्रतिपणेन समान्येव फलानि लभ्यानीति नियमेन, षड़ष्टशतकाः क्रीत्वा प्रथमः षड्भिः पणैः द्वितीयः अष्टाभिः पणैः तृतीयः पणशतेन

च फलानि क्रीतवन्तः। विक्रीय कियन्मितानि फलानि विक्रीय, पुनः शेषं एकैकं फलं पञ्चभिः पणैः विक्रीय च समपणाः जाताः तेषां क्रयः कः विक्रयश्च कः। क्रयणे प्रतिपणेन कति फलानि क्रीतानि, विक्रयणे च प्रतिपणेन कति फलानि विक्रीतानीति कथयेति भावः।

"अत्र क्रयः या १। विक्रय इष्टं दशाधिक-शतं ११०। क्रयः षड्गुणितो विक्रयणेन हृतो लब्धिः कालकः १। लब्धिगुणं हरं षड्गुणिताद् राशेरपास्य जातं या ६ का ११०̇। इदं पञ्चगुणं लब्धियुक्तं जाताः प्रथमस्य पणाः या ३० का ५४९̇। एवं द्वितीय तृतीययोरपि पणाः साध्यास्तत्र लब्धिरनुपातेन, यदि षण्णां कालकः १। तदाष्टानां शतस्य च किमिति लब्धिराष्टानां का ४/२। शतस्य च का ५०/२। लब्धिगुणं हरं भाज्यादपास्य शेषं पञ्चगुणं लब्धियुतं जाता द्वितीयस्य पणाः या १२०/२। का २१९६̇/२। एवं तृतीयस्य या १५००/२ का २७४५०̇/२। एते सर्व्वे समा इति समच्छेदी कृत्य छेदगमे प्रथम-द्वितीयपक्षयोर्द्वितीय-तृतीययोः समीकरणेन च लब्धा यावत्तावदुन्मितिस्तुल्यैव का ५४९/या ३०। अत्र कुट्टकाल्लब्धं यावत्तावन्मानं नी ५४८ रू ०। नीलकमेकेनोत्थाप्य जातः क्रयः ५४८। समधनमिदं नियताधारक्रियायामाद्यैरुदाहृत्य तथा कथञ्चित् समीकरणं कृत्वा आनीता। इयं तथा कल्पना कृता

यथात्र नियताधारायामपि अनियताधारा क्रियावत् कल्पयमागच्छति। एवंविध कल्पनाञ्च क्रियासंकोचाद् यत्र व्यभिचरति, तत्र वुद्धिमद्भि र्वुद्ध्या सन्धेयम्।

आलापो मतिरमलाऽव्यक्तानां कल्पना समीकरणम्।
त्रैराशिकमिति वीजे सर्व्वत्र भवेत् क्रिया हेतुः ॥"

अमला मतिः आलापः, अव्यक्तानां कल्पना समीकरणं त्रैराशिकमिति वीजे सर्व्वत्र क्रियाहेतुर्भवेत्।

क्रिया प्रदर्श्यते—

प्रतिपणेन यावन्ति फलानि क्रीतानि तन्मानं = या १। यावन्ति विक्रीतानि तद् व्यक्तमानं ११०।

अतः प्रथमस्य फलसंख्या या ६। द्वितीयस्य या ८। तृतीयस्य या १००।

$\frac{\text{या ६}}{\text{११०}}$ = का१ + शेषफलं।

∴ शेषफलानि = या ६ − ११० का। एकैकं पञ्चभिः पणैरिति शेष फलमूल्यम् = या ३० − ५५० का।

प्रथमस्य सर्व्वधनं = या ३० − ५५० का + १ का
= या ३० − ५४९ का।

द्वितीयस्य ६ : का १ : : ८ : = $\frac{\text{४}}{\text{३}}$ का प्रथमलब्धिः।

∴ द्वितीयस्य $\frac{\text{या ८}}{\text{११०}}$ = $\frac{\text{४ का}}{\text{३}}$ + शेफ।

$\therefore$ शेफ = या ८ − $\frac{४४० \text{ का}}{२}$।

शेफ मू = या ४० − $\frac{२२०० \text{ का}}{२}$ = $\frac{\text{या } १२० - २२०० \text{ का}}{२}$

द्विसंध = $\frac{\text{या } १२० - २२०० \text{ का}}{२}$ + $\frac{४ \text{ का}}{२}$

= $\frac{\text{या } १२० - २१९६ \text{ का}}{२}$।

तृतीयस्य ६ : का १ : : १०० : = $\frac{५० \text{ का}}{२}$।

तृतीयस्य $\frac{\text{या } १००}{११०}$ = $\frac{५० \text{ का}}{२}$ + शेफ

$\therefore$ शेफ = या १०० − $\frac{५५०० \text{ का}}{२}$

शेफ मू = या ५०० − $\frac{२७५०० \text{ का}}{२}$

= $\frac{\text{या } १५०० - २७५०० \text{ का}}{२}$।

तृसंध = $\frac{\text{या } १५०० - २७५०० \text{ का}}{२}$ + $\frac{५० \text{ का}}{२}$

= $\frac{\text{या } १५०० - २७४५० \text{ का}}{६}$

सर्वे समधना इति

३०या − ५४८ का = $\frac{१२० \text{ या} - २१९६ \text{ का}}{२}$

= ९० या − १६४७ का = १२० या − २१९६ का

∴ ३० या = ५४९ का ।

एवं द्वितीय तृतीययोः समीकरणेन

$$\frac{\text{१२० या − २१९६ का}}{\text{३}} = \frac{\text{१५०० या − २७४५० का}}{\text{३}}$$

∴ १२० या − २१९६ का = १५०० या − २७४५० का

∴ १३८० या = २५२५४ का । ४६ इत्यनेनापवर्त्य

∴ ३० या = ५४९ का ।

प्रथम तृतीययोः समीकरणतः

∴ ३० या − ५४९ का = $\frac{\text{१५०० या − २७४५० का}}{\text{३}}$

∴ ९० या − १६४७ का = १५०० या − २७४५० का

∴ १४१० या = २५८०३ का । ४७ इत्यनेनापवर्त्य

∴ ३० या = ५ ९ का ।

∴ या = $\frac{\text{५४९ का + क्षे ०}}{\text{३०}}$ क्षेपाभावात् लब्धिगुणौ ० । ०

नीलकमिष्टं प्रकल्प्य या = ५४९ नी । का = ३० नी

यदि नी = १ । तदा या = ५४९ । का २९ *

अतः प्रथमस्य फलानि ५४९ × ६ = ३२९४ ।

द्वितीयस्य ५४९ × ८ = ४३९२ । तृतीयस्य ५४९०० ।

प्रतिपणं ११० फलानि विक्रीय प्रथमस्य लब्धि २९ पणाः । द्वितीयस्य ३९ । तृतीयस्य ४९९ पणाः ।

---

* ऋणशेषा लब्धिर्निरेका स्वती धनशेषा भवतीति का मानं २९ मितं ग्राह्यम् ।

प्रथमस्य शेषफलानि १०४। द्वितीयस्य १०२। तृतीयस्य १०।

शेषफल मूल्यं प्रथमस्य ५२० पणाः। द्वितीयस्य ५१०। तृतीयस्य ५०।

सर्व्वधनं

प्रथमस्य = २९ + ५२० = ५४९ पणाः

द्वितीयस्य ३९ + ५१० = ५४९

तृतीयस्य ४९९ + ५० = ५४९

अत्र विशेषः—

यत्र भाज्यो हरादल्पेन केनचिदङ्केन विहीनः हरभक्तो-निःशेषः स्यात्तत्र लब्धिः शेषञ्च धनात्मकम्।

यत्र भाज्यो हरादल्पमितेन केनचिदङ्केन संयुक्तः हरभक्तो-निरग्रो भवेत्तत्र च लब्धिः शेषञ्च ऋणात्मकम्।

प्रकृते तु $\frac{५४९ - ९}{३०}$ = १८ = धनशेषो धनलब्धिश्च।

$\frac{५४९ + १२}{३०}$ = १९ = ऋणशेषः ऋणलब्धिश्च।

१९ + १८ = १। एवं सर्व्वत्र धनशेषे ऋणशेषे च लब्धि-द्वयस्यान्तरमेकमितमेव।

अत्र यदि प्रथमस्य प्रथमलब्धिः = का − १ कल्प्यते तर्हि प्रथमस्य शेषफलानि ६ या − ११० का + ११०

शेषफल मूल्यं ३० या − ५५० का + ५५०

सर्व्वफल मूल्यं (का − १) + ३० या − ५५० का + ५५०

= ३० या − ४४९ का + ४४९ ।

द्वितीयस्य प्रथम लब्धिः $\frac{\text{४}}{\text{३}}$ का − १

तदा शेषफलानि ८ या − $\frac{\text{४४० का + ३३०}}{\text{३}}$

= $\frac{\text{२४ या − ४४० का + ३३०}}{\text{३}}$ ।

शेषफल मूल्यं $\frac{\text{१२० या − २२०० का + १६५०}}{\text{३}}$

सकल फलमूल्यं $\frac{\text{४}}{\text{३}}$ का − १

+ $\frac{\text{१२० या − २२०० का + १६५०}}{\text{३}}$

= $\frac{\text{१२० या − २१९६ का + १६४७}}{\text{३}}$

प्रथम द्वितीययोः फलमूल्यं सममिति

३० या − ४४९ का + ४९९

= $\frac{\text{१२० या − २१९६ का + १६४७}}{\text{३}}$

९० या − १६४७ का + १६४७ = १२० या − २१९६ का + १६४७ = ९० या − १६४७ का = १२० या − २१९६ का ।

एतदाचार्य्योक्त समीकरण तुल्यमेव। एवं प्रथम तृतीययो समीकरणमप्याचार्य्योक्त समीकरण तुल्यमेव।

अतोऽत्र लब्धिः का मानं = ३० । धनशेष करणाय इत्यत्र २८ मितं गृहीतम् ।

तत्र विष्णुदैवज्ञोक्तं सूत्रम्

शेषविक्रय-हतेष्ट विक्रयः
शीतरश्मि-रहितो भवेत् क्रयः ।
पुंधनादधिक-इष्ट विक्रयः
कल्प्य इत्यमवगम्य धीमता ॥

अत्र शेषविक्रयः = ५ । इष्टविक्रयः ११० । हतः = ५५० । एकोनः क्रयः ५४९ । सर्व्वाधिकं पुंधनं १०० । अस्मात् इष्टविक्रयः ११० अधिक एवास्ति ।

अत्र महामहोपाध्याय-वापुदेवशास्त्रि-महोदयोक्तं सूत्रम्

शेषविक्रय-हृद् रूपं भाज्यं शुद्धिश्च रूपकम् ।
पुंस्वापवर्त्तनं हारं कृत्वा कल्प्यस्तथा गुणः ॥
यथा पुंस्वापवर्त्तघ्नः पुंधनादधिको भवेत् ।
गुणः स्याद् विक्रयस्तत्र तथा लब्धिर्भवेत् क्रयः ॥
पुंस्वापवर्त्तौ भाज्यश्च न भवेतां यदा दृढ़ौ ।
पुंस्वापवर्त्तनं रूपं तदा कल्प्यं विजानता ॥

शेषविक्रयः कल्पितः $\frac{१}{५}$ । तेन रूपे हृते ५

पुंधनानि ६ । ८ । १०० । अपवर्त्तनाङ्कः २ ।

$\frac{\text{भाज्यः ५ क्षेपः १}}{\text{हारः २}}$ कुट्टकेन गुणः १ लब्धः २ । पुंस्वापवर्त्तय २ घ्नः पुंधनाद १०० धिको यथा स्यात्तथा गुणः कल्पय इति २५ इष्टं प्रकल्प्य गुणः ५१ विक्रयः । लब्धिः १२७ क्रयः । प्रश्नोक्तेन १२७ × ६ = प्रथमस्य फलानि ७६२ ।

$\frac{७६२}{५१}$ = १४ शेषः ४८ । ४८ × ५ = २४० ।

अतः सर्व्वधनं = १४ + २४० = २५४ एवं सर्व्वेषामेव ।

"इति भास्करीये वीजगणिते अनेकवर्णसमीकरणम् समाप्तम् ।"

अथानेकवर्णमध्यमाहरणभेदाः ।

SIMULTANEOUS QUADRATIC EQUATION,

तत्र श्लोकोत्तरार्द्धारभ्य सूत्रं सार्द्धवृत्तत्रयम् ।

वर्गाद्यं चेत्तुल्यशुद्धौ कृतायां
पक्षस्यैकस्योक्तवद् वर्गमूलम् ॥

वर्गं प्रकृत्याऽपरपक्षमूलं
तयोः समीकारविधिः पुनश्च ।
वर्गं प्रकृत्या विषयो न चेत् स्यात्
तदान्यवर्णस्य कृतेः समं तम् ॥१॥
कृत्वापरं पक्षमथान्यमानं
कृतिप्रकृत्याद्यमितिस्तथा च ।
वर्गं प्रकृत्या विषयो यथा स्यात्
तथा सुधीभिर्बहुधा विचिन्त्यम् ॥२॥
वीजं मतिर्विविधवर्णसहायनी हि
मन्दावबोधविधये विवुधैर्निजाद्यैः ।
विस्तारिता गणकतामरसांशुमद्भि-
र्या सैव वीजगणिताह्वयतामुपेता ॥३॥

अथानेकवर्ण-मध्यमाहरणभेदान् शालिन्युत्तरार्द्धेनोप-जातिद्वयेन, वसन्ततिलकेन चोपदिशति वर्गाद्यमिति। वचना-न्याचार्य्येणैव व्याख्यातानि।

"यत्र पक्षयोः शोधने कृते सति अव्यक्त-वर्गादिकमवशेषं भवति, तत्र पूर्व्ववत् पक्षौ तदेष्टेन निहत्येत्यादिना एकस्य पक्षस्य मूलं ग्राह्यम्। अन्यपक्षे यदि अव्यक्तवर्गः सरूपो-

वर्त्तते तदा अस्य पक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूले साध्ये। तत्र वर्ण-वर्गे योऽङ्कः सा प्रकृतिः, रूपाणि क्षेपः प्रकल्पः। एवं यत् कनिष्ठपद तत्प्रकृतिवर्णमानं, यज्ज्येष्ठं तत् तस्य वर्गस्य मूलं। अतस्तत् पूर्व्वपक्ष-मूलेन समं कृत्वा पूर्व्ववर्णमानं साध्यम्। अथ यद्यन्यपक्षेऽव्यक्तवर्गः साव्यक्तः, अव्यक्तमेव सरूपमरूपं वा वर्त्तते तदा, वर्गप्रकृतेर्न विषयः कथं तत्र मूलमित्यत आह वर्गप्रकृत्या इति। तदान्यवर्ण-वर्गसमं कृत्वा प्राग्वदेकस्य पक्षस्य मूलं ग्राह्यं। तदन्यपक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूले साध्ये; तत्रापि कनिष्ठं प्रकृति-वर्णमानं, ज्येष्ठं तत् पक्षस्य पदमिति, पदानां यथोचितं समीकरणं कृत्वा वर्णमानानि साध्यानि। अथ यदि द्वितीयपक्षे तथाभूतमपि न विषयस्तदा यथा यथा वर्गप्रकृत्या विषयो भवति तथा तथा बुद्धिमद्भिर्बुद्ध्या विधाय अव्यक्तमानानि ज्ञातव्यानि। यदि बुद्धैव ज्ञातव्यानि तर्हि वीजेन किमित्याशङ्क्याह वीजं मतिरिति। हि यस्मात् कारणाद् बुद्धिरेव पारमार्थिकं वीजं वर्णास्तु तत् सहायाः। गणक-कमल-तिग्मरश्मिभिराद्यैराचार्य्यैर्मन्दावबोधार्थमात्मीया या मतिर्विविध-वर्णान् सहायान् कृत्वा विस्तारं नीता, सैवेह सम्प्रति वीजगणित-संज्ञां गता। इदं किल सिद्धान्ते मूलसूत्रं संक्षिप्तमुक्तं बालावबोधार्थं किञ्चिद्विस्तीर्य्योच्यते।"

अत्र सूत्रं वृत्तद्वयम्

एकस्य पक्षस्य पदे गृहीते
द्वितीयपक्षे यदि रूपयुक्तः ।
अव्यक्तवर्गोऽत्र कृतिप्रकृत्या
साध्ये तथा ज्येष्ठकनिष्ठमूले ॥४॥

ज्येष्ठं तयोः प्रथमपक्षपदेन तुल्यं
कृत्वोक्तवत् प्रथमवर्णमितिस्तु साध्या ।
ह्रस्वं भवेत् प्रकृतिवर्णमितिः सुधिभिः=
रेवं कृतिप्रकृतिरत्र नियोजनीया ॥५॥

"अस्यार्थो व्याख्यात एव ।"

अथ पूर्वोक्तमेव किञ्चिद् विस्तोय्योपजाति-वसन्ततिलकाभ्यामाह एकस्येति । वृत्तद्वयं ग्रन्थकृतैव व्याख्यातम् ।

अत्रोपपत्तिः

कल्पयते समौ पक्षौ $\text{क}^{२} = \text{ख}^{२}\cdot\text{इ} + \text{चे } १$

तदा $\text{क} = \sqrt{\text{ख}^{२}\cdot\text{इ} + \text{चे } १}$

अत्र द्वितीयपक्षस्य मूलं, कोवर्गं इष्टगुणितः सैको मूलद-

इति वर्गप्रकृति-नियमेन साधितो ज्येष्ठः, प्रथमपक्ष-सममिति समीकरणेन प्रथमपक्षस्याऽव्यक्तस्य मानं लभ्यते, इत्युक्तं एकस्य पक्षस्येत्यादि।

उदाहरणम्

कोराशिर्द्विगुणो राशिवर्गैः षड्भिः समन्वितः।
मूलदो जायते वीजगणितज्ञ ! वदाशु तम् ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति को राशिरिति। हे वीजगणितज्ञ ! कः राशिः द्विगुणः राशिवर्गैः षड्भिर्गुणितै समन्वितो युक्तः सन् मूलदो जायते, तं राशिं आशु वद।

"अत्र यावत्तावद्राशिर्द्विगुणो वर्गैः षड्भिः समन्वितः याव ६ या २। एष वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः याव ६ या २ काव ०
याव ० या ० काव १

अत्र समशोधने जातौ पक्षौ
याव ६ या २
याव ० काव १

अथैतौ षड्भिः संगुण्य, रूपं प्रक्षिप्य, प्राग्वत् प्रथमपक्षमूलं या ६ रू १। अथ द्वितीयपक्षस्यास्य काव ६ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क २। ज्ये ५। वा क २०। ज्ये ४९।

ज्येष्ठं प्रथमपक्षपदेनानेन या ६ रू १ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं $\frac{२}{३}$ वा ८। ह्रस्वं प्रकृतिवर्णस्य कालकस्य मानं २ वा २०। एवं कनिष्ठज्येष्ठ-वशाद् बहुधा।”

आद्योदाहरणम्

राशियोगकृतिर्मिश्रा राश्योर्योगघनेन चेत्।
द्विघ्नस्य घनयोगस्य सा तुल्या गणकोच्यताम्॥

अथाद्योक्तमुदाहरणमनुष्टुभाह राशियोगकृतिरिति। राशि-योगकृतिः राश्योर्योगस्य वर्गः चेद् यदि राश्योर्योगघनेन राशिद्वययोगस्य घनेन मिश्रा युक्ता भवेत्, तदा सा द्विघ्नस्य घनयोगस्य राश्योर्घनयोर्योगस्य तुल्या जायते, भो गणक! तद्राशिद्वयं उच्यताम् कथ्यतां भवतीति शेषः।

“अत्र क्रिया यथा न विस्तारमेति तथा बुद्धिमता राशी कल्प्यौ। तथा कल्पितौ या १ का १̇। या १ का १। अनयोर्योगः या २। अस्य कृतिरस्यैव घनेन मिश्रा याघ ८ याव ४। अथ राश्योः पृथग् घनौ—प्रथमस्य याघ १ यावकाभा ३̇ कावयाभा ३ काघ १̇। द्वितीयस्य याघ १ यावकाभा ३ कावयाभा ३ काघ १। अनयोर्योगः याघ २ कावयाभा ६। द्विघ्नः याघ ४ कावयाभा १२। समशोधनार्थं न्यासः

याघ ८ याव ४ कावयाभा ०

याघ ४ याव ० कावयाभा १२

समशोधने कृते पक्षौ यावत्तावतापवर्त्त्य रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्षमूलं या २ रू १। परपक्षस्यास्य काव १२ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क २ ज्ये ७। वा क २८ ज्ये ९७। कनिष्ठं कालकमानं, ज्येष्ठमस्य या २ रू १। समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं ३ वा ४८। स्वस्वमानेनोत्थापने कृते जातौ राशी १।५ वा २०।७६ इत्यादि।"

क्रियाप्रदर्श्यते—

कल्प्यतां राशी या−का, या+का। प्रश्नानुसारेण

$$\left\{(\text{या}+\text{का})+(\text{या}-\text{का})\right\}^{२}$$

$$+\left\{(\text{या}+\text{का})+(\text{या}-\text{का})\right\}^{३}$$

$$=\left\{(\text{या}+\text{का})^{३}+(\text{या}-\text{का})^{३}\right\}\times २।$$

संक्रमणगणितेन $(२\ \text{या})^{२}+(२\ \text{या})^{३}$

$$=\left\{(\text{या}^{३}+\text{का}^{३}-३\ \text{या}^{२}\ \text{का}+३\ \text{का}^{२}\ \text{या})+(\text{या}^{३}+\text{का}^{३}\right.$$

$$\left.+३\ \text{या}^{२}\ \text{का}+३\ \text{का}^{२}\ \text{या})\right\}\times २$$

$$=८\ \text{या}^{३}+४\ \text{या}^{२}=४\ \text{या}^{३}+१२\ \text{का}^{२}\ \text{या}।$$ यावत्तावतापवर्त्त्य

$\text{८ या}^{2} + \text{४ या} = \text{४ या}^{2} + \text{१२ का}^{2}$

$\text{४ या}^{2} + \text{४ या} = \text{१२ का}^{2}$ पक्षयो रूपं प्रक्षिप्य—

$\text{४ या}^{2} + \text{४ या} + \text{१} = \text{१२ का}^{2} + \text{१}$ मूले गृहीते

$= \text{२ या} + \text{१} = \sqrt{\text{१२ का}^{2} + \text{१}}$

वर्गप्रकृत्या कालकः = कनिष्ठमानं = २ वा २८

क्रमेण तदा ज्येष्ठमानं ७ वा ९७

$\therefore$ २ या + १ = ७ । = २ या = ६ । या = ३ ।

या − का = ३ − २ = १ प्रथमराशिः ।

या + का = ३ + २ = ५ द्वितीय राशिः ।

अथवा २ या + १ = ९७ । २ या = ९६ । या = ४८

या − का = ४८ − २८ = २० । प्रथमः ।

या + का = ४८ + २८ = ७६ । द्वितीयः ।

अथान्यत् सूत्रं सार्द्धवृत्तम्

द्वितीयपक्षे सति सम्भवे तु

कृत्यापवर्त्त्यात्र पदे प्रसाध्ये ।

ज्येष्ठं कनिष्ठेन तदा निहन्या-

च्चेद्वर्ग वर्गेण कृतोऽपवर्त्तः ॥६॥

कनिष्ठवर्गेण तदा निहन्या-

ज्ज्येष्ठं ततः पूर्ववदेव शेषम् ।

यत्रेष्टगुणित-वर्गवर्गात्मकाऽव्यक्तराशिरिष्टगुणित-घनघनात्मकाव्यक्तराशिर्वा इष्टगुणित-वर्गात्मकाऽव्यक्तराशिना युक्तो-वियुक्तो वा दृश्यते, तत्रवर्गप्रकृत्या पदसाधनोपायं सार्द्धोपजात्या निर्दिशति द्वितीयेति । द्वितीयपक्षे सम्भवे सति अपवर्त्तनसम्भवे सति कृत्वा केनचिद् व्यक्तवर्गेण अपवर्त्तं, अत्र वर्गप्रकृत्या पदसाधनविषये पदे कनिष्ठ-ज्येष्ठमूले प्रसाध्ये साधनीये । तदा ज्येष्ठं ज्येष्ठाख्यं मूलं कनिष्ठेन निहन्याद् गुणयेत् । चेद् यदि वर्गवर्गेण द्वियीयपक्षः अपवर्त्तः कृतः, तदा ज्येष्ठं कनिष्ठवर्गेण निहन्यात् । ततः पूर्ववदेव शेषं समीकरणादिकं कार्य्यम् ।

अत्रोपपत्तिः

वर्गवर्गस्य घनघनस्य वा राशेर्गुणकः = गु ।

पक्षस्य गुणकः = इ ।

$$का^{2} = या^{4} \times गु + या^{2} \times इ$$

$$\text{का} = \sqrt{\text{या}^{४} \times \text{गु} + \text{या}^{२} \times \text{इ}}$$

$$\text{का} = \sqrt{\text{या}^{२} \times \text{या}^{२} \times \text{गु} + \text{या}^{२} \times \text{इ}}$$

$$= \sqrt{\text{या}^{२} (\text{या}^{२} \cdot \text{गु} + \text{इ})}$$

$\therefore \text{का} = \text{या} \sqrt{\text{या}^{२} \cdot \text{गु} + \text{इ}}$ अत्र वर्गप्रकृत्या मूलग्रहणं

$\text{या} = $ कनिष्ठं । $\sqrt{\text{या}^{२} \cdot \text{गु} + \text{इ}} = $ ज्येष्ठं ।

$\therefore \text{का} = $ कनिष्ठं $\times$ ज्येष्ठं ।

एवं यदि

$$\text{का} = \text{या}^{४} \cdot \text{गु} - \text{या}^{२} + \text{या}^{४} - \text{इ}$$

$$= \sqrt{\text{या}^{४} (\text{या}^{२} \cdot \text{गु} + \text{इ})}$$

$$= \text{या}^{२} \sqrt{\text{या}^{२} \cdot \text{गु} + \text{इ}}$$

$\text{का} = \text{कनिष्ठं}^{२} \times \text{ज्येष्ठं}$ ।

अत उपपन्नं द्वितीयपक्ष इत्यादि ।

उदाहरणम्

यस्य वर्गकृतिः पञ्चगुणा वर्गशतोनिता ।
मूलदा जायते राशिं गणितज्ञ वदाशु तम् ॥

अत्र वर्गेणापवर्त्तनोदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति यस्येति । भो गणितज्ञ! यस्य राशे र्वर्गकृतिः वर्गस्य वर्गः पञ्चगुणा वर्गशतोनिता तस्यैव राशेर्वर्गेण शतगुणितेन ऊनिता मूलदा जायते, तं राशिं आशु शीघ्रं वद ।

"अत्र राशिः या १ अस्यवर्गकृतिः पञ्चगुणा वर्ग-शतेनोना यावव ५ याव १०० । अयं वर्ग इति कालकवर्ग-समं कृत्वा गृहीतं कालकवर्गस्य मूलं का १ ।

द्वितीय पक्षस्यास्य यावव ५ याव १०० । यावत्तावद् वर्गेणापवर्त्य वर्गप्रकृत्या मूले क १० ज्ये २० । वा क १७० ज्ये ३८० । वृत्यापवर्त्ते कृते ज्येष्ठं कनिष्ठेन तदा निहन्यादिति जातं ज्ये २०० वा ज्ये ६४६०० ।

इदं कालकमानं कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानं स एव राशिः १० वा १७० ।"

उदाहरणम्

कयोः स्यादन्तरे वर्गौ वर्गयोगो ययोर्घनः ।
तौ राशी कथयाभिन्नौ बहुधा बीजवित्तम ॥

वर्गं वर्गेणाऽपवर्त्तनोदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति कयोरिति। भो वीजवित्तम! कयो राश्योरन्तरे वर्गः स्यात्। ययोर्वर्ग-योगो घनो भवेत्; अभिन्नौ छेदरहितौ तौ राशी वसुधा वद।

"अत्र राशी या १। का १। अनयोरन्तरं या १̇ का १। नीलकवर्गसमं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं का १ नीव १̇। अनेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी का १ नीव १̇। का १। अनयोर्वर्गयोगः काव २ नीवकाभा २̇ नीवव १। एष घन-इति नीलकवर्गघनसमं कृत्वा शोधने कृते जातं प्रथमपक्षे नीवघ १ नीवव १̇। द्वितीयपक्षे काव २ नीवकाभा २̇। पक्षौ द्वाभ्यां संगुण्य नीलकवर्गवर्गं प्रक्षिप्य द्वितीयपक्षस्य मूलं का २ नीव १̇। प्रथमपक्षं नीवघ २ नीवव १̇। नीलकवर्ग-वर्गेणापवर्त्तंग्र नीव २ रू १̇। वर्गप्रकृत्या मूले क ५ जेा ७ वा क २९ जेा ४१।

चेद वर्गवर्गेण कृतोऽपवर्त्तः कनिष्ठवर्गेण तदा निहन्या-ज्ज्येष्ठमिति जातं ज्येष्ठं १७५ वा ज्ये ३४४८१। कनिष्ठं नीलकमानं, तेनोत्थापितं प्राङ्मूलं जातं का २ रू २५̇ वा का २ रू ८४१̇। इदं ज्येष्ठमूलसमं कृत्वा लब्धं कालकमानं १०० वा १७६६१। स्वस्वमानेनोत्थाप्य जातौ राशी ७५।१०० वा।१६८२०। १७६६१। इत्यादि।"

क्रिया प्रदर्शनम्—

कल्पितौ राशी या, का, तदा प्रश्नानुसारेण का − या = नी^{२}।

∴ या = का − नी^{२}। तदा प्रथमराशिः = का − नी^{२}। द्वितीय-राशिः = का। अनयोर्वर्गयोगः = ना^{४} − २ कानी^{२} + का^{२} + का^{२} = नो^{६} इति कल्प्यं।

∴ नी^{६} − नी^{४} = २ का^{२} − २ कानी^{२}

पक्षौ द्वाभ्यां संगुण्य नी^{४} क्षेपणे

२ नी^{६} − २ ना^{४} + नी^{४} = ४ का^{२} − ४ कानी^{२} + नी^{४}

= २ नी^{६} − नी^{४} = 8 का^{२} − ४ कानी^{२} + नी^{४}

नी^{४} (२ नी^{२} − १) = ४ का^{२} − ४ काना^{२} + नी^{४}। मूले—

= नो^{२} $\sqrt{\text{२ नी}^{२} - \text{१}}$ = २ का − नी^{२}

अत्र वर्गप्रकृत्या कनिष्ठं = नी = ५ वा २९

$\sqrt{\text{२ नी}^{२} - \text{१}}$ = $\sqrt{\text{२} \times \text{५}^{२} - \text{१}}$ = ७ वा ४१।

२ का − नी^{२} = नी^{२} $\sqrt{\text{३ नी}^{२} - \text{१}}$

उत्थापने

२ का^{२} − ५^{२} = ५ × ७ = २ का^{२} = १७५ + २५ = २००

∴ का = १०० ।

अथवा

२ का^{२} − २९^{२} = २९ × ४१ । ∴ २ का^{२} = ३५३२२

का = १७६६१ ।

या = का^{२} − नी ∴ या = १०० − २५ = ७५

अथवा १७६६१ − ८४१ = १६८२०

अन्यत् सूत्रं सार्द्धं वृत्तम्

साव्यक्तरूपो यदि वर्णवर्ग-
स्तदान्यवर्णस्य कृतेः समं तं ॥७॥

कृत्वा पदं तस्य तदन्यपक्षे
वर्गं प्रकृत्योक्तवदेव मूले ।
कनिष्ठमाद्येन पदेन तुल्यं
ज्येष्ठं द्वितीयेन समं विदध्यात् ॥८॥

यत्र वर्णवर्गो रूपेण हीनो युक्तो वा दृश्यते, तत्र वर्गप्रकृते-विषयः। यत्र पुनर्वर्णवर्गो वर्णेन च युक्तो दृश्यते, तत्र मूल-साधनोपायं सार्द्धोपजात्या निर्दिशति साव्यक्तरूप इति। सर्व्वं ग्रन्थकृतैव व्याख्यातम्।

"अत्र प्रथमपक्षमूले गृहीते सत्यन्यपक्षे साव्यक्ताऽव्यक्तकृतिः सरूपाऽरूपा वा भवति, तत्राद्यपक्षस्यान्यवर्णवर्ग-समीकरणं कृत्वा मूलं ग्राह्यं। तदन्यपक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूले, तयोः कनिष्ठमाद्यस्य पदेन, ज्येष्ठं द्वितीयपक्ष-पदेन च समं कृत्वा वर्णमाने साध्ये।"

अत्रोपपत्तिः

वर्गप्रकृतौ हि कस्यापि राशेर्वर्गो गुणगुणितो रूपयुक्तो-वर्गराशिः स्यादिति। यत्र राशिवर्गो गुणगुणितो रूपयुक्तो-ऽव्यक्तयुक्तश्च दृश्यते, तत्र वर्गप्रकृतौ परिणेतुमुपायः कार्य्यः। अतस्तं केनचिद्वर्गराशिना समं कृत्वा पक्षौ केनचिदङ्केन संगुण्य विभज्य वा केनचित् संयुज्य वियुज्य वा कल्पित-वर्गपक्षे वर्गप्रकृतेर्विषयो जायते। ततः कनिष्ठ-ज्येष्ठमूलं निर्णीय राशिमानं साध्यम्।

अत उक्तं साव्यक्तरूप इत्यादि।

उदाहरणम्

त्रिकादिद्व्युत्तरश्रेढ्यां गच्छे
　　क्वापि च यत् फलं ।
तदेव त्रिगुणं कस्मिन्नन्यगच्छे भवेद् वद ॥

साव्यक्तरूपक्षेपे ज्येष्ठकनिष्ठमान-साधनोदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति त्रिकादीति। त्रिकं त्रयं आदिर्यस्यां श्रेढ्यां सा त्रिकादिः। द्वौ उत्तरं चयो यस्यां सा द्व्युत्तरा। त्रिकादिश्च द्व्युत्तरा च या श्रेढी तस्यां यत्र त्रयं मुखं द्विमिता वृद्धिस्तथाभूतायां श्रेढ्यां क्वापि अज्ञाते गच्छे यत् फलं सर्व्वधनं, तदेव फलं त्रिगुणं, त्रिकादि-द्व्युत्तर-श्रेढ्यां कस्मिन् अन्यस्मिन् गच्छे सर्व्वधनं भवेदिति गच्छद्वयं वद।

"अत्र श्रेढ्योर्न्यासः। आदिः ३ चयः २ गच्छः या १। आदिः ३ चयः २ गच्छः का १। अनयोः फले याव १ या २। काव १ का २। अनयोराद्यं त्रिगुणं परसमं कृत्वा शोधनार्थं न्यासः याव ३ या ६

　　काव १ का २

शोधने कृते पक्षौ त्रिगुणीकृत्य नव प्रक्षिप्य प्रथमपक्षस्य मूलं या ३ रू ३। द्वितीयपक्षस्यास्य काव ३ का ६ रू ९। नीलकवर्गेण साम्यं कृत्वा तथैव पक्षौ त्रिगुणीकृत्य ऋणमष्टादश प्रक्षिप्य मूलं का ३ रू ३। तदन्यपक्षस्यास्य नीव २

रू १८। वर्गप्रकृत्या मूले क ८ ज्ये १५। वा क ३३ ज्ये ५७। कनिष्ठमाद्यपदेनानेन या ३ रू ३ समं कृत्वा लब्धे यावत्तावत्-कालकमाने २। ४। वा १०। १८ एवं सर्व्वत्र।"

क्रिया प्रदर्श्यते—

$$\text{सध} = \frac{(\text{प}-१)\text{च}+२\,\text{मु}}{२}\times\text{प}।$$

$$\therefore \text{प्रश्नतः सध} = \frac{(\text{या}-१)२+६}{२}\times\text{या}$$

$$=(\text{या}+२)\text{या}=\text{या}^{२}+२\,\text{या}।$$

$$\text{एवमन्यत् सर्व्वधनं} = \frac{(\text{का}-१)२+६}{२}\times\text{का}$$

$$=(\text{का}+२)\text{का}=\text{का}^{२}+२\,\text{का}।$$

$$\therefore ३(\text{या}^{२}+२\,\text{या})=\text{का}^{२}+२\,\text{का}।$$

$=३\,\text{या}^{२}+६\,\text{या}=\text{का}^{२}+२\,\text{का}।$ पक्षौ त्रिगुणीकृत्य नव प्रक्षिप्य

$९\,\text{या}^{२}+१८\,\text{या}+९=३\,\text{का}^{२}+६\,\text{का}+९।$ मूले

$$३\,\text{या}+३=\sqrt{३\,\text{का}^{२}+६\,\text{का}+९}$$

$३\,\text{का}^{२}+६\,\text{का}+९=\text{नी}^{२}$ पक्षौ त्रिगुणीकृत्य अष्टादश वियुज्य च

$९ का^२ + १८ का + २७ - १८ = ३ नी^२ - १८$ ।

$९ का^२ + १८ का + ९ = ३ नी^२ - १८$ मूले गृह्योते

$३ का + ३ = \sqrt{३ नी^२ - १८}$

वर्गप्रकृत्या द्वितीयपक्षस्य मूलं कनिष्ठं ९ वा ३३ ।

ज्येष्ठं १५ वा ५७ ।

३ या + ३ = नी = ९ वा ३३

∴ ३ या = ६ वा ३०

या = २ वा १०

३ का + ३ = १५ वा ५७ ।

३ का = १२ वा ५४

का = ४ वा १८ ।

अन्यत् सूत्रं वृत्तद्वयम्

सरूपके वर्गकृतौ तु यत्र
तत्रेच्छयैकां प्रकृतिं प्रकल्प्य ।
शेषं ततः क्षेपकमुक्तवच्च
मूले विदध्यादसकृत् समत्वे ॥६॥

सभाविते वर्णकृती तु यत्र
तन्मूलमादाय च शेषकस्य ।
इष्टोद्धृतस्येष्टविवर्ज्जितस्य
दलेन तुल्यं हि तदेव कार्य्यम् ॥१०॥

यत्र रूपसहितं वर्णवर्गद्वयं सभावितं वर्णवर्गद्वयं वा वर्त्तते, तत्र मूलसाधनोपायमुपजातिभ्यामाह सरूपके इति । इदं ग्रन्थकृतैव व्याख्यातम् ।

"यत्र प्रथमपक्षमूले गृहीते द्वितीयपक्षे वर्णयोः कृती सरूपे अरूपे वा भवतस्तत्रैकां वर्णकृतिं प्रकृतिं प्रकल्प्य, शेषं क्षेपः, तत इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्ण इत्यादिकरणेन क्षेपजातीयं वर्णमेकादिहतं युतं वा स्वबुद्ध्या कनिष्ठपदं प्रकल्प्य, ज्येष्ठं साध्यम् । अथ वर्गगता चेत् प्रकृतिरिति तदा इष्टभक्तो द्विधा क्षेप इत्यादिना मूले साध्ये । यत्र भावितञ्च वर्त्तते तत्र, सभाविते वर्णकृती त्वित्यादिना तदन्तर्वर्त्तिनो-यावतो मूलमस्ति तावतो मूलं ग्राह्यम् । शेषस्येष्टोद्धृतस्येष्ट-विवर्ज्जितस्य दलेन समं तदेव मूलं कार्य्यम् । यत्र तु द्वित्र्या-दयो वर्णवर्गाद्या भवन्ति, तत्र द्वाविष्टौ वर्णौ मुक्त्वाऽन्येषा-मिष्टानि मानानि कृत्वा मूले साध्ये एवं तदैव यदाऽसकृत् समीकरणं यदा तु सकृदेव समीकरणं तदैकं वर्णं मुक्त्वा-ऽन्येषामिष्टानि मानानि कृत्वा प्राग्वन्मूले ।"

अत्रोपपत्तिः

कल्प्यतां $\text{नी}^{२}$ = प्रगु· $\text{या}^{२}$ + द्विगु· $\text{का}^{२}$ + क्षे ।

तदा वर्गप्रकृत्या "या" मानसाधने

प्रगु· $\text{या}^{२}$ + (द्विगु· $\text{का}^{२}$ + क्षे)

अत्र प्रगु = प्रकृतिः । द्विगु· $\text{का}^{२}$ + क्षे = क्षेपः । या = कनिष्ठं

"का" मानसाधने च

द्विगु· $\text{का}^{२}$ + (प्रगु· $\text{या}^{२}$ + क्षे)

तत्र द्विगु = प्रकृतिः । प्रगु· $\text{या}^{२}$ + क्षे = क्षेपः । का = कनिष्ठं

ततः यामान कामानाभ्यामव्यक्ताभ्यां पुनः समीकरणेन व्यक्ते यामान-कामाने जायेते ।

अत उक्तं सरूपके वर्णकृती तु यत्रेत्यादि ।

सभाविते तु कल्प्यतां $\text{नी}^{२}$ = प्रगु· $\text{या}^{२}$ + द्विगु· याका + तृगु· $\text{का}^{२}$

पो = प्रगु· या + $\frac{\text{द्विगु}}{\text{२ प्रगु}}$ · का ।

$$\text{तर्हि पी}^{\text{२}} = \text{प्रगु}^{\text{२}}\cdot\text{या}^{\text{२}} + \frac{\text{२ प्रगु}\cdot\text{या}\cdot\text{द्विगु}\cdot\text{का}}{\text{२ प्रग}} + \frac{\frac{\text{द्विगु}^{\text{२}}}{\text{२}}\cdot\text{का}^{\text{२}}}{\text{४ प्रगु}}$$

$$= \text{प्रगु}^{\text{२}}\cdot\text{या}^{\text{२}} + \text{द्विगु}\cdot\text{या}\cdot\text{का} + \frac{\frac{\text{द्विगु}^{\text{२}}}{\text{२}}\cdot\text{का}^{\text{२}}}{\text{४ प्रगु}}$$

$$\therefore \text{नी}^{\text{२}} - \text{पी}^{\text{२}} = \text{का}^{\text{२}}\frac{\left(\text{त्रिगु}^{\text{२}} - \frac{\text{द्विगु}^{\text{२}}}{\text{२}}\right)}{\text{४}\cdot\text{प्रगु}}$$

अत्र यदि नी − पी = चगु· का, कल्प्यते, तदा वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योग इति—

$$\text{नी} + \text{पी} = \frac{\text{का}^{\text{२}}\frac{\left(\text{त्रगु}^{\text{२}} - \frac{\text{द्विगु}^{\text{२}}}{\text{२}}\right)}{\text{४}\cdot\text{प्रगु}}}{\text{चगु}\cdot\text{का}}$$

$$\therefore \text{नी} + \text{पी} = \text{का}\left\{\frac{\frac{\text{त्रगु}^{\text{२}} - \frac{\text{द्विगु}^{\text{२}}}{\text{२}}}{\text{४ प्रगु}}}{\text{चग}}\right\}$$

ततः संक्रमण-गणितेन

$$\text{पी} = \text{प्रगु}\cdot\text{या} + \frac{\text{द्विगु}}{\text{२ प्रगु}}\cdot\text{का}$$

$$= \frac{\text{का}\left\{\dfrac{\text{त्रगु}^{\text{२}} - \dfrac{\text{द्विगु}^{\text{२}}}{\text{४ प्रगु}}}{\text{चगु}}\right\} - \text{चगु}\cdot\text{का}}{\text{२}}$$

अत उपपन्नं सभाविते वर्णकृती तु यत्रेत्यादि।

उदाहरणम्

तौ राशी वद यत्कृत्योः सप्ताष्टगुणयोर्युतिः।

मूलदा स्याद् वियोगस्तु मूलदो रूपसंयुतः॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति। तौ राशी वदेति। यत् कृत्योः ययो राश्योर्वर्गयोः क्रमेण सप्ताष्टगुणयोः युतिः योगः मूलदा स्यात्। वियोगस्तु वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोः वियोगः रूप-संयुतः एकेन युक्तः मूलदः स्यात्। तौ एवंविधौ राशी वद।

"अत्र राशी या १ का १। अनयोर्वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोः

युतिः याव ७ काव ८। अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण समी-
करणार्थं न्यासः याव ७ काव ८ नीव ०
याव ० काव ० नीव १

समशोधने कृते कालकवर्गाष्टकं प्रक्षिप्य गृहीतं नीलक-
पक्षस्य मूलं नी १। परपक्षस्यास्य याव ७ काव ८। वर्ग-
प्रकृत्या मूले, तत्र यावत्तावद्वर्गे योऽङ्कः ७ सा प्रकृतिः, शेषं
क्षेपः काव ८। इष्टं ह्रस्वमित्यादिना कालकद्वयमिष्टं प्रकल्प्य
जाते मूले कनिष्ठं का २ ज्येष्ठं का ६। ज्येष्ठं नीलकमानं
कनिष्ठं यावत्तावन्मानं तेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी
का २ का १। पुनरेतद् वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोरन्तरं सैकं जातं
काव २० रू १। एतद्वर्ग इति प्रागवल्लब्धं कनिष्ठमूलं २
वा ३६। एतत् कालकमानेनोत्थापितौ जातौ राशी ४। २
वा ७२। ३६।"

भास्करोदाहरणे केवलं वर्णवर्गावेव दर्शितौ, अतः सरूपक-
वर्गोदाहरणं सिद्धान्ततत्त्वविवेकस्य प्रश्नाध्यायोक्तं प्रदर्श्यते—

यथाभीष्ट राश्योश्च वर्गौ शराष्टा-
हतौ तद् युतिः खाब्धिहीना कृतिः स्यात्।
शरघ्नैकवर्गो नखघ्नान्यवर्गो-
नितो भूपयुक्तोऽपि वर्गोऽथवा स्यात्॥
तयोस्ते पदे तौ च राशी प्रचक्ष्व
पटुत्वेऽभिमानोऽत्र यद्यस्ति वीजे॥

सिद्धान्ततत्त्वविवेककारः सार्द्धभुजङ्गप्रयात-छन्दसातोदाहरणं

प्रदर्शयति यथाभीष्टेति। यथाभीष्टराश्योः द्वयोः वर्गौ क्रमात् शरेण पञ्चभिः अष्टया षोड़शभिश्च हतौ कार्यौ। तयोः युतिः योगः खाब्धिद्दीना विंशत्या रहिता कृतिः स्यात्। तयो राश्यो-र्मध्ये एकवर्गः एकस्य राशेर्वर्गः शरघ्नः पञ्चभिर्गुणितः अन्यवर्गेण नखगुणितेन हीनो भूपयुक्तः षोड़शभिः सहितः वर्गः स्यात्। भो गाणितिक! यदि तव वीजे पटुत्वाभिमानः अस्ति, तदा वर्गयोः पदे तौ राशी च प्रचक्ष्व।

अथ कनिष्ठकल्पनोपायः

तावत् क्षेपं क्षेपरूपाणि कृत्वा
ह्रस्य ज्येष्ठे साधनीये यथोक्ते।
पूर्व्वं क्षेपे योऽन्यवर्णस्य वर्ग-
स्तस्याङ्कघ्नो ज्येष्ठवर्गो विभक्तः॥
रूपैर्निघ्नया तत् प्रकृत्याप्तमूलं
तद्घ्नः पूर्व्वंक्षेपजो वर्ण एव।
ज्ञेयं ह्रस्वाऽव्यक्तखण्डं पुरोक्त-
ह्रस्वं तु स्याद् व्यक्तखण्डं तदैक्ये॥
सरूपके क्षेपक-जातिवर्ण-
एवं स्वकीयन्तु कनिष्ठमत्र॥

अत्र सिद्धान्ततत्त्वविवेककारः कनिष्ठकल्पनोपायं शालिनी-द्वयेनोपजातिकार्द्धेन चाह तावदिति। क्षेपरूपाणि क्षेपं कृत्वा

यथोक्ते ह्रस्व-ज्येष्ठे साधनीये। पूर्व्वंचेपे यः अन्यवर्णस्य वर्गः अस्ति तस्याङ्केन निघ्ना ज्येष्ठ वर्गः, चेपस्य रूपे निघ्नया तत् प्रकृत्या विभक्तः कार्य्यः, आप्तस्य यन्मूलं तद्घ्नः पूर्व्वंचेपजो-वर्णः एव ह्रस्वाव्यक्त-खण्डं ज्ञेयं पूर्व्वोक्तह्रस्वं तु व्यक्तखण्डं स्यात्। तदैक्ये तयोः व्यक्ताव्यक्तखण्डयोरैक्ये रुरूपके चेपक-जातिवर्णे, एवं अनेन प्रकारेण स्वकीयं कनिष्ठं साध्यम्।

अत्र प्रथमोदाहरणे कल्पितौ राशी या १। का १। अनयो-र्वर्गौ याव १। काव १। प्रथमं पञ्चभिर्द्वितीयञ्च षोड़शभिः संगुण्य जातौ याव ५। काव १६। अनयोर्युतिर्विंशत्या हीना याव ५ काव १६ रू २०। अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण समं कृत्वा द्वितीयपक्षस्य मूलं नी १। प्रथमपक्षे याव ५ काव १६ रू २०। प्रथमवर्णवर्गाङ्कः प्रकृतिः ५ शेषं चेपः काव १६ रू २०। अत्र चेपस्य प्रथमखण्डं काव १६ द्वितीयखण्डं रू २०। द्वितीय-खण्डं रू २० चेपं प्रकल्प्य ज्येष्ठं साध्यते। अत्र कल्पितं कनिष्ठं ३। अस्य वर्गात् ९ प्रकृति ५ गुणात् ४५ ऋणचेप-रू २० युता २५ न्मूलं ज्येष्ठं ५। ज्येष्ठवर्गः २५। चेपस्य कालकवर्गाङ्केन १६ गुणितः ४०० चेपस्य रूपखण्डेन २० प्रकृति ५ गुणितेन १०० भक्तः फलं ४। अस्य मूलं २ अनेन पूर्व्वंचेपजो वर्णः का १ गुणितः का २। इदं कनिष्ठाव्यक्त-खण्डं, पूर्व्वसाधित कनिष्ठं ३ व्यक्तखण्डं। एवं जातं कनिष्ठं का २ रू ३। कनिष्ठवर्गः काव ४ का १२ रू ९। प्रकृति ५ गुणः काव २० का ६० रू ४५। खण्डद्वयात्मक-चेपेण

काव १६ रू २० युतः काव २६ का ६० रू २५। अस्य मूलं जातं जेष्ठं का ६ रू ५। इदं द्वितीयपक्षेण नी १ समसतो-नीलकमानं का ६ रू ६। कनिष्ठं का २ रू ३। प्रकृतिवर्णस्य यावत्तावतो मानं। पूर्वकल्पितौ राशी या १ का १। अत्र कालकस्य रूपं मानं प्रकल्प्य, यावत्तावतो मानं ५। अतो-राशी ५। १

उदाहरणम्

घनवर्गयुतिर्वर्गो ययोराश्योः प्रजायते।
समासोऽपि ययोर्वर्गस्तौ राशी शीघ्रमानय॥

अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह घनवर्गेति। ययो राश्योः घनवर्गयुतिः एकस्य घनः अन्यस्य वर्गस्तयोर्योगः वर्गः प्रजायते, ययो राश्योः समासः योगोऽपि वर्गः स्यादिति तौ राशी शीघ्रं आनय कथय।

"अत्र राशी या १। का १। अनयोर्वर्ग घनयोर्योगः याव १ काघ १। अयं वर्ग इति नीलकवर्गसमं कृत्वा पक्षयोः कालकघनं प्रक्षिप्य, नीलकपक्षस्य मूलं नी १। परपक्षस्यास्य याव १ काघ १ वर्गप्रकृत्या मूले, तत्र यावत्तावद्वर्गे योङ्कः सा प्रकृतिः, शेषं क्षेपः प्रकल्प्यः, प्रकृतिः याव १ क्षेपः काघ १।

इष्टभक्तो द्विधा क्षेप इत्यादिना कालकेनेष्टेन जाते मूले कनिष्ठं काव १ का १ / २ ज्येष्ठं काव १ का १ / २ कनिष्ठं यावत्तावन्मानं तेनोत्थाप्य जातौ राशी काव १ का १ / २ । कां १ । अनयोः समासः काव १ का १ / २ अयं वर्ग इति पीतकवर्गेण समीकरणं कृत्वा पक्षशेषं चतुर्भिः संगुण्य रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्ष मूलं का २ रू १ । परपक्षस्यास्य पीव ८ रू १ वर्गप्रकृत्या मूले क ६ ज्ये १७ । वा क ३५ ज्ये ९९ । ज्येष्ठं पूर्व्वमूलेनानेन का २ रू १ । समं कृत्वा लब्धं कालकमानं वा ४९ । अनेनोत्थाप्य जातौ राशी २८ । ८ वा ११७६ । ४९ ।

अथवा राशी याव २ । याव ७ अनयोर्योगः याव ९ अयं वर्ग एव । अथानयोर्घन वर्गयोगः यावघ ८ यावव ४९ । एष वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः

यावघ ८ यावव ४९
काव १

अत्र द्वितीयस्य मूलं का १ प्रथमपक्षं यावव इत्यनेनापवर्त्त्य याव ८ रू ४९ वर्गप्रकृत्या कनिष्ठं २ । वा ३ । वा ९ । अतो यावत्तावतो मानं २ । वा ३ वा ७ अनेनोत्थापितौ राशी ८।२८ वा १८।६३ वा ९८ । ३४३ । एवं बहुधा ।"

सम्भाविते वर्गकृती तु यत्रेत्याद्युदाहरणम्

ययोर्वर्गयुतिर्घातयुता मूलप्रदा भवेत् ।
तन्मूलगुणितो योगः सरूपश्चाशु तौ वद ॥

सम्भाविते वर्गकृती तु यत्रेत्येतद्विषयीभूतमुदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति, ययोर्वर्गयुतिरित्यादि। ययोः राश्योः वर्गयुतिः घातयुता राश्योर्घातेन सहिता मूलप्रदा भवेत्। तथा तन्मूलेन गुणितः योगः राश्योर्योगः सरूप एकयुक्तः मूलदः स्यादिति तौ राशी आशु शीघ्रं वद।

"अत्र राशी या १। का १। अनयोर्वर्गयुति घातयुता याव १ याकाभा १ काव १। अस्या मूलं नास्तीति नीलकवर्गसमा मितां कृत्वा पक्षयोः कालकवर्गं प्रक्षिप्य पक्षौ षट्त्रिंशता संगुण्य लब्धं नीलकपक्षमूलं नी ६। परपक्षस्यास्य याव ३६ याकाभा ३६ काव ३६। यावती मूलमस्ति तावतः सम्भाविते वर्गकृती इत्यादिना मूलं गृहीतं या ६ का ३। शेषस्यास्य काव २७ इष्टेन कालकेन १। हृतस्येष्टकालकवर्जितस्य च दलेन का १३। तन्मूलसमं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं का $\frac{५}{३}$। अनेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी का $\frac{५}{३}$। का १। अनयोर्वर्गयुतिः काव $\frac{३४}{९}$। घातयुतायाः काव $\frac{४९}{९}$ मूलं का $\frac{७}{३}$। अनेन राशियोगो का $\frac{८}{३}$ गुणितः

काव $\frac{५६}{६}$ । सरूपो जातः $\frac{\text{का ५६ रू ८}}{६}$ । अमुं पोतक-वर्गसमं कृत्वा समच्छेदीकृत्य पक्षयोर्नव रूपाणि प्रक्षिप्य लब्धं कनिष्ठमूलं ६ वा १८०। एतत् कालकमानमित्यनेनोत्था-पितौ जातौ राशी १०। ६ वा ३०० । १८० एवमनेकधा।”

क्रियां प्रदर्श्यते—

कल्पितौ राशी या १ का १ । अनयोर्वर्गयोगो $\text{या}^{२} + \text{का}^{२}$ घातयुतः $\text{या}^{२} + \text{याका} + \text{का}^{२}$ । अयं मूलद इति—

$\text{या}^{२} + \text{याका} + \text{का}^{२} = \text{नी}^{२}$ । $\therefore \text{या}^{२} - \text{याका} = \text{नी}^{२} - \text{का}^{२}$

पक्षयोः कालकवर्गं प्रक्षिप्य षट्त्रिंशता गुणने

$३६ \text{ या}^{२} + ३६ \text{ याका} + ३६ \text{ का}^{२} = ३६ \text{ नी}^{२}$

$३६ \text{ या}^{२} + ३६ \text{ याका} + ९ \text{ का}^{२} + २७ \text{ का}^{२} = ३६ \text{ नी}^{२}$ ।

सम्भाविते वर्णकृतौ तु यत्रेत्यादिना

$६ \text{ या} + ३ \text{ का} + २७ \text{ का}^{२} = ६ \text{ नी}$ । कालकमिष्टं प्रकल्प्य

$\frac{२७ \text{ का}^{२}}{\text{का}} = २७ \text{ का}$ । $\frac{२७ \text{ का} - १ \text{ का}}{२} = १३ \text{ का}$ ।

$६ \text{ या} + ३ \text{ का} = १३ \text{ का}$ ।

$६ \text{ या} = १० \text{ का}$ । $\text{या} = \frac{१० \text{ का}}{६} = \frac{५ \text{ का}}{३}$ ।

या, का, राशिद्वयं कल्पितमिति राशी $\frac{५ \text{ का}}{}$, का १ ।

अनयोर्वर्गयोगः $\frac{२५ \text{ का}^{२}}{९} + \text{का}^{२} = \frac{३४ \text{ का}^{२}}{९}$ ।

राश्योर्घातः $\frac{५ \text{ का}^{२}}{३}$ । $\frac{३४ \text{ का}^{२}}{९} + \frac{५ \text{ का}^{२}}{३} = \frac{३४ \text{ का}^{२} + १५ \text{ का}^{२}}{९}$

$= \frac{४९ \text{ का}^{२}}{९}$ । अस्य मूलं $\frac{७ \text{ का}}{३}$

राश्योर्योगः $= \frac{५ \text{ का}}{३} + \text{का } १$

$= \frac{८ \text{ का}}{३}$ । मूलद्वत इति $\frac{८ \text{ का}}{३} \times \frac{७ \text{ का}}{३} = \frac{५६ \text{ का}^{२}}{४}$ ।

रूपयुत इति $\frac{५६ \text{ का}^{२}}{९} + १$

$= \frac{५६ \text{ का}^{२} + ९}{९}$ अयं मूलप्रद इति कल्पयतां

$\frac{५६ \text{ का}^{२} + ९}{९} = \text{पी}^{२}$ । तदा $५६ \text{ का}^{२} + ९ = ९ \text{ पी}^{२}$

$\sqrt{५६ \text{ का}^{२} + ९} = ३ \text{ पी}$ । अत्र वर्गप्रकृत्या कनिष्ठं यदि ६ इति कल्प्यते, तदा मूलं स्यादिति का = ६ ।

तर्हि प्रथमराशिः $\frac{५ \text{ का}}{३} = १०$ । द्वितीयराशिः का = ६

अथवा यदि कनिष्ठं १८० इति कल्प्यते, तदा राशी ३०० । १८० । एवं कनिष्ठमान-कल्पनावशादनेकधा राशी भवेताम् ।

आद्योदाहरणम्

राश्योर्ययोः कृतियुति-
र्वियुतिश्चैकेन संयुते वर्गौ ।
रहिते वा तौ राशी
गणयित्वा कथय यदि वेत्सि ॥

आर्य्या छन्दसा आद्योक्तमुदाहरणं भास्करः शिष्यबोधार्थं प्रदर्शयति राश्योरिति । भो गाणितिक ! ययोः राश्योः कृतियुतिर्वर्गयोगः कृतिवियुतिश्च ते एकेन संयुते एकेन वियुते वा वर्गौ स्यातां । तौ राशी गणयित्वा यदि वेत्सि कथय ।

"अथ प्रथमोदाहरणे कल्पितौ राशिवर्गौ याव ४। याव ५ रू १। अनयोर्योगवियोगौ रूपयुतौ मूलदौ भवतः। कल्पित-प्रथमवर्गस्य मूलमेको राशिः या २। द्वितीयस्यास्य याव ५ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क १ ज्ये २। वा क १७ जे ३८ अनयोर्ज्येष्ठपदं द्वितीयराशिः। इष्टं यावत्तावन्मानेनोत्थाप्य आद्यराशिः एवं जातौ राशी २। २ वा ३४। ३८।

अथ द्वितीयोदाहरणे तथैव कल्पितः प्रथमराशिः या २। द्वितीयस्यास्य याव ५ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क ४ जे ९ वा क ७२ जे १६१। कनिष्ठेन प्रथम उत्थापितः ज्येष्ठेन द्वितीय इति जातौ राशी ८। ९ वा १४४। १६१

अत्राल्पराशि-वर्गेण यो राशिरूनितो युतश्च मूलदः स्यात् स-तावद् व्यक्त एव द्वितीयो ज्ञेयः, तस्यानयनेऽप्युपायस्तद् यथा—कल्पितराशिवर्गः ४। अनेन द्वितीयराशिरूनितो युतश्च मूलदः स्यादित्ययं द्विगुणः ८। वर्गान्तरमिदं कयोरपि च योगान्तर-घातसमं। अतोऽन्तरमिष्टं २ कल्पितं। वर्गान्तरं राशि-वियोग भक्तमिति जाते वर्गान्तरयोगमूले १। ३। आद्यस्य वर्गे १ कल्पितराशिवर्गं ४ प्रक्षिप्य द्वितीयस्य वर्गात् ९ वा विशोध्य जातो द्वितीयः ५। अत्र चाल्पराशिवर्गस्तथा कल्प्यते यथा द्वितीयराशिरभिन्नः स्यात्, तथान्यः कल्पितः ३६ द्विगुणः ७२ इदं वर्गान्तरं राश्यन्तरषट्के कल्पिते जातौ ३।९ अन्यवर्गात् ८१ कल्पितं ३६ विशोध्य जातो द्वितीयः ४५। चतुष्केण वा ८५। द्विकेन वा ३२५।"

अत्रोपपत्तिः

प्रथमःकल्पितराशिः = प्रक। द्वितीयः कल्पितराशिः = द्विक।

कल्प्यतां $\text{या}^{\text{२}} = \text{नी}^{\text{२}} - \text{प्रक}^{\text{२}}$। $\text{का}^{\text{२}} = \text{ना}^{\text{२}} + \text{प्रक}^{\text{२}}$

अनयोरन्तरं $\text{का}^{\text{२}} - \text{या}^{\text{२}} = (\text{नो}^{\text{२}} + \text{प्रक}) - (\text{नी} - \text{प्रक}^{\text{२}})$

$= \text{२ प्रक}^{\text{२}}$। यत्र यदि का − या = द्विक इति कल्प्यते, तदा वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योग इति

$$\text{का} + \text{या} = \frac{\text{२ प्रक}^{\text{२}}}{\text{द्विक}}।$$

$$\text{अतः या} = \frac{\dfrac{\text{२ प्रक}^{\text{२}}}{\text{द्विक}} - \text{द्विक}}{\text{२}}।$$

$$\text{का} = \frac{\dfrac{\text{२ प्रक}^{\text{२}}}{\text{द्विक}} + \text{द्विक}}{\text{२}}।$$

अत उपपन्नं कल्पित-राशिवर्ग इत्यादि।

"अथान्यथा कल्पने युक्तिः राश्योर्घातेन द्विगुणेन वर्गयोगो-युतोनितोऽवश्यं मूलदः स्यात्। राशिवधो द्विगुणो यथा वर्गः स्यात्, तथा एको वर्गोऽन्यो वर्गार्द्धमिति कल्प्यौ। यतो-

वर्गयोर्वधो वर्गो भवतीति। तथा कल्पितौ एको वर्गः १ अन्यो वर्गाद्ध २ अनयोर्घातो २ द्विगुणः ४ अयं प्रथमः। अयमल्पराशिवर्गः तयोरेव वर्गयोगः ५ अयं द्वितीयो राशिः। अथवा एको वर्गः ९ अन्यो वर्गाद्ध २। अनयोर्घातो १८ द्विगुणः ३६। अयमल्पराशिवर्गः। अथ तयोरेव वर्गयोगः ८५। अयं द्वितीयो राशिः। एतौ व्यक्तौ यावत्तावद्वर्गगुणौ कल्पितौ। प्रथमोदाहरणे द्वितीयो राशीरूपेणोनो द्वितीयोदाहरणे रूपयुतः कार्य्यः। एवं कृत्वा तौ तथा राशिवर्गौ कल्पितौ यथालापद्वयं घटते, किन्तु प्रथमस्य मूलं गृहीत्वा द्वितीयस्य मूलं दत्वा वर्गप्रकृत्या मूलमित्यादि पूर्व्वोक्तमेव, एवमनेकधा।"

अथ कस्याप्युदाहरणम्

यत् स्यात् साल्पवधार्द्धतो घनपदं
यद्वर्गयोगात् पदं
तद् योगान्तरयोर्द्विकाभ्यधिकयो-
र्वर्गान्तरात् साष्टकात्।

यच्चैतत्पदपञ्चकन्तु मिलितं
स्याद्वर्गमूलप्रदं
तौ राशी कथयाशु निश्चलमते !
षट्काऽष्टकाभ्यां विना

शार्द्दूलविक्रीड़ित-छन्दसोक्तं कस्याप्युदाहरणं शिष्याणां बोधार्थं प्रदर्शयति, यत् स्यादिति। साल्पवधार्द्धतः अल्पेन राशिना सह युक्तस्य राश्योर्वधस्य अर्द्धात् यद् धनपदं लभ्यते, वर्गयोगाद् राश्योर्वर्गद्वयस्य योगात् यत् पदं लभ्यते, द्विकाभ्यधिकयोः योगान्तरयोः यत् पृथक् पदद्वयं, यत्र राश्योर्योगो द्वाभ्यां युतः पदं स्यात्, तथा राश्योर्वियोगो द्वाभ्यां युतः पदं स्यादित्यर्थः। वर्गान्तराद् राश्योर्वर्गान्तरात् साष्टकात् अष्टयुतात् यत् पदं, एतत् पदपञ्चकं मिलितं सत् यत्र वर्गमूलप्रदं स्यात्, तत्र भो निश्चलमते! स्थिरवुद्धे! षट्काष्टकाभ्यां विना तौ राशी आशु कथय।

"साल्पवधस्यार्द्धात् धनपदं ग्राह्यं। अत्रालापानां बहुत्वे ऽसकृत् क्रिया कार्य्या, सा न निर्व्वहति। अतो वुद्धिमता तथा राशी कल्प्यौ यथैकेनैव वर्णेन सर्व्वेऽप्यालापा घटन्ते।

तथा कल्पितौ राशी याव १ रू १। या २। अनयोः साल्पवधार्द्धतो धनपदं या १। वर्गयोगात् पदं याव १ रू १ द्व्यधिकयोगपदं या १ रू १। द्व्यधिकान्तरपदं या १ रू १।

साष्टवर्गान्तरपदं याव १ रू ३ं। एषां योगः याव २ या ३ रू २ं। अयं वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वा पक्षावष्टभिः संगुणय्य पञ्चविंशतिरूपाणि प्रक्षिप्य, प्रथमपक्षस्य मूलं या ४ रू ३। परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५। वर्गप्रकृत्या मूले क ५ जेय १५ वा क ३० जेय ८५। वा क १७५ जेय ४९५। जेयेष्ठं पूर्वपदेन समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं ३ वा $\frac{४१}{२}$ वा

१२३। अनेनोत्थापितौ राशी ६, ८। वा $\frac{१६९७}{४}$, ४१। वा

१५१२८, २४६ एवमनेकधा।

अथवा यावत्तावद्वर्गो यावत्तावद् द्वयेन युत एको राशिः। यावत्तावद् द्वयं रूपद्वययुतमन्यराशिः याव १ या २, या २ रू २।

अथवा यावत्तावद् वर्गो यावत्तावद् द्वयोन एको राशिः। यावत्तावद् द्वयं रूपद्वयोनमन्यराशिः याव १ या २ं, या २ रू २ं।

अथवा यावत्तावद् वर्गो यावत्तावच्चतुष्टयं रूपत्रययुतश्च एकोराशिः याव १ या ४ रू ३। यावत्तावद् द्वयं रूपचतुष्टयस्थानः या २ रू ४।"

प्रथमकल्पनायां क्रियाप्रदर्शनम्—

कल्पितराशी या^{२}—१,२ या अनयोः साल्पवधाद्वं

$\frac{(या^{२}-१)\,२\,या}{२}+२\,या=\frac{२\,या^{३}-२\,या+२\,या}{२}=या^{३}$ ।

$या^{२}$ अस्य घनमूलं या ।

राश्योर्वर्गयोगपदमिति—

$(या^{२}-१)^{२}+(२\,या)^{२}=या^{४}+१-२\,या^{२}+४\,या^{२}$

$=या^{४}+१+२\,या^{२}$ अस्य मूलं $या^{२}+१$ ।

द्व्यधिकयोगपदमिति—

$या^{२}-१+२\,या+२=या^{२}+२\,या+१$ । अस्य मूलं $या+१$

द्व्यधिकान्तरपदमिति—

$(या^{२}-१)-२\,या+२=या-२\,या+१$

अस्य मूलं $या-१$

साष्टवर्गान्तरपदमिति—

$८+(या^{२}-१)^{२}-(२\,या)^{२}=८+या^{४}-२\,या^{२}+१-४\,या^{२}$ ।

$=या^{४}-६\,या^{२}+९$ अस्य मूलं $या^{२}-३$ ।

पदपञ्चकयोगः पदमिति—

$या+(या^{२}+१)+(या+१)+(या-१)+(या^{२}-३)$ ।

$= २\,\text{या}^{२} + ३\,\text{या} - २ = \text{का}^{२}$। अष्टभिर्हतौ पञ्चविंशत्या युतौ च

$१६\,\text{या}^{२} + २४\,\text{या} - १६ + २५ = ८\,\text{का}^{२} + २५$ मूले गृहीते

$= \sqrt{१६\,\text{या}^{२} + २४\,\text{या} + ९} = \sqrt{८\,\text{का}^{२} + २५}$

$= ४\,\text{या} + ३ = \sqrt{८\,\text{का}^{२} + २५}$ वर्गप्रकृत्या

कनिष्ठं कालकमानं, तथा ज्येष्ठमानञ्च साध्यम्।

यदि क = ५ तदा ज्ये = १५।

$४\,\text{या} + ३ = १५$। $४\,\text{या} = १२$। $\text{या} = ३$

$२\,\text{या} = ६$। $\text{या}^{२} - १ = ८$

अतो राशी ८।६! एवं कनिष्ठज्येष्ठानां बहुत्वाद् बहुधा।

द्वितीय-प्रकारेण क्रिया प्रदर्शणम्—

राशी $\text{या}^{२} + २\,\text{या}$, $२\,\text{या} + २$। प्रश्नतः

$$\frac{(\text{या}^{२} + २\,\text{या})(२\,\text{या} + २) + २\,\text{या} + २}{२}$$

$= \text{या}^{३} + ३\,\text{या}^{२} + ३\,\text{या} + १$

अस्य घनमूलं $\text{या} + १$।

राश्योर्वर्गयोगः =

$(\text{या}^{२}+२\,\text{या})^{२}+(२\,\text{या}+२)^{२}=\text{या}^{४}+४\,\text{या}^{३}+८\,\text{या}^{२}+४$

अस्यमूलं $\text{या}^{२}+२\,\text{या}+२$ ।

द्व्यधिकयोगः $=\text{या}^{२}+२\,\text{या}+२\,\text{या}+२+२$

$=\text{या}^{२}+४\,\text{या}+४$ । अस्यमूलं $\text{या}+२$

द्व्यधिकान्तरं $=(\text{या}^{२}+२\text{या})-(२\,\text{या}+२)+२$

$=\text{या}^{२}$ अस्यमूलं या ।

साष्टवर्गान्तरं $=८+(\text{या}^{२}+२\,\text{या})^{२}-(२\,\text{या}+२)^{२}$

$=\text{या}^{४}+४\,\text{या}^{३}-८\,\text{या}+४$ । अस्यमूलं $\text{या}^{२}+२\,\text{या}-२$ ।

मूल पञ्चकयोगः $=(\text{या}+१)+(\text{या}^{२}+२\,\text{या}+२)$

$+(\text{या}+२)+\text{या}+(\text{या}^{२}\div२\,\text{या}-२)$

$=२\,\text{या}^{२}+७\,\text{या}+३$ अयं कालकवर्ग सम इति

$२\,\text{या}^{२}+७\,\text{या}+३=\text{का}^{२}$

२ या^{२}+७ या=का^{२}−३ । पक्षौ अष्टभिः संगुण्य

१६ या^{२}+ ५६ या=८का^{२}−२४ । सप्तवर्गं योजने

१६ या^{२}+५६ या+४९=८ का^{२}+२५ मूले

४ या+७= $\sqrt{८ का^{२}+२५}$

वर्गप्रकृत्या क=५ । तदा ज्ये=१५ इत्यादि

४ या+७=१५ । ४ या=८ । या=२

कल्पितौ राशी=या^{२}+२ या, २ या+२ ।

अतो राशी ८ । ६ । एवं बहुधा ।

एवं तृतीयप्रकार-कल्पनया,-चतुर्थप्रकार-कल्पनया च तुल्यावेव राशी जायेते ।

एवं सहस्रधा गूढ़ा मूढ़ानां कल्पना यतः ।
कृपया कल्पनोपाय स्तेषामेव च कथ्यते ।

राशिकल्पनोपाय-कथनमनुष्टुभा प्रतिजातीते एवमिति । एवमनुना प्रकारेण यथा चतुर्धा राशि-कल्पनात्र कृता तथा सहस्रधा राशिकल्पना संभवति । सा कल्पना यतः मूढानां स्वल्पबुद्धीनां गूढा अबोध्या, ततः कृपया मूढ-शिष्यान् प्रति कृपावशेन तेषां राशीनां कल्पनोपाय एव च कथ्यते ।

अथ राशिकल्पनोपायः

सरूपमव्यक्त मरूपकं वा
वियोगमूलं प्रथमं प्रकल्प्य
योगान्तरक्षेपकभाजिताद् यद्-
वर्गान्तरक्षेपकतः पदं स्यात् ॥११॥
तेनाधिकं तत्तु वियोगमूलं
स्याद् योगमूलन्तु तयोस्तु वर्गौ
स्वक्षेपकोनौ हि वियोगयोगौ
स्यातां ततः संक्रमणेन राशी ॥१२॥

अथ राशिकल्पनोपायमुपजातिद्वयेनोपदिशति । प्रथमं सरूपं रूपयुक्तं अव्यक्तं, अरूपं रूपहीनमव्यक्तं वा वियोगमूलं प्रकल्प्य वर्गान्तरक्षेपकतः योगान्तरक्षेपक-भाजिताद् यत् पदं मूलं तेन पदेन अधिकं वियोगमूलं योगमूलं स्यात् । तयोः वियोगमूल-योगमूलयोः वर्गौ स्वक्षेपकोनौ क्रमेण वियोग-योगौ स्यातां, ततः वियोग-योगतः संक्रमणेन राशी भवतः ॥

अत्रोपपत्तिः

परवर्त्तिप्रश्नानुसारेण राशियोगः + क्षेपः = वर्ग^{२} इति या ।

वियोगः + क्षेपः = का^{२}

तदा या^{२} − क्षे = राशियोगः ।

का^{२} − क्षे = राशिवियोगः ।

वर्गान्तरं योगान्तरघातसममिति

राशिवर्गान्तरं = (या^{२} − क्षे) (का^{२} − क्षे) = या^{२} का^{२}

− या^{२} क्षे − का^{२} क्षे + क्षे^{२}

अस्मिन् २ या· का· क्षे योजने वियोजने च

या^{२} का^{२} − २ या· का· क्षे + क्षे^{२} − या^{२} क्षे + २ या· का· क्षे

− का^{२} क्षे

(या^{२} का^{२} − क्षे^{२}) − क्षे (या^{२} − २ या का + का^{२}) अत्र यदि

क्षे (या^{२} − २ या का + का^{२}) इदं क्षिप्यते तदा

(या^{२} का^{२} − क्षे^{२}). वर्गराशिरेव स्यादिति क्षेपोऽयं वर्गान्तरस्य

क्षेपमानं = वक्षे ।

$$\frac{\text{चे}(\text{या}^{२} - २\,\text{याका} + \text{का})}{\text{चं}} = \text{चे}\frac{(\text{या} - \text{का})^{२}}{\text{चं}}$$

$$= (\text{या} - \text{का})^{२} = \frac{\text{वचे}}{\text{चं}}$$

$$\therefore \text{या} - \text{का} = \sqrt{\frac{\text{वचं}}{\text{च}}}\ ।$$

अत्र यदि या − १ इदं योगमूलं, का − १ इदं वियोगमूलं कल्पते, तदा का − १ अस्मिन या—का योजने

(का—१) + (या—का) = या − १ इदं योगमूलं स्यात् ।

अथवा यदि

या + १ = योगमूलं, का + १ = वियोगमूलं कल्पते

तदा (का + १) + (या − का) = या + १ इदं योगमूल स्यादेव ।

अत उक्तं सरूपमव्यक्तमित्यादि ।

— –

उदाहरणम्

राश्योर्योगवियोगकौ त्रिसहितौ
वर्गौ भवेतां ययो-
र्वर्गैक्यं चतुरूनितं रवियुतं
वर्गान्तरं स्यात् कृतिः ।

साल्पं घातदलं घनः पदयुति-
स्तेषां द्वियुक्ता कृति-
स्तौ राशी वद कोमलामलमते
षट्सप्त हित्वाऽपरौ ॥

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह राश्योरिति । भो-कोमलामलमते ! ययो राश्योर्योगवियोगकौ त्रिसहितौ वर्गौ भवेतां, राश्योर्योगः त्रियुतो वर्गस्तथा राश्योर्वियोगस्त्रियुतो वर्ग इत्यर्थः। ययोर्वर्गैक्यं वर्गयोर्योगः चतुरूनितं सत् वर्गः, वर्गान्तरं राश्योर्वर्गान्तरं रवियुतं द्वादशयुक्तं कृतिः स्यात्। घातदलं राश्योर्घातार्द्धं साल्पं लघुराशियुक्तं घनो भवेत्। तेषां पदयुतिः पदानां योगः द्वियुक्ता सतो कृतिर्भवेत्। षट्सप्त हित्वा अपरौ तौ राशी वद।

"अत्र रूपोनमव्यक्तं वियोगमूलं प्रकल्प्य या १ रू १ । अत्राप्यनयैव युक्त्या कल्पितौ राशी याव १ रू २। या २ वा कल्पितौ राशी याव १ या २ रू १। या २ रू १। राश्योर्योगस्त्रिसहितः याव १ या २ रू १। राश्योरन्तरं त्रिसहितं याव १ या २ रू १। प्रथमराशिवर्गः यावव १ याव ४ रू ४। द्वितीय राशिवर्गः याव ४। अनयोरैक्यं चतुरूनं यावव १। तयोरेवान्तरं रवियुतं यावव १ याव ८ रू १६। राशिघातः याघ २ या ४। दलं याघ १ या २ साल्पं याघ १। एभ्यो-

मूलानि, तत्र त्रियुतयोग मूलं या १ रू १ त्रियुत-वियोगमूलं या १ रू १। चतुरूनितवर्गैक्यमूलं याव १। रवियुत वर्गान्तर-मूलं याव १ रू ४। तथा घनमूलं या १। पदपञ्चक-योगो-द्वियुतो जातः याव २ या ३ रू २। एष वर्ग इति कालक-वर्गेण समीकरणाय न्यासः।

याव	२	या	३	काव	०	रू	२
याव	०	या	०	काव	१	रू	०

समीकरणात् पक्षशेषौ याव २ या ३। काव १ रू २ अत्रै तावदष्टभिः संगुण्य नवरूपाणि प्रक्षिप्यादापक्षस्य मूलं या ४ रू ३। परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५। वर्गप्रकृत्या मूले क ५ जे १५। वा क १७५ ज्ये ४९५।

ज्येष्ठं प्रथमपक्ष मूलसमं कृत्वाप्तं यावत्तावन्मानं ३ वा १२३। वर्गणाद्यं केवलेनान्त्यमुत्थाप्य जातौ राशी ७। ६। वा १५१२७। २४६

अथवा कल्पित-द्वितीयराश्योर्योगस्त्रियुतः याव १ या ४ रू ४। वियोगस्त्रियुतः याव १। अत्रादावर्गः यावव १ याघ ४ याव २ या ४ रू १। द्वितीय राशिवर्गः याव ४ या ८ रू ४। अनयोरैक्यं चतुरूनं यावव १ याघ ४ याव ६ या ४ रू १। वर्गान्तरं रवियुतं यावव १ याघ ४ याव २ या १२ रू ८। राशिघातः याघ २ याव ६ या २ रू २। दलं याघ १ याव ३ या १ रू १। स्वाल्पं याघ १ याव ३ या ३ रू १। एभ्यो मूलानि, तत्र त्रियुतयोगमूलं या १ रू २। त्रियुत-

वियोगमूल १ । चतुरूनित-वर्गैक्यमूलं याव १ या २ रू १ । रवियुत-वर्गान्तरमूलं याव १ या २ रू ३ । घनमूलं या १ रू १ । पदपञ्चकयोगो द्वियुक्तः याव २ या ७ रू ३ । एष वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणाय न्यासः ।

याव २ या ७ काव ० रू ३
याव ० या ० काव १ रू ०

समसोधनात् पक्षशेषौ याव २ या ७ काव १ रू ३ । अत्र पक्षावष्टभिः संगुण्य एकोनपञ्चाशद्रूपाणि प्रक्षिप्याद्यपक्ष-मूलं या ४ रू ७ । परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५ । वर्गप्रकृत्या मूले क ५ जेष्ठ १५ । वा क १७५ जेष्ठ ४९५ ।

जेष्ठं प्रथमपक्षपदेन समं विधाय लब्धं यावत्तावन्मानं २ वा १२२ । अत्र वर्गेण अव्यक्तवर्गराशिं केवलेनाव्यक्त-मुत्थाप्य जातौ राशी ७ । ६ वा १५१२७ । २४६ । तद् यथा या २ अस्य वर्गः ४ । अनेन याव १ गुणितः ४ । केवलेन २ या २ ! गुणित ४ । उभयोर्व्यक्तत्वाद् योगः ८ । ऋणगे रूपे १ वियोजिते जात एकः ७ । तथा या २ केवलेन या २ गुणितः ४ । रूप २ युतो जातः परः ६ । एवं द्वितीयः या १२२ । वर्गः १४८८४ । अनेन याव १ गुणितः १४८८४ । केवलेन या १२२ ! या २ गुणितः २४४ । उभयोर्व्यक्तयोर्योगाद्दृणं रूपं विशोध्य जात एकः १५१२७ । तथा या २ । केवलेन १२२ । गुणितो व्यक्तरूप २ युतोऽपरः २४६ । एवं बहुधा ॥”

यत्राव्यक्तं सरूपं हि तत्र तन्मान मानयेत् ।
सरूपस्यान्यवर्णस्य कृत्वा कृत्यादिना समम् ॥२३॥

राशिं तेन समुत्थाप्य कुर्य्याद्भूयोऽपरां क्रियां ।
सरूपेणान्यवर्णेन कृत्वा पूर्व्वपदं समम् ॥२४॥

अथान्यद् विशेषमनुष्टुब् द्वयेनाह यत्राव्यक्तमिति । ग्रन्थकृतैव सर्व्वं व्याख्यातम् ।

"यत्राद्यपक्षमूले गृहीते परपक्षेऽव्यक्तं सरूपमरूपं वा स्यात्, तत्रान्यवर्णस्य सरूपस्य वर्गेण साम्यं कृत्वा तस्याव्यक्तस्य मानमानीय तेन राशिमुत्थाप्य पुनरन्यां क्रियां कुर्य्यात् । तथा तेनान्यवर्णेण सरूपेणाद्यपक्षपदसाम्याच्च यदि पुनः क्रिया न भवेत्तदा व्यक्तेनैव वर्गादिना समक्रिया ॥"

उदाहरणम्

यस्त्रिपञ्चगुणो राशिः पृथक् सैकः कृतिर्भवेत् ।
वद तं वीजमध्येऽसि मध्यमाहरणे पटुः ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति, यस्त्रिपञ्चेति । भो गणक ! त्वं चेद् वीजमध्ये मध्यमाहरणे मध्यमाहरणगणिते

पटुः असि तर्हि, यो राशिः पृथक् त्रिपञ्चगुणः त्रिभिः पञ्चभिश्च गुणितः, सैक एकयुक्तः, कृतिर्वर्गराशिर्भवेत् तं राशिं वद।

"अत्र राशिः या १। एष त्रिगुणः सैकः या ३ रू १। अयं वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वा पक्षयोः रूपं १। प्रक्षिप्य लब्धं कालकपक्षस्य मूलं का १। अन्यपक्षस्यास्य या ३ रू १। सरूप-नीलकत्रयस्य वर्गेण नीव ९ नी ६ रू १। साम्यं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानेनेत्थापितो जातो राशिः नीव ३ नी २। पुनरयं पञ्चगुणः सैको वर्ग इति नीव १५ नी १० रू १। पीतकवर्गसमं कृत्वा समशोधने कृते

नीव १५ नी १०
पीव १ रू १

पक्षाविमौ पञ्चदशभिः संगुणय्य पञ्चविंशतिरूपाणि प्रक्षिप्याद्यपक्षस्य मूलं नी १५ रू ५। परपक्षस्यास्य पीव १५ रू १० वर्गप्रकृत्या मूले क ९ ज्ये ३५। वा क ७१ जेा २७५। कनिष्ठं पीतकमानं। जेाष्ठमाद्यपक्षस्य मूलेनानेन नी १५ रू ५ समं कृत्वाप्तं नीलकमानं २। वा १८। स्वस्वमानेनोत्थाप्य जातो राशिः १६ वा १००८।

अथवैकालापो यथा स्वत एव सम्भवति तथा कल्पितो-राशिः याव $\frac{१}{२}$, रू $\frac{१}{२}$। एष पञ्चगुणो रूपयुतः याव $\frac{५}{२}$ रू $\frac{२}{२}$। मूलद इति कालकवर्गसमं कृत्वा पक्षयोः ऋणत्रंयश-द्वयं प्रक्षिप्योक्तवद् गृहीतं कालकपक्षस्य मूलं का १।

द्वितीयपक्षस्यास्य याव $\frac{५}{३}$ रू $\frac{२}{३}$ । वर्गप्रकृत्या मूले क ७ जेत ८। वा क ५५ जेत ७१। अत्र कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानं तेन कल्पित-राशिमुत्थाप्य जातो राशिः स एव १६ वा १००८।"

क्रिया प्रदर्शनम्—

कल्पतां राशिः = या। अयं त्रिगुणः सैको वर्ग इति।

$३ \text{ या}^{२} + १ = \text{का}^{२}$। तदा $३ \text{ या}^{२} = \text{का}^{२} — १$।

$३ \text{ या}^{२} + १ = \text{का}^{२} — १ + १ = \text{का}^{२}$।

$\sqrt{३ \text{ या} + १} = \text{का}$।

कल्पतां $\sqrt{३ \text{ या} + १} = ३ \text{ नी} + १$।

तर्हि $३ \text{ या} + १ = ९ \text{नी}^{२} + ६ \text{ नी} + १$।

$३\text{या} = ९\text{नी}^{२} + ६\text{नी}$। ∴ $\text{या} = ३\text{नी}^{२} + २\text{नी}$। अयं राशिः।

राशिः पञ्चगुणः सैको वर्ग इति।

$५ \left(३\text{नी}^{२} + २\text{नी} \right) + १ = \text{पी}^{२}$

$१५ \text{ नी}^{२} + १० \text{ नी} + १ = \text{पी}^{२}$

$१५ \text{ नी}^{२} + १०\text{नी} = \text{पी}^{२} - १$। पञ्चदशभिः पक्षौ संगुण्य

$२२५\text{नी}^{२} + १५०\text{नी} = १५\text{पी}^{२} - १५$। पञ्चविंशतिरूपाणि प्रक्षिप्य

$२२५नी^{२} + १५०नी + २५ = १५पी^{२} - १५ + २५$ मूले गृह्णीते

$१५नी + ५ = \sqrt{१५पी^{२} + १०}$ यदि कनिष्टं $= ८$ कल्प्यते तदा ज्येष्ठं $= ३५$।

अथवा क $= ७१$ तदा ज्ये $= २७५$।

$१५नी + ५ = ३५$। $१५नी = ३०$। नी $= २$। अथवा $१५नी + ५ = २७५$। $१५नी = २७०$। नी $= १८$।

उत्थापने राशिः $= ३नी^{२} + २नी = १६$ वा १००८!

अथवा कल्पितराशिः $\frac{या^{२}}{३} - \frac{१}{३}$। एषः पञ्चगुणो रूपयुतः

$= \frac{५या^{२}}{३} - \frac{५}{३} + १ = \frac{५या^{२}}{३} - \frac{२}{३}$। अयं वर्ग इति।

$\frac{५या^{२}}{३} - \frac{२}{३} = का^{२}$। तर्हि $\frac{५या^{२}}{३} = का^{२} + \frac{२}{३}$।

$\frac{५या^{२}}{३} - \frac{२}{३} = का^{२} + \frac{२}{३} - \frac{२}{३}$।

$= \frac{५या^{२}}{३} - \frac{२}{३} = का^{२}$।

मूले $\sqrt{\frac{\text{५ या}^{\text{२}}}{\text{३}} - \frac{\text{२}}{\text{३}}} = \text{का}$

वर्गप्रकृत्या यदि क = ७ तदा जेग = ८ ।
यदि क = ५५ तदा जेग = ७१ । अतो या = ७ वा ५५

राशिः $\frac{\text{या}^{\text{२}}}{\text{३}} - \frac{\text{१}}{\text{३}} = \frac{\text{४९} - \text{१}}{\text{३}} \; \frac{\text{४८}}{\text{३}} = \text{१६}$

अथवा $\frac{\text{५५}}{\text{३}} - \frac{\text{१}}{\text{३}} = \frac{\text{३०२५} - \text{१}}{\text{३}} = \frac{\text{३०२४}}{\text{३}} = \text{१००८}$ ।

अथाद्योदाहरणम्

को राशिस्त्रिभिरभ्यस्तः सरूपो जायते घनः ।
घनमूलं कृतीभूतं त्र्यभ्यस्तं कृतिरेकयुक् ॥

एकस्य पक्षस्य घनमूले गृहीतेऽपरपक्षस्य घनेन समीकरणप्रदर्शनार्थमनुष्टुभोक्तमाद्योदाहरणं निबध्नाति को राशिरिति । कः राशिः त्रिभिः अभ्यस्तः गुणितः सरूपः एकयुक्तो घनो जायते । घनमूलं तस्य घनराशेर्मूलं कृतीभूतं वर्गीकृतं त्र्यभ्यस्तं त्रिभिर्गुणितं एकयुक् कृतिर्भवेत् । तं राशिं वदेति भावः ।

“अत्र राशिः या १ । अयं त्र्यभ्यस्तो रूपयुतः या ३ रू १ । एव घन इति कालकघनसमं कृत्वा प्राग्वज्जातो राशिः काघ $\frac{१}{३}$ रू $\frac{\dot{१}}{२}$ । अस्य त्रिगुणस्य सरूपस्य घनमूलं वर्गितं त्रिहतं रूपयुतं काव ३ रू १ । एतत् कृतिरिति नीलकवर्गसमं कृत्वा पक्षयोः रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्षमूलं नी १ । द्वितीय-पक्षस्यास्य काव ३ रू १ । वर्गप्रकृत्या मूले क १ ज्ये २ । वा क ४ ज्ये ७ । वा क १५ ज्ये २६ । कनिष्ठं कालकमानं ४ अस्य घनेन ६४ । उत्थापितो जातो राशिः २१ । वा २$\frac{३७१}{२}$ ।”

क्रिया प्रदर्श्यते—

राशिः $=$ या । तदा प्रश्नतः $३\,\text{या}+१=\text{का}^{३}$ ।

$३\,\text{या}=\text{का}^{३}-१$ । $\text{या}=\frac{\text{का}^{३}-१}{३}$ । अयं राशिः ।

तदा प्रश्नतः $३\left(\frac{\text{का}^{३}-१}{३}\right)+१=\text{का}^{३}-१+१=\text{का}^{३}$ ।

अस्य घनमूलं वर्गीकृतं त्रिगुणितं सैकं वर्ग इति

$३\,\text{का}^{२}+१=\text{नी}^{२}$ । तदा $३\,\text{का}^{२}=\text{नी}^{२}-१$ । पक्षयो रूपं

प्रक्षिप्य $३\,\text{का}^{२}+१=\text{नी}^{२}$ मूले गृहीते

$\sqrt{३का^{३}+१}$ = नी। वर्ग प्रकृत्या क = कालकः १।४।१५ इत्यादि तदा क्रमेण ज्ये = २।७।२६ इत्यादि। एकमित-कनिष्ठ स्वीकारे प्रश्नोक्त क्रिया न सम्भवति।

यदि क = ४ तदा $\frac{का^{३} - १}{३} = \frac{६४ - १}{३}$ = २१।

वा $\frac{१५^{३} - १}{३} = \frac{३३७५ - १}{३} = \frac{३३७४}{३}$।

अतो राशिः २१ वा $\frac{३३७४}{३}$ इत्यादि।

उदाहरणम्

वर्गान्तरं कयो राश्योः पृथग् द्वित्रिगुणं त्रियुक्।
वर्गौ स्यातां वद क्षिप्रं षट्कपञ्चकयो रिव ॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टु भाह वर्गान्तरमिति। कयो राश्यो-र्वर्गान्तरं पृथग् द्विधा स्थितं द्वित्रिगुणं एकत्र द्विगुणं अन्यत्र त्रिगुणं उभयत्र त्रियुक् वर्गौ स्यातां, षट्क-पञ्चकयो रिव यथा षट्क-पञ्चकयोः एवं विध आलापः सम्भवति, तथा अन्ययोः कयो राश्योरेवं भवतीति क्षिप्रं वद।

क्वचिदादेः क्वचिन्मध्यात् क्वचिदन्त्यात् क्रिया बुधैः ।
आरभ्यते यथा लघ्वी निर्वहेच्च यथा तथा ॥

राशिकल्पने विशेष मनुष्टुभाह क्वचिदिति । क्वचिदादेः आलापस्य आदितः क्वचिन्मध्यात् क्वचिदन्त्यात् बुधैर्गणनाकुशलैः तथा क्रिया आरभ्यते, यथा लघ्वी सती क्रिया निर्व्वहेत् यथा क्रिया लघ्वी भवेत् तथा कर्त्तव्येतिभावः ।

'अतोऽत्र वर्गान्तरं या १ । एतद्द्विघ्नं त्रियुतं या २ रू ३ । वर्गइति कालक वर्गसमं कृत्वाप्त-यावत्तावन्मानेनोत्थापितो जातो-राशिः काव $\frac{१}{२}$ रू $\frac{३}{२}$ । पुनरिदं त्रिघ्नं त्रियुतं काव $\frac{३}{२}$ रू $\frac{३}{२}$ वर्ग इति नीलक वर्गसमं कृत्वा समशोधने कृते जातौ पक्षौ—

नीव २ रू ३
काव ३

एतौ त्रिभिः संगुण्य कालक पक्षमूलं का ३ । परपक्षस्यास्य नीव ६ रू ९ । वर्गप्रकृत्या मूले क ६ जे ग्र १५ । वा क ६ जे ग्र १४७ । जे ग्रष्टं प्रथमपक्षपदेन का ३ समं कृत्वा लब्धं कालकमाने ५ वा ४९ । प्राग्वदाप्तकालकमानेनोत्थापितं जातं वर्गान्तरं राश्योः ११ । वा ११९९ । इदमन्तर हृतं द्विघान्तरेणोनयुतमर्द्धितं राशी भवतइति प्रागुक्तमतोऽन्तरमिष्टं रूपं प्रकल्प्य जातौ राशी ६।५ वा ६००।५९९ ।

अथवान्तरमेकादश-प्रकल्प्य जातौ राशी ६०।४९"

क्रिया प्रदर्शनम्—

कल्पितवर्गान्तरं = या । प्रश्नतः $२\,\text{या} + ३ = \text{का}^{२}$

$२\,\text{या}^{२} = \text{का}^{२} - ३$ । $\text{या}^{२} = \frac{\text{का}^{२} - ३}{२}$ । इदं वर्गान्तरं त्रिगुणं

त्रियुग् वर्ग इति—

$$३\left(\frac{\text{का}^{२} - ३}{२}\right) + ३ = \frac{३\text{का}^{२} - ९}{२} + ३ = \frac{३\,\text{का}^{२} - ९ + ६}{२}$$

$= \frac{३\,\text{का}^{२} - ३}{२} = \text{नो}^{२}$ । $३\,\text{का}^{२} - ३ = २\,\text{नो}^{२}$ ।

$३\,\text{का}^{२} = २\,\text{नो}^{२} + ३$ । पक्षौ त्रिभिः संगुण्य –

$९\,\text{का}^{२} = ६\,\text{नो}^{२} + ९$ । मूले $३\,\text{का} = \sqrt{६\,\text{नो}^{२} + ९}$

वर्गप्रकृत्या यदि क = ६ तदा ज्ये = १५ ।

∴ ३ का = १५ । का = ५ । यदि क = ६० कल्प्यते, तर्हि ज्ये = १४७ ।

तदा ३ का = १४७ । का = ४९ । $\text{या} = \frac{\text{का}^{२} - ३}{२}$

अतः $\frac{५^{२} - ३}{२} = ११$ ।

वा $\frac{४९^{२}-३}{२} = \frac{२४०१-३}{२} = \frac{२३९८}{२} = ११९९$ ।

अतो वर्गान्तरं = ११ वा ११९९ ।

वर्गान्तरं राश्यन्तरहृतं योगः स्यादिति, यदि राश्यन्तरं = १ इति कल्प्यते तदा राशियोगः $= \frac{११}{१} = ११$ ।

ततः संक्रमण-गणितेन राशी ६ । ५ ।

अथवा $\frac{११९९}{१} = ११९९$ राशियोगः । राश्यन्तरं = १ इति कल्पितं अतः संक्रमण-गणितेन राशी = ६०० । ५९९ ।

अन्यत् करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

वर्गादेर्यो हरस्तेन गुणितं यदि जायते ।
अव्यक्तं तत्र तन्मानमभिन्नं स्याद् यथा तथा ॥१५॥
कल्प्योऽन्यवर्णवर्गादितुल्यः शेषं यथोक्तवत् ।

राशिकल्पने विशेषं सार्द्धानुष्टुभाह वर्गादेरिति। एतद्ग्रन्थकृतैव व्याख्यातम् ।

"यत्र वर्गादौ कुट्टकादौ वा एकपक्ष मूले गृहीतेऽन्यपक्षेऽव्यक्तवर्गादिकस्य यो हरस्तेन गुणितं यदि स्यात्तदा तस्य मितिरभिन्ना यथा स्यात्तथान्यवर्णवर्गादिः सरूपो रूपोनो वा तुल्यः कल्प्यः शेषं पूर्व्वसूत्रोक्तम् ।"

अत्रोपपत्तिः

कल्प्यतां $\text{या}^{२} = \text{का}.\ \text{ह} + \text{रू}$।

अत्र यदि $\text{का}.\ \text{ह} + \text{रू} = (\text{नी}.\ \text{ह} + \sqrt{\text{रू}})^{२}$ कल्प्यते तदा

$\text{या}^{२} = \text{का}.\text{ह} + \text{रू} = \text{नी}^{२}.\ \text{ह}^{२} + २\ \text{ह}\ \text{नी}.\sqrt{\text{रू}} + \text{रू}$।

$\text{का}.\ \text{ह} = \text{नी}^{२}.\ \text{ह}^{२} + २\ \text{ह}.\ \text{नी}.\ \sqrt{\text{रू}}$।

$$\text{का} = \frac{\text{नी}^{२}\text{ह}^{२}}{\text{ह}} + \frac{२\ \text{ह}.\text{नी}.\ \sqrt{\text{रू}}}{\text{ह}}$$

$\text{का} = \text{नी}^{२}.\ \text{ह} + २\ \text{नी}\ \sqrt{\text{रू}}$। $\text{या}^{२} = (\text{नी}\circ\text{ह} + \sqrt{\text{रू}})^{२}$

$\text{या} = \text{नी}.\ \text{ह} + \sqrt{\text{रू}}$

तत्र हरगुणितान्य वर्ण वर्ग तुल्याऽपरपक्ष-कल्पने अभिन्न-मानं स्यादिति तथा कल्पितम्। अत उक्तं वर्गादेरिति।

उदाहरणम्

को वर्गश्चतुरूनः सन् सप्तभक्तो विशुध्यति।
त्रिंशदूनोऽथवा कः स्याद् यदि वेत्सि वद द्रुतम्॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह को वर्ग इति। को वर्गो वर्गराशिः चतुरूनः चतुर्भिरूनितः सप्तभक्तः सन् विशुध्यति। तं राशिं वदेति भावः। अथवा को राशिः त्रिंशदूनः सप्तभक्तः विशुध्यति तं च यदि वेत्सि द्रुतं वद।

"अत्र राशिः या १। अस्य वर्गश्चतुरूनः सप्तभक्तो-विशुध्यतीति लब्धिप्रमाणम् कालकस्तद्गुणितहरेणास्य याव १ रू ४। साम्यं कृत्वा पक्षानयने प्रथमपक्षमूलं या १। परपक्षस्यास्य का ७ रू ४। मूलाभावात् वर्गादेर्यो हरस्तेन गुणितं यदि जायते इत्यादिना करणेन नीलकसप्तकस्य रूपद्वयाधिकस्य वर्गेण तुल्यं कृत्वा लब्धं कालकमानमभिन्नं जातं नीव ७ नी ४। यत्तु कल्पितं तस्य द्वितीयपक्षस्य मूलं नी ७ रू २। इदं प्राक्पक्षमूलस्यास्य या १। समं कृत्वाप्तं यावत्तावन्मानं नी ७ रू २। सक्षेपं *९। अस्य वर्गो राशिः स्यात् ८१।

अथवान्यवर्ण-कल्पनायां मन्दावबोधार्थं पूर्व्वं रूपायः पठितः।"

तत्र सूत्रम्

हरभक्ता यस्य कृतिः
शुध्यति सोऽपि द्विरूपपदगुणितः।
तेनाहतोऽन्यवर्णो—
रूपपदेनान्वितः कल्प्यः ॥१६॥

---

* नी=१ इति कल्पितं अतः नी ७ रू २=९।

न यदि पदं रूपाणां क्षिपेद्धरं तेषु हारतष्टेषु ।
तावद् यावद् वर्गो भवति न चेदेवमपि
खिलं तर्हि ॥१७॥
हित्वा क्षिप्त्वा च पदं यत्राद्यस्येह भवति तत्रापि ।
आलापित एव हरो रूपाणि तु शोधनादि-
सिद्धानि ॥ १८ ॥

अत्रान्यवर्णकल्पनायां पूर्व्वाचार्य्योक्तमुपायमार्य्यया गीतिद्वयेन चाह हरभक्तेति। ग्रन्थकृतैव सर्व्वं व्याख्यातम्।

"हरभक्तेति यस्याङ्कस्य कृतिर्हरभक्ता सती शुध्यतीति निःशेषा भवति। अपि च सोऽप्यङ्को द्वाभ्यां रूपपदेन गुणितो-हरभक्तः सन् शुध्यति, तदा तेनाङ्केन, हतोऽन्यवर्णस्तेन रूपेणान्वितः कल्प्यः। यदि तु रूपाणां पदं न, तदा तेषु हरतष्टेषु रूपेषु तावद्धरं क्षिपेत् यावद्वर्गो भवेत्तन्मूलं रूपपदं भवेत्। एवमपि कृते चेद् वर्गः कदाचिन्न भवेत्तदा तदुदाहरणं खिलं स्यात्। यत्र तु आद्यपक्षस्य मूलं हित्वा क्षिप्त्वेत्यादिना लभ्यते, तदा हर आलापित एव ग्राह्यो नतु गुणितो-विभक्तो वा। रूपाणि तु समशोधने कृते शोधनादिसिद्धानि यानि तान्येव ग्राह्यानि। एवं घनेऽपि योज्यं, तद् यथा-यस्याङ्कस्य घनो हरभक्तः शुध्यति, तथा च सोऽप्यङ्कस्त्रिभिः रूपाणां घनमूलेन गुणितो हरभक्तः शुध्यति, तदा तेनाङ्केन

इतोऽन्यवर्णो रूपाणां घनमूलेन चान्वितः कल्प्यः। यदि रूपाणां घनमूलं न लभ्यते, तदा तेषु रूपेषु हरतष्टेषु तावद्धरं क्षिपेद् यावद् घनो भवेत्, तच्च घनमूलं रूपपदं स्यादेवमपि कृते च घनः कदाचिन्न भवेत्तदुदाहरणं खिलं स्यादित्यग्रेऽपि योज्यमिति शेषः।"

अत्रोपपत्तिः

वर्गादिर्योहरस्तेनेति पूर्वोपपत्तौ प्रदर्शितम्—

$$\text{या}^{२} = \text{का}\circ\,\text{ह} + \text{रू}।$$

$$\text{का} = \frac{\text{नी}^{२}\cdot\text{ह}^{२}}{\text{ह}} + \frac{२\,\text{ह}\,\text{नी}\sqrt{\text{रू}}}{\text{ह}}$$

अत्र हरस्य वर्गो हरस्य हरभक्तः शुध्यत्येव अतः "का" मानमभिन्नमेव जायते। अत्र हरगुणित-वर्णोरूपस्य मूलतुल्य-रूपयुतस्य यदि या इत्यस्य मानतुल्यः कल्प्यते तदा वर्गे कृते एकस्मिन् खण्डे नी वर्गः हरस्य वर्गेण गुणितः, खण्ड-द्वयमेव हरभक्तं शुध्येदित्युक्तं हरभक्त इत्यादि।

"अथ द्वितीयोदाहरणे राशिः या १। अस्य यथोक्तं कृत्वाद्यपक्षस्य मूलं या १। परपक्षस्यास्य का ७ रू ३०। न यदि पदं रूपाणामित्यादि-करणेन हारतष्ट-

रूपेषु * द्विगुणं हरं प्रक्षिप्य मूलं ४। एतदधिक-नीलक-सप्तक वर्गसमीकरणादिना प्राग्वज्जातो राशिः नी ७ रू ४।

अथ यदि ऋणरूपैरहितं नीलकसप्तकं नी ७ रू ४।

अरिकल्पयानीय तदान्योऽपि राशिः ३ स्यात्"।

अत्रोपपत्तिः

पूर्व्वस्मिन् समीकरणे $\text{या}^{2} = (\text{ह०नी} + \sqrt{\text{रू}})^{2} = \text{का·ह} + \text{रू}$।

अत्र यदि $\text{का} = \text{नी} + (\text{इ} - \text{ह गु})$ कल्पयते तदा

$\text{का०ह} + \text{रू} = \text{नी०ह} + \text{ह}(\text{इ} - \text{हगु}) + \text{रू}$ इति सिद्धम्।

अत्र यदि $\text{ह}(\text{इ} - \text{ह.गु}) + \text{रू}$ अयं वर्गराशिः स्यात्तदा तस्य मूलतुल्यरूप राशिकल्पने $\text{या} = \text{नी०ह} + \sqrt{\text{ह}(\text{इ} - \text{हगु}) + \text{रू}}$

अतउक्तं न यदि पदं रूपाणामित्यादि।

एवमेव $\text{या}^{3} = \text{ह०का} + \text{रू}$ इति कल्प्यताम्

अत्र यदि रू इत्यंस्य घनमूलं प्राप्यते तदा

कल्प्यतां $\text{या} = \text{ह०नी} + \sqrt[3]{\text{रू}}$

$$\text{तदा या}^{3} = \text{ह०का} + \text{रू} = \text{ह}^{3}\text{नी}^{3} + ३\,\text{ह}^{2}\text{०नी}^{2}\sqrt[3]{\text{रू}} + ३\text{ह०नी}\left(\sqrt[3]{\text{रू}}\right)^{2} + \text{रू}$$

---

* ३० ७ = २ शेषः। २ + ७ × २ = १६। अस्य मूलं ४। अतः या = नी ७ + ४। इति कल्पितम्।

$$\therefore \quad का = \frac{ह^{३}\cdot नी^{३}}{ह} + \frac{३\, ह^{२}\cdot नो^{२}\cdot \sqrt[३]{क्ष}}{ह} + \frac{३\, ह नो\cdot(\sqrt[३]{क्ष})^{२}}{ह}$$

अत्र खण्डत्रयं हरभक्तं शुद्धत्येवेदि "का"मानं अभिन्नमेव।

अत उक्तं यस्याङ्कस्य घन इत्यादि गद्यम्।

यद्वर्ग: पञ्चभिरिति परवर्त्तिन्युदाहरणे

$\frac{५ या^{२} + ३}{१६} = का$। $\therefore ५ या^{२} + ३ = १६$ का।

$५ या^{२} = १६ का - ३$। पक्षौ पञ्चभिर्हतौ

$२५ या^{२} = ८० का - १५$। $५ या = \sqrt{८० का - १५}$।

कुट्टकात् लब्धि: कालकमानमतस्तदभिन्नमेव। अत: ५ का इत्यभिन्नं नी इति कल्पितं अत: $८० का - १५ = १६ नी^{२} - १५$ इति।

अत उक्तं आलापित एव हर इत्यादि।

उदाहरणम्

षड्भिरूनो घन: कस्य पञ्चभक्तो विशुध्यति।
तं वदाशु तवालं चेदभ्यासो घनकुट्टके॥

घनकुट्टके क्रियादर्शनार्थमुदाहरण मनुष्टुभाह षड्भिरिति। भो गाणितिक ! चेद् यदि तव घनकुट्टके अलं अत्यर्थं अभ्यासः अस्ति, तदा कस्य राशेर्घनः षड्भिरूनः पञ्चभक्तः शुध्यति निरग्रो भवतीति। तं राशिं आशु वद।

"अत्र राशिः या १। अस्य यथोक्तं कृत्वाद्यपक्षस्य घनमूलं या १। परपक्षस्यास्य का ५ रू ६। हरभक्तो यस्य घनः शुध्यति सोऽपि त्रिरूपपदगुणित इत्यादि युक्त्या नीलकपञ्चकस्य रूपषट्काधिकस्य घनेन साम्यं कृत्वा प्रागवज्जातो राशिः सक्षेपः नी ५ रू ६। उत्थापने कृते जातो राशिः ६ वा ११।"

क्रियाप्रदर्शनम्—

राशिः = या। प्रश्नानुसारेण $\frac{\text{या}^{३} - ६}{५}$ = का।

$\therefore$ $\text{या}^{३}$ = ५का + ६।

५ का + ६ = $(\text{नी } ५ + ६)^{३}$ इति कल्पिते "का"मानं अभिन्नं स्यात्तथाच—

६ ÷ ५ = १ इति शेषं। १ + (४३ × ५) = २१६ अस्य घनमूलं = ६।

इष्टाङ्कः = ५ अस्य घनः १२५ अयं हर ५ भक्तः शुध्यति। तथा ३ × ५ × ६ = ९० अयमपि हर ५ भक्तः शुध्यति।

अतः $\text{का }५ + ६ = (\text{नी }५ + ६)^{३}$ ।

$\text{का }५ + ६ = \text{नी}^{३}\,१२५ + \text{नी}^{२}\,४५० + \text{नी }५४० + २१६$ ।

$\text{का} = \frac{\text{नी}^{३}\,१२५}{५} + \frac{\text{नी}^{२}\,४५०}{५} + \frac{\text{नी }५४०}{५} + \frac{२१०}{५}$

यदि नी = १ कल्प्यते, तदा का = २५ + ९० + १०८ + ४२ ।

∴ का = २६५ । या = नी ५ + ६ = ११ ।

अथवा यदि नी = ० इति कल्प्यते, तदा नी ५ + ६ = ६ ।

अतो राशिः ६ वा ११ ।

उदाहरणम्

यद्वर्गः पञ्चभिः क्षुण्णस्त्रियुक्तः षोडशोद्धृतः ।
शुद्धिमेति तमाचक्ष्व दक्षोऽसि गणिते यदि ॥

हत्वा क्षिप्त्वा च पदमित्यादेरुदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति यद्वर्ग इति । भो गाणितिक ! यदि त्वं गणिते दक्षोऽसि तर्हि, यद्वर्गः यस्य राशेर्वर्गः पञ्चभिः क्षुण्णः गुणितः त्रियुक्तः षोडशोद्धृतः षोडशभिर्भक्तः शुद्धिं एति निःशेषो भवति तं राशिं आचक्ष्व वद ।

"अत्र राशिः या १ । अस्य यथोक्तं कृत्वाद्यपक्षमूलं या ५। परपक्षस्यास्य का ८० रू १५। द्वित्वा चिप्ता च पदं यत्रे त्यादिनाऽप्यालापित एव हरः स्थाप्यः, रूपाणि तु शोधनादि सिद्धानि इति तथा कृते जातं का १६ रू १५।

अमुं नीलकाष्टस्य सैकस्य वर्गेण समं कृत्वाप्तं कालकमानमभिन्नं नीव ४ नी १ रू १ । कल्पितपदं नी ८ रू १। इदमाद्यस्यास्य या ५। समंकृत्वा कुट्टकाल्लब्धं यावत्तावन्मानं पी ८ रू ५। उत्थापिते जातो राशिः १३ ।

अथवा ऋणरूपेणाधिके नीलकाष्टके कल्पिते सति लब्धं यावत्तावन्मानं पी ८ रू ३ ।

एवं वर्गप्रकृत्या विषयो यथा स्यात्तथा सुधीभिर्बहुधा विचिन्त्यमित्यस्य प्रपञ्चो बहुधा दर्शितः, तथा वर्गकुट्टकेऽपि किञ्चिद् दर्शितम् । एवं बुद्धिमद्भिरन्यदपि यथाप्रश्नं योज्यम् ।"

क्रियाप्रदर्श्यते—

$\frac{५ या^{२} + ३}{१६} = का$ । अतः $५ या^{२} + ३ = १६ का$ ।

$५ या^{२} = १६ का - ३$ । पञ्चभिर्गुणने ।

$१५ या^{२} = ८० का - १५$ । पक्षयोर्मूले

$५ या = \sqrt{८० का - १५}$ अत्र द्वितीयपक्षे आलापितएव

हरे गृहीते, शोधनादिसिद्धेषु रूपेषु गृहीतेषु च

५या = $\sqrt{\text{१६का} - \text{१५}}$ हरभक्ता यस्य कृतिः शुध्यतीति

$\sqrt{\text{१६का} - \text{१५}}$ = ८नी + १। इति कल्पिते

१६का − १५ = (८नी + १)^{२}।

१६ का − १५ = ६४नी^{२} + १६नी + १

१६ का = ६४ नी^{२} + १६नी + १६। षोडशभिरपवर्त्य

का = ४ नी^{२} + १ नी + १।

५ या = $\sqrt{\text{१६का} - \text{१५}}$ = ८ नी + १।

या = $\frac{\text{८ नी + १}}{\text{५}}$ ।

कुट्टकाल्लब्धिगुणौ ५।२ पीतकमिष्टं प्रकल्प्य

लब्धिः, या = राशिः = ८ पी + ५

पीतकं शून्येनोत्थाप्य राशिः ५। एकेनोत्थाप्य १३। द्वाभ्यां २१ इत्यादि बहुधा।

यदि कल्प्यते, १६ का − १५ = (८ नी − १)^{२}।

तदा १६ का − १५ = ६४ नी^{२} − १६ नी + १

१६ का = ६४ नी^{२} − १६ नी + १६

$का = ४ नी^{२} - नो + १$ ।

$५ या = ८ नी - १$ ।

$या = \frac{८ नी - १}{५}$ ।

कुट्टकालब्धिगुणौ ३।२ । पोतकमिष्टं प्रकल्प्य

$या = पी ८ + ३$ ।

पीतकं शून्यादिनोत्थाप्य राशिः ३ वा ११ इत्यादि ।

"इति श्रीसिद्धान्तशिरोमणौ भास्कराचार्य्यविरचिते वीजगणिते अनेक वर्णसम्बन्धि-मध्यमाहरणभेदाः ।"

अभ्यासार्थमुदाहरणानि (२०)

१ एवं विधं राशित्रयं निर्णेयं येषां प्रथमद्वितीययोरन्तरं द्वितीयतृतीययोरन्तरेण वियुक्तं पञ्च ५ लभ्यन्ते । राशित्रयस्य योगश्चतुश्चत्वारिंशद् घातस्य खवाणनन्देन्दुमित इति ।

२ । के ते राशयः येषां प्रथमद्वितीययो र्योगस्तृतीयेन गुणितः ६३ त्रिषष्टिर्भवेत् । द्वितीय-तृतीययोर्योगः प्रथमेन निघ्नः अष्टाविंशतिः स्यात् । प्रथम-तृतीययोर्योगस्य द्वितीयेन हतः ५५ पञ्चपञ्चाशद् भवतीति ।

३ । त्रयाणां राशीनां प्रथमं द्वितीयतृतीययोर्योगेन, द्वितीयं प्रथमतृतीययोर्योगेन, तृतीयं प्रथमद्वितीययोर्योगेन च

संगुण्य, क्रमेण षड् विंशतिः, पञ्चाशत्, षट्पञ्चाशदिति च लभ्यते, राशित्रयं वद ।

४ । केन राशिना सह त्रयं पञ्च च संयुज्य यद् राशिद्वयमुत्पद्यते, तयोर्घातो द्विघ्नस्य निर्णेय-राशि वर्गेण रूपहीनेन समः स्यादिति ।

५ । रामो यावता वेगेन यावता कालेन च पञ्चाधिकशतमाइल मितस्थानं गन्तुं समर्थः, यदि तस्य गमनवेगः प्रति घटिकायां द्विमाइलमितो मन्दो भवेत्तदा पूर्वगमनकालतः षट्घटिकाधिक-कालेन तत् स्थानं गन्तुं समर्थो भवेत्, रामस्य गमनवेगः प्रति घटिकायां कियानिति वद ।

६ । कस्य राशेः षष्ठांशस्य वर्गो राशेस्तृतीयांश-चतुर्थांशयोर्योगेन द्वियुक्तेन च समः ।

७ । राश्योर्ययोरन्तरं महतो राशेर्वसुलव-त्रयमितं, राश्योर्वर्गयोगो २५६ षट्पञ्चाशदधिकं, शतत्रयं; तौ राशी वद ।

८ । शतं १०० तथाविधेन खण्डद्वयेन विभजय, यथा खण्डयोर्वर्ग मूल योगश्चतुर्दश-समः स्यात् ।

९ । २१० दशाधिकशतद्वयं तथा खण्डद्वयेन परिणमय यथैकखण्डमपरस्यवर्गतुल्यं स्यात् ।

१० । कोऽपि नाविकः स्रोतसः प्रातिकुलेन ३० त्रिंशत् माइल मितस्थानं आनुकुलेन ४४ चतुश्चत्वारिंशत् माइलमितस्थानञ्च दशभिर्घटिकाभिगन्तुं समर्थः । स पुनः

स्रोतःप्रातिकुल्येन ४० चत्वारिंशत् माइल मितस्थानं आनुकुल्येन ५५ पञ्च पञ्चाशत् माइल मितस्थानञ्च त्रयो ।७ शभिर्घटिकाभिर्गन्तुं समर्थश्च। नौकायाः स्रोतसश्च वेगः प्रतिघटिकायां कियानिति वद।

११। वर्गक्षेत्राकारेण वृक्षान् रोपितुं समं दूरं प्रति वृक्षं रोपित्वा एकादश वृक्षा उद्वृत्ता इति दृष्टं, ततः प्रतिपंक्तौ एकैकं वृक्षमधिकं निवेश्य वर्गक्षेत्रनिर्म्मापयिषुणा चतुर्विंशति-संख्यक वृक्षाणामभावो ज्ञातः। वृक्षसंख्यां वद।

१२। कस्य राशेर्वर्गस्तेन राशिना हीनः षट्पञ्चाश-दधिक-शतमितः स्यात्।

अथ भावितमुच्यते तत्र सूत्रं वृत्तम्।

मुक्त्वेष्टवर्णं सुधिया परेषां
कल्प्यानि मानानि यथेप्सितानि।
तथा भवेद् भावितभङ्ग एवं
स्यादाद्यबीजक्रिययेष्टसिद्धिः ॥१॥

अथ भाविते विशेषमुपजातिकयाह मुक्त्वेष्टवर्णमित्यादि। ग्रन्थकृतैव व्याख्यातम्।

"यत्रोदाहरणे वर्णयोर्वर्णानां वा वधात् भावितमुत्पद्यते,

तत्रेष्टं वर्णमपहाय शेषयोः शेषाणां वा वर्णानामिष्टानि व्यक्तानि मानानि कृत्वा तैस्तान् वर्णान् पक्षयोरुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्यैवं भावितभङ्गं कृत्वा प्रथमक्रियया वर्णमानमानयेत् ।

उदाहरणम्

चतुस्त्रिगुणयो राश्योः संयुतिर्द्वियुता तयोः ।
राशिघातेन तुल्या स्यात् तौ राशी
वेत्सि चेद् वद ॥

राश्योः ययो राश्योः चतुस्त्रिगुणयोः एकस्य चतुर्गुणस्याऽन्यस्य त्रिगुणस्य चेति भावः। संयुतिः चतुस्त्रिगुणितयोराश्योर्योगः द्वियुता सती, तयोः राशिघातेन राश्योर्घातफलेन तुल्या स्यात्, तौ राशी चेद् यदि वेत्सि तर्हि वद ।

"अत्र राशी या १ । का १ । अनयोर्यथोक्ते कृते जातौ पक्षौ या ४ का ३ रू २ ।

याकाभा १

एवं भाविते जाते मुक्त्वेष्ट-वर्णमित्यादिसूत्रेण कालकस्य किलेष्टं रूपपञ्चकं मानं कल्पितं, तेन प्रथमपक्षे कालकमुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य जातं या ४ रू १७ । द्वितीयपक्षे या ५

अनयोः समशोधने कृते प्रागवल्लब्धं यावत्तावन्मानं १७। एव-मेतौ जातौ राशी १७।५।

अथवा षट्केन कालकमुत्थाप्य जातौ राशी १०।६ एव-मिष्टवशादानन्त्यम्।"

क्रियाप्रदर्श्यते—

राशी या, का।

प्रश्नानुसारेण ४ या + ३ का + २ = याका।

यदि का = ५ इति कल्प्यते तर्हि

३ का + २ = १५ + २ = १७।

अतः ४ या + १७ = ५ या।

तदा या = १७। अतो राशी १७।५।

एवं यदि का = ६ तदा

३ का + २ = २०। ४ या + २० = ६ या

२ या = २०। या = १०। अतो राशी १०।६

एवमिष्टवशाद् बहुधा।

उदाहरणम्

चत्वारो राशयः के ते यद् योगो नखसंगुणः।
सर्व्वराशिहतेस्तुल्यो भावितज्ञ निगद्यताम्॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह चत्वार इति। यद् योगः येषां चतुर्णां राशीनां योगः नखसंगुणः विंशत्या गुणितः सर्व्वराशिहतेः सर्व्वेषां राशीनां घातस्य तुल्यो भवेत्, भो भावितज्ञ! ते चत्वारः राशयः के इति निगद्यताम्।

"अत्र राशिः या १। शेषा व्यक्ताः कल्पिताः ५।४।२। अतः प्रथमबीजेन लब्धं यावत्तावन्मानं ११। एवं जाता-राशयः ११।५।४।२। वा २८। १०।३।१। वा ५५। ६।४।१। वा ६०।८।३।१। एवं बहुधा।"

क्रिया प्रदर्शनम्—

प्रश्नतः २० (या १+५+४+२)=या×५×४×२।

या २०+१००+८०+४०=या ४०

या २०+२२०=या ४०

या २०=२२०। या=११।

अतो राशयः ११।५।४।२।

यदि शेषाः १०।३।१ कल्प्यन्ते

तदा २० (या+१०+३+१)=या ३०।

या २०+२८०=या ३०

या १०=२८०। या=२८।

अतो राशयः २८।१०।३।१।

यदि शेषाः ८।३।१ इति कल्प्यते तदा

२० (या+८+३+१)=या २४

या २०+२४०=या २४

या ४=२४० । या=६० । अतो राशयः ६० । ८ । ३ । १

एवं बहुधा ।

उदाहरणम्

यौ राशी किल या च राशिनिहति-
यौं राशिवर्गौं तथा
तेषामैक्यपदं सराशियुगलं
जातं त्रयोविंशतिः ।
पञ्चाशत् वियुताथवा वद कियत्
तद्राशियुग्मं पृथक्
कृत्वाऽभिन्नमवेहि वेत्सि गणकः
कस्तत् समोऽस्ति क्षितौ ।

अथोदाहरणान्तरं शार्दूलविक्रीडितेन प्रदर्शयति यौ राशी इति। यौ राशी, या च किल, राशिनिहतिः राशिद्वयस्य घातः, तथा यौ राशिवर्गौं, तेषां त्रयाणां ऐक्यपदं योगस्य मूलं सराशियुगलं राशिद्वययुतं त्रयोविंशतिः अथवा वियुता पञ्चाशदिति जातं तद् राशियुग्मं पृथक् कृत्वा यदि

अवेहि तदा कियदिति वद । यः गणकः अभिन्नं तद् राशि-युग्मं वेत्सि, क्षितौ तत् समः कः अस्ति ।

"अत्र राशी या १ । रू २ । अनयोर्घात-युति-वर्गाणां योगः याव १ या ३ रू ६ । इमं राशियोगोन-त्रयोविंशतेः या १ रू २१ वर्गस्यास्य याव १ या ४२ रू ४४१ । समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं $\frac{२९}{३}$ । एवमेतौ राशी $\frac{२९}{३}$ । २ ।

अथवा राशी या १ । रू ३ । अतः प्राग्वज्जातौ राशी $\frac{९७}{२१}$ । ३ ।

एवं पञ्चकमिष्टं प्रकल्प्य जातावभिन्नौ ७ । ५ ।

अथ द्वितीयोदाहरणे राशी या १ रू २ । अनयोर्घातयुति-वर्गाणां योगः याव १ या ३ रू ६ । अमुं राशिद्वयोन-त्रिपञ्चाशद् वर्गस्यास्य याव १ या १०२ रू २६०१। समं कृत्वा प्राग्वज्जातौ राशी $\frac{१७३}{७}$ । २ । वा ११ । १७ ।

क्रिया प्रदर्श्यते

राशी या, २ । राश्योर्घातः २या । राश्योर्वर्गौ $या^२$, ४ । त्रयाणां योगः

$$या^२+२+२या+या^२+४=या^२+३या+६ ।$$

$$\sqrt{या^२+३ या+६}+या+२=२३ ।$$

$$\therefore \text{या}^{२} + ३\ \text{या} + ६ = (२१ - \text{या})^{२}$$

$$\text{या}^{२} + ३\ \text{या} + ६ = \text{या}^{२} - ४२\ \text{या} + ४४१\ ।$$

$४५\ \text{या} = ४३५$ । $\text{या} = \frac{४३५}{४५}$ पञ्चदशभिरपवर्त्तंन

$\text{या} = \frac{२९}{३}$ । अतो राशी $\frac{२९}{३}$ । २ ।

अथवा यदि राशी या, ३ । तदा प्रश्नतः ।

$$\text{या}^{२} + ९ + ३\ \text{या} + \text{या} + ३$$

$$= \sqrt{\text{या}^{२} + ४\ \text{या} + १२} + \text{या} + ३ = २३\ ।$$

$$\sqrt{\text{या}^{२} + ४\text{या} \times १२} = २० - \text{या}$$

$$\text{या}^{२} + ४\text{या} + १२ = \text{या}^{२} - ४०\text{या} - ४००\ ।$$

$४४\text{या} = ३८८$ । $\text{या} = \frac{३८८}{४४}$

चतुर्भिरपवर्त्तंन $\text{या} = \frac{९७}{११}$ । अतोराशी $\frac{९७}{११}$ । ३ ।

द्वितीयोदाहरणे—

$$\sqrt{\text{या}^{२} + ३\text{या} + ६} + \text{या} + २ = ५३\ ।$$

$\sqrt{\text{या}^{२} + \text{३या} + \text{६}} = \text{५१} - \text{या}$।

$\text{या}^{२} + \text{३या} + \text{६} = \text{या}^{२} - \text{१०२ या} + \text{२६०१}$।

$\text{१०५या} = \text{२५९५}$। $\text{या} = \frac{\text{२५९५}}{\text{१०५}}$। पञ्चदशभिरपवर्त्तने

$\text{या} = \frac{\text{१७३}}{\text{७}}$। अतोराशी $\frac{\text{१७३}}{\text{७}}$। २।

अथवा

राशी या, १७। तर्हि

$\text{या}^{२} + \text{२८९} + \text{१७या} + \text{या} + \text{१७}$

$= \text{या}^{२} + \text{१८या} + \text{३०६}$।

$\sqrt{\text{या}^{२} + \text{१८या} + \text{३०६}} + \text{या} + \text{१७} = \text{५३}$

$\sqrt{\text{या}^{२} + \text{१८या} + \text{३०६}} = \text{३६} - \text{या}$।

$\text{या}^{२} + \text{१८या} + \text{३०६} = \text{या}^{२} - \text{७२या} + \text{१२९६}$।

$\text{९०या} = \text{९९०}$। $\text{या} = \text{११}$।

अतोऽभिन्नौ राशी ११।१७।

"एवमेकस्मिन् व्यक्तराशौ कल्पिते सति बहुनायासेनाऽभिन्नौ राशी ज्ञायेते, अथ तौ यथाल्पायासेन भवतस्तथाचरते।"

तत्र सूत्रं सार्द्धवृत्तद्वयम्—

भावितं पक्षतोऽभीष्टात्त्यक्त्वा वर्णौं सरूपकौ ।
अन्यतो भाविताङ्केन ततः पक्षौ विभज्य च ॥२॥
वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं भक्त्वेष्टेनेष्ट तत्फले ।
एताभ्यां संयुतावूनौ कर्त्तव्यौ स्वेच्छया च तौ ।
वर्णाङ्कौ वर्णयो र्माने ज्ञातव्ये ते विपर्य्ययात् ।

अथ लघूपायेन राशिसाधनं सार्द्धानुष्टुब्द्वयेनाह भावितमित्यादि । सर्व्वं ग्रन्थकृतैव व्याख्यातम् ।

"समयोः पक्षयो रेकस्माद् भावित मपास्याऽन्यतो वर्णौ रूपाणि च ततो भाविताङ्केन पक्ष.वपवर्त्त्य द्वितीयपक्षे वर्णाङ्कयो र्घातं रूपयुतं केनचिदिष्टेन विभज्य तदिष्टं तत्फलञ्च द्वे अपि वर्णाङ्काभ्यां स्वेच्छया युक्ते सती वर्णयोर्माने विपर्य्ययेन ज्ञातव्ये यत्र कालकाङ्को योजित स्तद् यावत्तावन्मानं, यत्र यावत्तावदङ्क स्तत् कालकमानमित्यर्थः। यत्र तु इयत्तावशादेवं कृते सत्यालापो न घटते, तत्रेष्टफलाभ्यां वर्णाङ्कावूनितौ व्यत्ययान्माने भवतः ।"

अत्रोपपत्तिः

कल्प्यतां प्रगु. या + द्विगु. का + रू = याका ।
यत्राऽभिन्ने यावत्तावन्माने तत्र यदि

यदि या = द्विगु + नी इति कल्प्यते, का = प्रगु + पी इति च ।
तदा याका = (नी + द्विगु) (पी + प्रगु)
= प्रगु (नी + द्विगु) + द्विगु (पी + प्रगु) + रू ।
अतः नीपी + प्रगु· नी + द्विगु· पी + प्रगु· द्विगु
= प्रगु· नी + प्रगु· द्विगु + द्विगु· पी + प्रगु·द्विगु + रू ।
पक्षयोः समशोधनात् नी पी = प्रगु· द्विगु + रू ।
अतः पी = $\frac{\text{प्रगु· द्विगु + रू}}{\text{नी}}$

अत्र यदि तथा नीलकमानमभिन्नं कल्प्यते, यथा पीतकमानमप्यभिन्नं जायते। परन्तु प्रगु· द्विगु इत्यस्य धनत्वे नी इत्यस्य ऋणत्वे कल्पिते च, पीमानमृणं स्यात् नीलकपीतकाभ्या-मुत्थापनेन—

तदा या = द्विगु − नी । का = प्रगु − पी ।
अत उपपन्नं भावितं पक्षत इत्यादि ।

अथ प्रथमोदाहरणम्

चतुस्त्रिगुणयो राश्योः संयुतिर्द्वियुता तयोः ।
राशिघातेन तुल्यास्ति ।

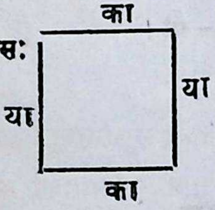
"अत्र यथोक्ते कृते पक्षौ या४ का३ रू२ ।
याकाभा १ ।

वर्णाङ्काहति१२ रू२पैक्यं १४। एतद्द्विकेनेष्टेन हृतं १४ ।
जाते दृष्ट फले २।१४। एते वर्णाङ्काभ्यां ४।३ स्वेच्छया युते
जाते यावत्तावत्-कालकमाने ४।१८ वा १७।५ द्विकेन * ५।११
वा १०।६।"

अस्योपपत्तिः

"सा च द्विधा सर्वत्र स्यादेका क्षेत्रगताऽन्या राशिगतेति ।
तत् क्षेत्रगतोच्यते। द्वितीयपक्षः किल भावितसमो वर्त्तते,
भावितन्त्वायत-चतुरस्र क्षेत्रफलं तथायते तद्भुज कोटि घात-
इत्युक्ते स्तत्र वर्णौ भुजकोटो।

न्यासः

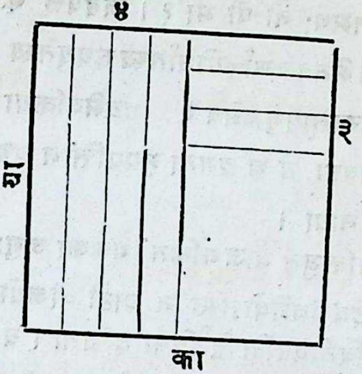


अत्र क्षेत्रान्तर्यावत्तावच्चतुष्टयं वर्त्तते-
कालकत्रयं द्वे च रूपे। अतः क्षेत्राद-
यावत्तावच्चतुष्टये रूपचतुष्टयोनि कालके
स्वाङ्कगुणे चापनीते जातम्।

द्वितीयपक्षे च तथा कृते जातं १४। एतद् भावितक्षेत्रान्त-
र्वर्त्तिनोऽवशिष्टक्षेत्रस्याधस्तनस्य फलं तद् भुजकोटिवधा-
ज्जातं ते चात्र ज्ञातव्ये।

---

* वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं १४ द्विकेनेष्टेन हृतं फलं ७। जाते दृष्टफले
२।७ एते वर्णाङ्काभ्यां ४।३ स्वेच्छया युते जाते ५।११ वा १०।६।



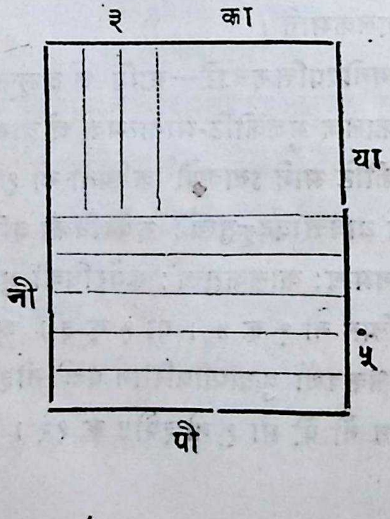
अत इष्टोभुजः कल्पित स्तेन फलेऽस्मिन् १४। भक्ते कोटि-र्लभ्यते। अनयोर्भुजकोट्यो रेकतरा यावत्तावदङ्कतुल्यैः रूपैः ४। अधिकतरा सती भावितक्षेत्रस्य कोटिर्भवति। यतो भावित-क्षेत्राद् यावत्तावच्चतुष्टयेऽपनीते तत्कोटिश्चतुरूना जाता। एवं कालकतुल्यैः रूपैः ३। अधिकतरो भुजो भवति। ते एव यावत्तावत्-कालकमाने।

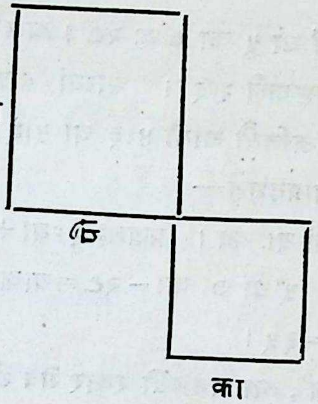
अथ राशिगतोपपत्तिरुच्यते—सापि क्षेत्रमूलान्तर्भूता तत्र यावत्तावत् कालक-भुजकोटि-मानात्मक-क्षेत्रान्तर्गतस्य लघु-क्षेत्रस्य भुजकोटि माने ऽन्यवर्णौ कल्पितौ नी १। पी। अत-एतयोरेकतरो यावत्तावदङ्कतुल्यैः रूपैरधिको बहिः क्षेत्रकोटेः कालकस्य मानमन्यः कालकतुल्यैः रूपैरधिको भुजस्य यावत्ता-वतो मानं कल्पितं नी १ रू ४। पी १ रू ३। आभ्यां पक्षयो-र्यावत्तावत्कालकवर्णौ वुत्थाप्योपरितन पक्षे नी३ पी४ रू२६। भावित पक्षे च नी पी भा १, नी ३पी४ रू १२। एतयोः सम-

शोधने कृते जातमधः नी पो भा १। ऊर्द्ध्वपक्षे रू १४। इदमेव तदन्तः क्षेत्रफलमेतद् वर्णाङ्कयोर्घातस्य रूपयुतस्य समं स्यादतो- वर्णमाने भवतस्तत्प्रागुक्तमेव। इयमेवक्रिया पूर्व्वाचार्य्यैः संक्षिप्तपाठेन निबद्धा, ये क्षेत्रगतामुपपत्तिं न बुद्ध्यन्ति तेषामियं राशिगता दर्शनीया।

उपपत्तियुतं बीजगणितं गणका जगुः।
नचेदेवं विशेषोऽस्ति न पाटीबीजयोर्यतः॥

अत इयं भावितोपपत्तिर्द्विविधा दर्शिता। यत्तूक्तं वर्णाङ्कयो- र्घातो रूपैर्युतो भावितक्षेत्रान्तवर्त्तिनोऽन्यक्षेत्रस्य कोणस्थस्य फलमिति तत् क्वचिदन्यथा स्यात्, यदा वर्णाङ्कौ ऋणगतौ भवतस्तदा तस्यैवान्तर्भावितक्षेत्रं कोणे दृश्यते। यदा तु भावितक्षेत्रे भुजकोटिभ्यां वर्णाङ्कावधिकौ धनगतौ भवतस्तदा भावितक्षेत्राद् बहिः कोणस्थं क्षेत्रं स्याद् तद्यथा—





यदीदृशं तदेष्टफलाभ्या मूनितौ वर्णांकौ यावत्तावत्-कालकमाने भवतः।"

उदाहरणम्

द्विगुणेन कयोः राश्योर्घातेन सदृशं भवेत्।
दशेन्द्रहतराश्यैक्यं द्व्यूनषष्टिविवर्जितम्॥

अत्रोदाहरण मनुष्टुभाह द्विगुणेनेति। दशेन्द्राहतराश्यैक्यं कयो राश्योः क्रमेण दशेन्द्रहतयोः दशभिश्चतुर्दशभिश्च गुणितयोः ऐक्यं द्व्यूनषष्टिविवर्जितं अष्टपञ्चाशता हीनं सत् राश्योर्घातेन द्विगुणेन सदृशं भवेत्, तौ राशी वद।

"अत्र राशी या १। का१। अनयोर्यथोक्ते कृते भाविताङ्केन

भक्तं जातं या ५ का ७ रू २८। अत्र वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं ६। द्विहृतमिष्टफले २।३। आभ्यां वर्णाङ्कौ युतौ राशी १०।७ वा ८।८ वा जनितौ जातौ ४।३ वा ५।२।"

क्रियाप्रदर्शते—

राशी या. का। प्रश्नतः १०या + १४का − ५८ = २याका।

∴ ५ या ७ का − २८ = याका। अत्र वर्णाकाहतिः ५ × ७ = ३५।

रूपैक्यं, तत्र धनर्णयो रन्तर मेव यो ग इति ३५ − २८ = ६।

कल्पितमिष्टं २। ६ ÷ २ = ३ फलं। वर्णाङ्कौ ५, ७।

इष्टफलाभ्यां २।३ आभ्यां स्वेच्छया युतौ १०।७ वा ८।८।

स्वेच्छया वियुतौ ४।३ वा ५।२।

उदाहरणम्

त्रिपञ्चगुणराशिभ्यां युतो राश्योर्वधः कयोः।
द्विषष्टिप्रमितो जातो राशिं त्वं वेत्सि चेद् वद॥

अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति त्रिपञ्चेति। कयोः राश्योर्वधः क्रमेण त्रिपञ्चगुण राशिभ्यां युतः द्विषष्टि-प्रमितो-जातः भो गाणितिक! तौ राशी चेद् यदि त्वं वेत्सि तर्हि वद।

"अत्र यथोक्ते कृते जातौ पक्षौ या ३ का ५ रू ६२।
याकाभा १।

वर्णाङ्काहति रूपैक्यं ७७। इष्ट-तत्फले ७।११। आभ्यां वर्णाङ्कौ ५।३ युतौ एव कार्य्यौ। इष्ट-तत्फलाभ्यामाभ्यां ७।११। ऊनितौ चेद् विधीयेते तदा ऋणगतौ भवतोऽतः आभ्यां ७।११ युतौ जातौ राशी ६।४ वा २।८ ऊनितौ १२।१४ वा १६।१०।"

अथ पूर्व्वोदाहरणम्

यौ राशी किल याच राशिनिहतिर्यौ
राशिवर्गौ तथा
तेषा मैक्यपदं सराशियुगलं जातं
त्रयोविंशति रिति।

अत्र राशी या १। का १। अनयोर्घातयुतिवर्गाणां योगः याव १ काव १ याकाभा १ या १ का १। अस्य मूलाभावाद्राशि-द्वयोनाया स्त्रयोविंशतेः या १ का १ रू २३। वर्णेनानेन याव १ काव १ याकाभा २ या ४६ का ४६ रू ५२९। साम्यं। तत्र सम-योगवियोगादौ समतैवेति समवर्गगस्ते शोधने च कृते भाविताङ्केन हृते जातं या ४७ का ४७ रू ५२९। अत्र वर्णाङ्काहतिः रूपयुता १६८०। इयं चत्वारिंशतेष्टेन हृता फल ४२ इष्ट ४०। अत्रेष्टफलाभ्यामाभ्यां वर्णाङ्कावनावेव कार्य्यौ

तेन जातौ राशी ७।५। युतौ चेत् क्रियते, तर्हि जातं त्रयोविंशतिरिति पूर्व्वालापो न घटते।

क्रियाप्रदर्शनम्—

प्रश्नतः $\sqrt{\text{या}^{२}+\text{का}^{२}+\text{याका}}+\text{या}+\text{का}=२३$

$\therefore \sqrt{\text{या}^{२}+\text{का}^{२}+\text{याका}}=२३-\text{या}-\text{का}$।

$\text{या}^{२}+\text{का}^{२}+\text{याका}+\text{का}+\text{या}=\text{या}^{२}+\text{का}^{२}+२\,\text{याका}$

$-४६\text{या}-४६\text{का}+५२९$। पक्षाभ्यां समशोधनादिना

$४७\text{या}+४७\text{का}-५२९=\text{याका}$

वर्णांकाहतिरूपैक्यं $४७\times४७-५२९=१६८०$।

इष्टं कल्पितं $=४०$। $१६८०\div४०=४२$ फलं।

इष्टफलाभ्यां ४०।४२ आभ्यां वर्णांकौ ४७।४७ वियुतौ जातौ राशी ७।५।

अत्र युतौ त्रयोविंशते राधिक्यं स्यादिति पूर्व्वालापो न घटत इति युतिर्न ग्राह्या।

पूर्व्वोदाहरणम्—

पञ्चाशत् वियुताथवेति।

अत्रोदाहरणे यथोक्तकृत-भावितांकेन विभक्ते जातं या १०७ का १०७ रू२८०९। अत्र वर्णांकाहतिरूपैक्यं ८६४०।

इष्टतत्फले ९०।९६। आभ्यां वर्णांका वूनितौ राशी ११।१७।
एवमन्यत्रापि।"

क्रिया प्रदर्शनम्—

$$\sqrt{\text{या}^{2}+\text{का}^{2}+\text{याका}+\text{या}+\text{का}}+\text{या}+\text{का}=\text{५३}।$$

$$\therefore\sqrt{\text{या}^{2}+\text{का}^{2}+\text{याका}+\text{या}+\text{का}}=\text{५३}-\text{या}-\text{का}।$$

$$\text{या}^{2}+\text{का}^{2}+\text{याका}+\text{या}+\text{का}=\text{या}^{2}+\text{का}^{2}+\text{२ याका}$$
$$-\text{१०६ या}-\text{१०६ का}+\text{२८०९}।$$

$$\text{१०७या}+\text{१०७ का}-\text{२८०९}=\text{याका}।$$

वर्णांकाहतिरूपैक्यं $\text{१०७}\times\text{१०७}-\text{२८०९}=\text{८६४०}$।

इष्टं = ९०। भक्ते फलं ९६। आभ्यां वर्णांकौ
१०७।१०७ हीनौ ११।१७। युतावालापो न घटते।

"क्वचिद् बहुषु साम्येषु भावितोन्मितीरानीय ताभ्यः समीकृतच्छेदगमाभ्यः साम्ये पूर्व्वबीजक्रिययैव राशी ज्ञायेते। अत्र राशी इति द्विवचनादन्येषां त्रयादिवर्णानामिष्टानि मानानि कल्प्यानीत्यर्थात् सिद्धम्।"

"इति श्रीभास्कराचार्य्य विरचिते बीजगणिते
भावितं समाप्तम्।"

———

आसीन्महेश्वर इति प्रथितः पृथिव्या-
माचार्य्यवर्य्यपदवीं विदुषां प्रपन्नः ।
लब्धावबोधकलिकां तत एव चक्रे
तज्जेन वीजगणितं लघु भास्करेण ॥१॥

अथ स्वगुरुप्रशंसां ग्रन्थसमाप्तिञ्च वसन्ततिलकेनाह आसीदिति । पृथिव्यां प्रथितः ख्यातः विदुषां पण्डितानां मध्ये आचार्य्यवर्य्यपदवीं प्रपन्नः आचार्य्य इति ज्योतिर्व्विदां पदवी-विशेषः तथाच भास्करः—

"आचार्य्याणां पदवीं ज्योत्पत्त्या ज्ञातया यतो याति" आचार्य्याणां ज्योतिर्व्विदां श्रेष्ठत्वेन आचार्य्यवर्य्यपदवीं प्राप्तः । महेश्वरः इति महेश्वरनामा ज्योतिर्व्विदासीत् । तत एव तस्मादेव अवबोधकलिकां ज्ञानकलां किञ्चिद्ज्ञानमित्यर्थः । लब्धा तज्जेन तत्पुत्रेण भास्करेण लघु संक्षिप्तं वीजगणितं चक्रे प्रणीतम् ।

ब्रह्माह्वयश्रीधरपद्मनाभ-
वीजानि यस्मादतिविस्तृतानि ।
आदाय तत्सार मकारि नूनं
सद्युक्तियुक्तं लघु शिष्यतुष्टै ॥२॥

लघुप्रकारत्वे कारणमिन्द्रवज्रयाह ब्रह्माह्वयेति। ब्रह्माह्वय: ब्रह्मा नाम ब्रह्मगुप्त:, श्रीधर: भास्करात् पूर्व्वतन-श्रीपतेरपि पूर्व्ववर्त्ती (श्रीपतिना तन्नामग्रहणात्) त्रिशतिकादि गणित-ग्रन्थप्रणेता, वङ्गदेशीय: श्रीधराचार्य्य:, पद्मनाभ: पद्मनाभनामक-ज्योतिर्व्वित्। तेषां वीजानि वीजगणितानि यस्मात् कारणात् अति विस्तृतानि बहुविस्तुतत्वेन शिष्याणां क्लेशकराणि,तस्मात् तत्सारं तेभ्य: वीजेभ्य: सारं आदाय शिष्यतुष्टैय लघुप्रकारत्वेन शिष्यसन्तोषाय सद्युक्तियुक्तं सदुपपत्तियुक्तं लघु संक्षिप्तं वीजगणितं अकारि कृत भास्करेणेति शेष: ।

अत्राऽनुष्टुप् सहस्रं हि ससूत्रोद्देशके मिति: ।
क्वचित् सूत्रार्थविषयं व्याप्तिं
दर्शयितुं क्वचित् ॥३॥
क्वचिच्च कल्पनाभेदं क्वचिद्युक्तिमुदाहृतम् ।
नह्युदाहरणान्तोऽस्ति स्तोकमुक्तमिदं यत: ॥४॥

अत्र सूत्रादीनां संख्या: विषयव्यवस्थाञ्चानुष्टुब्द्वयेन निर्द्दिशति अत्रेति। अत्र सूत्रोद्देशके सूत्रं गणितसाधन-व्यवस्था, उद्देशक: प्रश्न:, तत्रविषये मिति: परिमाणं अनुष्टुप् सहस्रं अस्ति । अत्र क्वचित् सूत्रार्थविषयं दर्शयितुं उदाहृतं, क्वचित् व्याप्तिं सूत्रव्यापकत्वं दर्शयितुं क्वचित् कल्पनाभेदं कल्पन:-प्रकारान्तरं दर्शयितुं, क्वचिच्च युक्तिं उपपत्तिं दर्शयितुं

उदाहृतम्। यतः उदाहरनान्तः उदाहरणानां अन्तो नास्ति, अतः स्तोकं अल्पं इदं उदाहरणं उक्तम्।

दुस्तरः स्तोकवुद्धीनां शास्त्रविस्तारवारिधिः।
अथवा शास्त्रविस्तृत्या किं कार्य्यं सुधियामपि ॥५॥
उपदेशलवं शास्त्रं कुरुते धीमतो यतः।
तत्तु प्राप्येव विस्तारं स्वयमेवोपगच्छति ॥६॥

शास्त्रस्याल्प-विस्तृती कारणमनुष्टुब्द्वयेनाह। दुस्तर इति शास्त्रविस्तारवारिधिः शास्त्रविस्तारो वारिधिः समुद्र इव स, स्तोकबुद्धीनां अल्पबुद्धीनां जनानां दुस्तरः दुःखेन तर्त्तुं शक्यः दुर्वोध्यइत्यर्थः। अथवा सुधियां अपि शास्त्र-विस्तृत्या किं कार्य्यं। स्वल्पवर्णनेनैव तेषां बोधो जायत इति भावः।

यतः उपदेशलवं अल्पोपदेशकमपि शास्त्रं जनान् धीमतः कुरुते। जनैः प्राप्ये व तत् शास्त्रं स्वयमेव विस्तारँ उपगच्छति। विस्तृतिं प्राप्नोतीत्यर्थः।

जले तैलं खले गुह्यं पात्रे दानं मनागपि।
प्राज्ञे शास्त्रं स्वयं याति विस्तारं
वस्तुशक्तितः ॥७॥

अत्र दृष्टान्तमनुष्टुभाह जले तैलमिति। यथा जले तैलं खले गुह्यं गुप्तं, पात्रे दानं मनाक् अल्पं अपि वस्तु शक्तितः

स्वयं विस्तारं याति, तथा प्राज्ञे शास्त्रमपि स्वयं विस्तारं त याति।

तथा गोले मयोक्तम्—

"उल्लसदमल मतीनां त्रैराशिकमात्रमेव पाटी, वुद्धिरेव वीजम्।

तथा गोलाध्याये मयोक्तम्

अस्ति त्रैराशिकं पाटी वीजञ्च विमला मतिः।
किमज्ञातं सुबुद्धीनामतो मन्दार्थमुच्यते ॥ ८ ॥

त्रैराशिकमेव पाटी विमला मतिरेव वीजं, सुबुद्धीनां किं अज्ञातं अस्ति, अतः मन्दार्थं मन्दानां अल्पबुद्धीनां बोधार्थं उच्यते।

गणक भणितिरम्यं * बाललीलावगम्यं
सकलगणितसारं सोपपत्तिप्रकारम्।
इति वहुगुणयुक्तं सर्व्वदोषैर्विमुक्तं
पठ पठ मतिवृद्ध्यै लघ्विदं प्रौढ़िसिद्ध्यै ॥ ९ ॥

"इति श्रीभास्कराचार्य्यविरचित सिद्धान्तशिरोमणौ
वीजगणिताध्यायः समाप्तः ॥"

---

* गणितरमणमित्यपि पाठान्तरम्।

अथ मन्द प्रवृत्तिजननार्थं स्वकृतग्रन्थप्रशंसां मालिन्याय गणकेति। भो गणक! भणितिरम्यं भणितिभिः सुललितैः पदैः रम्यं,रमणीयं बाललीलावगम्यं बालैरपि लोलया सुखेन अवगम्यं सकलगणितसारं सकल गणितशास्त्राणां सारभूतं, सोपपत्ति-प्रकारं उपपत्तियुक्तं,इति बहुगुणयुक्तं एवम्विधैर्बहुभिर्गुणैः सहितं सर्वदोषैर्विमुक्तं व्याकरणादि-दोषरहितं लघु अल्पविस्तारं इदं यत् वीजगणितं कृतं तत् मतिवृद्धै बुद्धि वृद्ध्यर्थं प्रौढि-सिद्धै प्रौढ़त्वलाभाय च पठ पठ। अत्राऽवधारणे द्विरुक्तिः तथाचोक्तं—

"विवादे विस्मये हर्षे खेदे दैन्ये ऽवधारणे।
प्रसादने सम्भ्रमे च द्विस्त्रिरुक्तिर्न दूष्यति॥"

इति मयमनसिंह मण्डलान्तः पाति टाङ्गाइलान्तर्गत-वड़वेलता-ग्राम निवासो, सरयुपारिग्रहविप्र, (सरयुतीरागत शाकद्वीपि ब्राह्मण) पाठकोपाह्व, ज्योतिर्वित् पण्डितप्रवर, कृपानाथदेवशर्म्मात्मज, कलिकातास्थ राजकीय संस्कृत पाठशालायां ज्योतिषादि-शास्त्राध्यापक, स्मृति-व्याकरण-ज्योतिस्तीर्थोपाधिक, श्रीराधावल्लभ देवशर्म्म विरचिता वीजगणिते वाजप्रबोधिनी टीका समाप्ता॥

प्रश्नोत्तराणि

प्रथमोदाहरणोत्तराणि

पृष्ठाङ्कः ९।

(१) +२९। (२) −३८। (३) −८। (४) −९५। (५) −९०।

द्वितीयोदाहरणोत्तराणि

पृ—१०

(१) +३। (२) +२६। (३) +४। (४) ३८। (५) −१४। (६) ४५४।

तृतीयोदाहरणोत्तराणि

पृ—१३

(१) २०४। (२) २७०। (३) ५२५। (४) −९७२। (५) −४०३८६। (६) ६२६३२६। (७) ८९४१३६३२। (८) −१९३५।

चतुर्थोदाहरणोत्तराणि

पृ—३१

(१) २ अ+२ क। (२) २ अ। (३) २ अ−२ क। (४) २ क। (५) २+क+च। (६) ३ ज−२ च +चज।

(७) $४\frac{१}{२}\text{अ}^{२} - ३\frac{१}{२}\text{द्र}^{२}$।

(८) $१\frac{१}{२}$ कघ + $१\frac{१}{२}$ खघ + $\frac{१}{२}$ कख − गघ − कग।

(९) $२\frac{४}{१५}$ कख^{२}। (१०) क^{२} + ख^{२} + ग^{२} + ग^{३} − ख^{३}।

पञ्चमोदाहरणोत्तराणि

पृ—३३

(१) क − ८ ख। (२) कअ + २खइ − २ग।

(३) अइ^{२} + २अ। (४) २ कख + ३ गक। (५) ३ कखग − ३कख − ३ कग − १। (६) $\frac{१}{३}$ कख − खग + १।

षष्टोदाहरणोत्तराणि

पृ—३४

(१) २ (कअ − खइ) (२) ४ + अ। (३) २ (खअ + गइ)

(४) क^{२}अ^{२} + (ग^{२} — ग^{२}व) खअ। (५) क + ४ख।

(६) −(इ + ख)

सप्तमोदाहरणोत्तराणि

पृ—३७

(१) क^{२} + ख^{२} + २कख − ग^{२}।

(२) अ^{३} − अ^{२} (क + ख + ग) + अक (ख + ग) + खग (अ − क)

(३) क^{१} + ८ क^{२} − ५१ क − ३७८।

(४) अ^{४} − अ^{२} (अक − ख + ग) − अप (अ^{२} − क^{२} + ख − ग)

− अफ (कअ − अ^{२} − ख + ग)।

(५) क^{४} + अ^{२} क^{२} + अ^{८}।

अष्टमोदाहरणोत्तराणि

पृ—३८

(१) फलं ग + घ। भागशेषः −खग।

(२) अ^{२} + अद + द^{२}।

(३) अ^{३} + अ^{२} द + द^{१} अ + द^{३}।

(४) प^{१} फ + ४ प फ^{२} + २ फ^{३}।

(५) $\overline{\text{२क + ३ख − ४ग}}$।

नवमोदाहरणोत्तराणि

वर्ग पृ—५०

(१) ८ क^{२} ख^{२}।   (२) क^{१} ख^{२} + २ क ख + १।

(३) ४ − ४ क + क^{२}।   (४) अ^{२} − अक + $\frac{\text{क}^{२}}{\text{४}}$

(५) $४८ क^{४} ख^{२} ग^{६}$ । (६) $\frac{८ क^{२} ख^{४}}{४ क^{४}}$

घने

पृ—५१

(१) $२७ प^{६} ह^{२} ठ^{९}$ ।

(२) $८ क^{२} ख^{३} + ३६ क^{२} ख^{२} ग + ५४ क ख ग^{२} + २७ ग^{३}$ ।

(३) $अ^{३} + ३ अ^{५} - ६ अ^{३} + ३ अ^{६} - अ + १$

(४) $१\frac{२१७}{५१२} + १\frac{१३}{३२} प + १३\frac{१}{२} अ^{२} - ८ प^{१}$

(५) $\frac{प^{२}}{६ क} - \frac{३ अ}{२ क} + \frac{३ क^{२}}{अ} - \frac{क^{६}}{१ प}$ ।

वर्गे वर्गे

पृ—५१

(१) $क^{४} ख^{४} - ४ क^{३} ग ख^{३} + ६ क^{२} ग^{२} ख^{२} - ४ क ख ग^{३} + ग^{४}$ ।

(२) $१६ - ३२ \text{ क} + २४ \text{ क}^{२} - ८ \text{ क}^{३} + \text{क}^{४}$ ।

(३) $६२५ - ३५०० \text{क} + ७३५० \text{क}^{२} - ६८६० \text{क}^{३} + २४०१ \text{क}^{४}$

(४) $\frac{३९०६२५}{१९}$ ।

(५) $१ - \frac{\text{अ}^{२} \text{ इ}}{५} + \frac{२ \text{ अ}^{२} \text{ इ}^{२}}{२५} + \frac{४ \text{ अ}^{२} \text{ इ}^{२}}{२५} + \frac{\text{इ}^{४}}{६२५}$ ।

पञ्चम शतौ—

पृ—५१

(१) $\text{ख}^{५} + १० \text{ख}^{४} + ४० \text{ख}^{३} + ८० \text{ख}^{२} + ८० \text{ख} + ३२$ ।

(२) $१ - ५ \text{अ} + १० \text{ अ}^{२} - १० \text{ अ}^{३} + ५ \text{ अ}^{४} - \text{अ}^{५}$ ।

(३) $\text{क}^{५} - ५ \text{ क}^{४} \text{ ख} + ५ \text{ क}^{४} \text{ ग} - २० \text{ क}^{३} \text{ख} \text{ग} + १० \text{ क}^{३} \text{ख}^{२}$

$+ १० \text{ क}^{३} \text{ ग}^{२} + २७ \text{ क}^{२} \text{ ख}^{१} \text{ ग} - २७ \text{ ग}^{२} \text{ क} \text{ ख}^{२} - ८ \text{ ख}^{३} \text{क}^{२}$

$+ ८ \text{ ग}^{३} \text{ क}^{२} \; १२ \text{ ख}^{१} \text{ क} \text{ ग} - १२ \text{ ग}^{३} \text{ क} \text{ ख} + १८ \text{ ग}^{२} \text{ ख}^{२} \text{ क}$

$+ ३ \text{ ख}^{४} \text{ क} + ३ \text{ ग}^{४} \text{क}$ ।

दशमोदाहरणोत्तराणि

पृ—५६

(१) $३ क ख^{२}$ । (२) $१ - क$ । (३) $अ - \frac{१}{अ}$ ।

(४) $\frac{२ अ - १}{३क + १}$ । (५) $क^{२} + ख^{२}$ ।

घनमूले

(६) $५क - ४ख$ । (७) $क^{२} - २क + १$ ।

(८) $\frac{क ग}{ख} घ^{२} - \frac{ख}{ग} घ$ ।

एकादशोदाहरणोत्तराणि

पृ—६१

(१) ख । (२) $ख क^{२}$ । (३) $क + ख$ ॥

(४) $अ^{२} - अ इ^{२}$ । (५) $अ - ३ इ$ ।

द्वादशोदाहरणोत्तराणि

पृ—६३

(१) $२ अ क ख$ । (२) $क ख ग$ ।

(३) $क^{४} + क^{३} ख - क ख^{३} - ख^{४}$ ।

(४) $२अ^{२}इ^{२}$ । (५) $ग^{२}घ^{२}ख$ । (६) $१—अ^{३}$ ।

(७) $१६क^{४}-१$ । (८) $क^{३}ख^{२}(क^{२}-ग^{२})$ ।

त्रयोदशोदाहरणोत्तराणि

पृ—६७

(१) २ख । (२) $\frac{प—फ}{नम}$ । (३) $\frac{३प—२फ}{१प—३फ}$ ।

(४) $\frac{१}{२ख^{२}ग}$ । (५) $\frac{थ-त+द}{त—थ+द}$ । (६) $\frac{२+३अ}{१+५अ}$ ।

(७) $\frac{ग+इ}{च+२अ}$ । (८) $\frac{क+खअ}{क^{२}-खअ}$ ।

चतुर्दशोदाहरणोत्तराणि

योगे पृ—७१

(१) $\frac{क^{२}+ख^{२}}{कख}$ । (२) $\frac{अ^{२}+इ^{२}}{अ^{२}-इ^{२}}$ ।

(३) $\frac{पफअ+मफआ+मपइ}{नमपफ}$ । (४) $\frac{३४अ-२३}{१२}$ ।

(५) $\frac{गप+कफ+खव}{कखग}$ । (६) $\frac{२क+ख}{३(क—ह)^{२}}$ ।

वियोगे

(७) $\frac{\text{अ}}{१०}$ । (८) $\frac{१०\text{कां}+९}{१८}$ ।

(९) $\frac{१}{२}\text{क}-\frac{\text{ख}}{\text{ग}}$ (१०) $\frac{१६-३\text{क}}{\text{क}+१}$ ।

पञ्चदशोदाहरणोत्तराणि

पृ—७२

(१) ६०+४५ क । (२) $\frac{२-३\text{प}}{५}$ (३) $\left(\frac{१+\text{ख}}{\text{ख}}\right)^{२}$

(४) $\frac{१-४\text{क}^{२}}{१-\text{क}^{२}}$ । (५) $\frac{(\text{८कख}^{२}+\text{९अ}^{२})^{२}}{\text{७२ कखअ}}$

षोडशोदाहरणोत्तराणि

पृ—७३

(१) $\frac{७६}{४\text{क}}$ (२) $\frac{१}{\text{म}}$ । (३) $\frac{३}{४}$ ।

(४) $\frac{\text{क}^{२}+\text{कख}+\text{ख}^{२}}{\text{क}^{२}-\text{कख}+\text{ख}^{२}}$ । (५) $\text{ग}^{२}+\frac{१}{\text{ग}^{२}}+\text{ग}+\frac{१}{\text{ग}}$

(६) $\frac{क}{} + \frac{अ}{ख} + \frac{इ}{च} + \frac{२अइ}{कख^{२}}$।

भागशेषः $\frac{इ^{२}}{चख} + \frac{२अ^{२}इ^{२}}{कख^{२}}$।

सप्तदशोदाहरणोत्तराणि

पृ—८२

(१) ५। (२) $६अ\sqrt{इ}$। (३) $८\sqrt{२}$।
(४) $\sqrt{५}$। (५) $\sqrt{६}$। (६) $१०\sqrt{२}$।
(७) $७क+ख\sqrt{५क}$। (८) $\sqrt{२}$।

अष्टादशोदाहरणोत्तराणि

पृ—८७

(१) $\sqrt{३०}$। (२) $३०\sqrt{३०}$। (३) $\sqrt[३]{६अ^{३}}$।

(४) $२क^{१}ख\sqrt{अइ}$। (५) २क। (६) ५।

(७) $फ^{१}$। (८) १०२।

अमविंशोदाहरणोत्तराणि

पृ—९९

(१) $खु^{२}\cdot ग\cdot ८\sqrt{३}$ । (२) $\frac{७}{२}\sqrt{१८}$ ।

(३) $\sqrt[६]{स्क}$ । (४) $\sqrt[६]{\frac{३}{८खइ}}$ (५) $४\sqrt[२]{\frac{२}{ग्र}}$ ।

विंशोदाहरणोत्तराणि

पृ—३५८

(१) ६, १३, २५। (२) २, ५, ९।

(३) २, ५, ८। (४) ४ अथवा $-\frac{४}{१}$ ।

(५) ७ माइलमिता वेगः। (६) २.४ वा −३

(७) ±१०, ±१६। (८) ६४, ३६।

(९) १४, १९६। (१०) $\frac{३०}{न-स}+\frac{४४}{न+स}=१०$

$$\frac{४०}{न-स}+\frac{५५}{न+स}=१३$$

समीकरणान्नौकावेगो माइलमाने

८। स्रोतोवेगः ३।

(११) ३००। (१२) १३।

समाप्तोऽयं ग्रन्थः।

१८ ।

४ √ २ ।
अ

।

४
— २ ।

४ वा — २

३६ ।

४४
न + स = १

५५
+ स = १२

गो माइलमानि

३ ।

कलिकाता संस्कृत कलेजेर ज्योतिषादि शास्त्राध्यापक

पण्डितप्रवर श्रीराधावल्लभ स्मृति-व्याकरण ज्योतिस्तीर्थ सम्पादित अन्यान्य पुस्तकावली

१। **लीलावती**—(नागराक्षरे) मूल, टीका, उपपत्ति, बहुविध नव्य-गणितेर नियम, इंराजिपरिभाषा ओ उदाहरणसह मूल्य १॥० टाका।

२। **लीलावती बङ्गानुवाद**—संस्कृत शास्त्रे अनभिज्ञ व्यक्तिगणेर सम्यक उपलब्धिर जन्य उदाहरण चित्रादि सह भास्करकृत संस्कृत लीलावतीर केवल बङ्गानुवाद मुद्रित हइयाछे। छात्रगण गुरुर उपदेश व्यतिरेके घरे वसिया ज्योतिष-शास्त्रेर आद्यपरीक्षार पाठ्य लीलावती पडिते पारिबेन। स्कुल कलेजेर छात्रगणेर ओ माष्टारगणेर ओ इंराजि गणितेर सङ्गे सङ्गे हिन्दुजातिर एइ प्राचीन पाटीगणितेर आलोचना करा उचित। मूल्य ॥॥०।

३। **कोष्ठीप्रदीप**—(बङ्गाक्षरे)। मूल, टीका, अनुवाद। यांहारा संस्कृत भाषाय अनभिज्ञ तांहाराओ गुरुर उपदेश व्यतिरेके सहजे इहाद्वारा कोष्ठी प्रस्तुत करिते:पारेन। द्वितीयसंस्करण मूल्य आड़ाइ टाका २॥०।

४। **होरावल्लभ**—(बङ्गाक्षरे) अनुवादोदाहरणसह लग्नादि द्वादश भाव साधन, स्फुट दृष्टि ग्रहगण ये परिमाणे फल दान करिबेन, आयुःसाधन, इत्यादि बहुविध आवश्यकीय विषय विस्तृतभावे सन्निवेशित हइयाछे। मूल्य पांच सिका १।०।

५। **सिद्धान्तशिरोमणि**—(गोलाध्याय) इहाते मूल, टीका, बङ्गानुवाद, इंराजि परिभाषा ओ चित्रादि सह गतिर उपपत्ति, पृथिवी, स्वर्ग ओ अन्तरीक्षेर प्राचीन देश, पर्व्वतादिर विवरण प्रत्नतत्त्व जानिवार अपूर्व्व ग्रन्थ। मूल्य दुइ टाका आट आना २॥०।

६। **सिद्धान्तशिरोमणि**—(गणिताध्याय) तथाविध यन्त्रस्थ।

७। **ग्रहविप्र इतिहास**—(शाकद्वीपि-ब्राह्मणविवरण) बङ्गाक्षरे। वेद, उपनिषद, पुराण, शिलालिपि, कुलपञ्जिका प्रभृति सामञ्जस्ये विभिन्न श्रेणीस्थ शाकद्वीपि ब्राह्मणगणेर प्रकृत परिचय सन्निवेशित हइयाछे। प्रत्नतत्त्वविद्गण एइ पुस्तके बहु नूतन तत्त्व जानिते पारिबेन। मूल्य १,

८। **उडुदाय प्रदीप**—(लघु पराशरी) सटीकानुवाद। अति प्राञ्जल भाषाय टीकार ओ अनुवाद करा हइयाछे। संस्कृत अनभिज्ञ व्यक्तिओ गुरुपदेश व्यतिरेके विंशोत्तरीदशाविचार करिते पारिबेन मूल्य १,।

८। **जैमिनी सूत्र**—मूलटीका, मुलओ टीकार सविस्तृत बङ्गानुवाद एवं मतभेद स्थले युक्ति पूर्ण समन्वय सह मूल्य पांचसिका १।०।